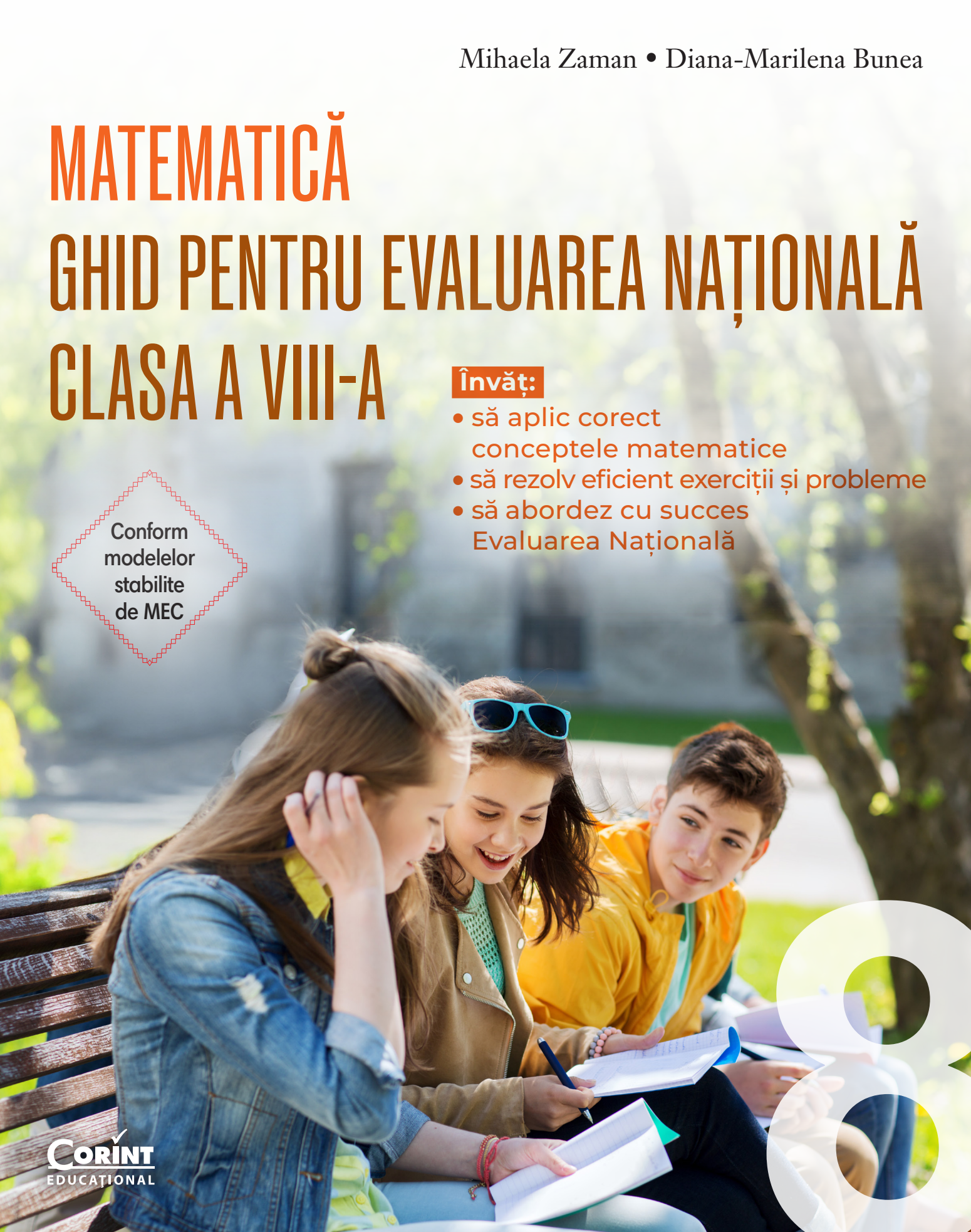
Mihaela Zaman • Diana-Marilena Bunea

MATEMATICĂ
GHID PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ
CLASA A VIII-A

Învăț:
- să aplic corect conceptele matematice
- să rezolv eficient exerciții și probleme
- să abordez cu succes Evaluarea Națională

Conform modelelor stabilite de MEC



CORINT EDUCAȚIONAL

Cuvânt-înainte

Dragi elevi, părinți și colegi,

În spatele acestei culegeri sunt multe ore de muncă, dar, mai presus de toate, sunt mulți ani petrecuți alături de elevi, ani în care am explicat, am reluat, am căutat alte căi atunci când prima explicație nu a fost de ajuns și ne-am bucurat de fiecare dată când un „Nu știu să fac" s-a transformat într-un „Am reușit!".

Din toate aceste experiențe s-a conturat, pas cu pas, și această culegere, pe care am gândit-o pentru elevul care se pregătește pentru Evaluarea Națională și care are nevoie nu doar de multe exerciții, ci și de un drum clar de urmat. Ne-am dorit ca fiecare capitol să îi ofere posibilitatea de a exersa, de a reveni acolo unde mai simte nesiguranță și de a merge mai departe în propriul ritm. Am încercat să adunăm între aceste pagini exerciții și probleme care să îl provoace, dar care, în același timp, să îi arate că matematica se construiește treptat.

Din experiența de la clasă se știe că nu toate rezolvările se găsesc la prima încercare. Uneori elevii au nevoie să se oprească, să mai citească o dată, să încerce o altă idee sau, pur și simplu, să nu renunțe. Tocmai de aceea am vrut ca această culegere să îi ajute pe elevi nu numai să obțină un rezultat bun la examen, ci și să capete încredere în ceea ce știu și în ceea ce pot face.

Mulțumim Editurii Corint pentru încrederea acordată acestui proiect și tuturor celor care ne-au fost alături pe parcursul realizării lui. Un gând aparte merge către familiile noastre, pentru răbdare, înțelegere și pentru tot timpul pe care ni l-au dăruit.

Vouă, elevilor, vă mulțumim poate cel mai mult. Întrebările voastre, greșelile, reușitele și toate momentele în care am căutat împreună o altă cale de rezolvare se regăsesc, într-un fel sau altul, în paginile acestei cărți.

Ne dorim ca această culegere să vă fie cu adevărat de folos. Scrieți pe ea, greșiți, ștergeți, încercați din nou și bucurați-vă de fiecare problemă pe care astăzi o puteți rezolva, deși ieri părea prea grea.

Pentru că matematica nu înseamnă să știi întotdeauna răspunsul din prima, ci și să ai răbdarea și curajul de a-l căuta.

Cu încredere în voi,
Autorii

Capitolul II

Divizibilitate. Rapoarte. Proporții. Procente. Mărimi direct și invers proporționale Patrulaterul

1. Repere teoretice

Divizibilitate

Un număr natural a este divizibil cu un număr natural b dacă există un număr natural c astfel încât: $a = b \cdot c$.

Notații: $\boldsymbol{a} \vdots \boldsymbol{b}$ (**a** divizibil cu **b**) sau $\boldsymbol{b} \mid \boldsymbol{a}$ (**b** divide **a**)

D_a = mulțimea divizorilor lui a, M_a = mulțimea multiplilor lui a

Observație:
Numerele 1 și a se numesc divizori improprii, iar ceilalți divizori ai lui a se numesc divizori proprii.

Criterii de divizibilitate:

- Criteriul de divizibilitate cu 2: un număr natural este divizibil cu 2 dacă și numai dacă ultima sa cifră este pară.
- Criteriul de divizibilitate cu 5: un număr natural este divizibil cu 5 dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0 sau 5.
- Criteriul de divizibilitate cu 10: un număr natural este divizibil cu 10 dacă și numai dacă ultima sa cifră este 0.
- Criteriul de divizibilitate cu 3: un număr natural este divizibil cu 3 dacă și numai dacă suma cifrelor formează un număr divizibil cu 3.
- Criteriul de divizibilitate cu 9: un număr natural este divizibil cu 9 dacă și numai dacă suma cifrelor formează un număr divizibil cu 9.
- Criteriul de divizibilitate cu 4: un număr natural este divizibil cu 4 dacă și numai dacă ultimele două cifre ale sale formează un număr divizibil cu 4.
- Criteriul de divizibilitate cu 25: un număr natural este divizibil cu 25 dacă și numai dacă ultimele două cifre ale sale formează un număr divizibil cu 25.
- Criteriul de divizibilitate cu 100: un număr natural este divizibil cu 100 dacă și numai dacă ultimele două cifre ale sale formează un număr divizibil cu 100.

Proprietățile relației de divizibilitate în mulțimea numerelor naturale:

1. $a \vdots 1$, $\forall\, a \in \mathbb{N}$ **2.** $0 \vdots a$, $\forall\, a \in \mathbb{N}^*$ **3.** $a \vdots a$, $\forall\, a \in \mathbb{N}$ (reflexivitatea)

4. Dacă $a \vdots b$ și $b \vdots a$, atunci $a = b$ (antisimetria), $\forall\, a, b \in \mathbb{N}$.

5. Dacă $a \vdots b$ și $b \vdots c$, atunci $a \vdots c$ (tranzitivitatea), $\forall\, a, b, c \in \mathbb{N}$.

6. Orice produs se divide cu fiecare factor al său: $a \cdot b \vdots a$ și $b \cdot a \vdots b$, $\forall a, b \in \mathbb{N}$.

7. Dacă numărul natural a este divizibil cu numărul natural b, atunci orice multiplu al lui a este divizibil cu b.

8. Dacă a, b, x, y sunt numere naturale, astfel încât a este divizibil cu x și b este divizibil cu y, atunci produsul ab este divizibil cu produsul xy: $a \vdots x$ și $b \vdots y$ atunci $ab \vdots xy$

9. Dacă $a \vdots d$ și $b \vdots d$, atunci $a + b \vdots d$ și $a - b \vdots d$.

2. Exerciții și probleme propuse

Divizibilitate

I. Completați spațiile punctate:

1. Multiplii numărului natural 20 cuprinși între 50 și 90 sunt .....
2. Numerele de forma $\overline{12a}$ divizibile cu 5 sunt .....
3. Numerele de forma $\overline{2a1}$ divizibile cu 3 sunt .....
4. Numerele naturale de forma $\overline{4a3a}$ divizibile cu 2 sunt .....
5. Multiplii lui 4 cuprinși între 6 și 26 sunt .....
6. Divizorii întregi ai numărului 14 sunt .....
7. Numerele prime cuprinse între 6 și 22 sunt .....
8. Numerele de forma $\overline{25x} \vdots 2$ sunt .....
9. Divizorii proprii ai numărului 10 sunt .....
10. Cel mai mare număr natural de forma $\overline{16xy} \vdots 5$ este .....
11. Cel mai mare număr natural de două cifre divizibil cu 2 este .....
12. Fie numerele 14, 75, 35, 89, 700, 77, 27, 84.
Dintre numerele de mai sus, multiplii lui 7 sunt .....
Dintre numerele de mai sus, cele divizibile cu 5 sunt .....
Dintre numerele de mai sus, cele care sunt divizibile cu 2 sunt .....

II. Alegeți varianta corectă:

1. Suma celor mai mici trei numere naturale impare este egală cu:
a. 9 **b.** 17 **c.** 21 **d.** 16
2. Cel mai mic număr nenul dintre multiplii comuni ai lui 3 și 5 este:
a. 85 **b.** 75 **c.** 60 **d.** 15
3. Un divizor comun al numerelor 12 și 18 este:
a. 4 **b.** 9 **c.** 6 **d.** 36
4. Cel mai mare divizor propriu al lui 10 este:
a. 10 **b.** 3 **c.** 4 **d.** 5
5. Afirmația „Numărul de forma $\overline{x76x}$ divizibil cu 5 este 5765” este:
a. adevărată **b.** falsă
6. Afirmația „Cel mai mic număr de forma $\overline{7xy}$ divizibil cu 5, $x \neq y$, este 700” este:
a. adevărată **b.** falsă
7. Multiplul numărului natural 20 cuprins între 70 și 90 este:
a. 71 **b.** 80 **c.** 85 **d.** 100
8. Numărul de forma $\overline{12a}$ divizibil cu 5, dar nedivizibil cu 2 este:
a. 120 **b.** 122 **c.** 125 **d.** 100
9. Numărul divizorilor naturali improprii ai numărului 6 este:
a. 1 **b.** 0 **c.** 4 **d.** 2
10. Singurul număr prim par este:
a. 2 **b.** 0 **c.** 4 **d.** 6

11. Perechea de numere prime a și b care verifică relația $2a + b = 12$ este:
a. (2, 4) **b.** (2, 5) **c.** (5, 2) **d.** (4, 6)

12. Afirmația „Cel mai mic număr prim impar este 3" este:
a. adevărată **b.** falsă

13. Suma celor mai mici trei numere naturale prime este egală cu:
a. 10 **b.** 17 **c.** 21 d.16

14. Cel mai mic număr nenul par dintre multiplii comuni ai lui 3 și 5 este:
a. 15 **b.** 20 **c.** 60 **d.** 30

15. Un divizor comun impar al numerelor 12 și 18 este:
a. 6 **b.** 9 **c.** 3 **d.** 36

16. Cel mai mare divizor impropriu al lui 10 este:
a. 5 **b.** 3 **c.** 4 **d.** 10

17. Afirmația „Orice număr natural de forma $\overline{aa32}$ este divizibil cu 4" este:
a. adevărată **b.** falsă

18. Afirmația „Un număr natural care are ultima cifră 0, 3, 6, 9 este divizibil cu 3" este:
a. adevărată **b.** falsă

III. Încercuiți A dacă propoziția este adevărată și F dacă propoziția este falsă:

1. Un număr de forma $\overline{x23x}$ divizibil cu 5 este 5235. A F

2. Cel mai mic număr de forma $\overline{7xy}$ divizibil cu 25, $x \neq y$, este 700. A F

3. Numărul divizorilor proprii ai numărului 36 este 6. A F

4. Cel mai mic număr prim de două cifre distincte este 13. A F

IV. Pentru exercițiile următoare redactați rezolvările complete:

1. Scrieți toți divizorii numărului 24. Dintre aceștia, precizați care sunt cei proprii și care sunt cei improprii.

2. Se consideră numărul $m = 1^{10} + 3^2 + [(3^2)^6 - 27^4] \cdot 10^5$.
A. Scrieți toți multiplii mai mici decât 55 ai numărului m.
B. Enunțați criteriul de divizibilitate cu 10.
C. Precizați dacă numărul m este un număr prim sau compus. Justificați răspunsul.

3. Aflați numerele prime a și b, știind că $a + 2b = 16$.

4. Aflați media aritmetică a multiplilor lui 6 cuprinși între 8 și 20.

5. Verificați dacă $6 \mid (1 + 2 + 3 + 4 + ... + 24)$.

6. Determinați toate numerele de forma $\overline{34a5b}$, știind că sunt divizibile cu 5 și suma cifrelor fiecărui număr este 18.

7. Suma a 3 numere impare consecutive este 69. Aflați numerele.

8. Calculați suma tuturor numerelor naturale de forma $\overline{43a}$ divizibile cu 5.

9. Determinați numărul natural n, știind că 15 este multiplul numărului $n + 3$.

10. Care sunt numerele naturale cuprinse între 8 și 60 care sunt multipli ai lui 4, dar nu sunt multipli ai lui 10?

11. Aflați câte numere naturale impare de forma $\overline{15aa}$ există.

12. Determinați toate numerele naturale de forma $\overline{12x34y}$, știind că sunt divizibile cu 5 și au suma cifrelor egală cu 16.

13. Descompuneți numerele 525 și 1260 în produs de factori primi. Calculați c.m.m.m.c și c.m.m.d.c ale numerelor 525 și 1260.

14. Descompuneți numerele 2250 și 4200 în produs de factori primi. Calculați c.m.m.m.c și c.m.m.d.c ale numerelor 2250 și 4200.

Capitolul III

Ecuații, sisteme, inecuații, intervale
Cercul

1. Repere teoretice

Ecuații, sisteme, inecuații, intervale

Prin **ecuație** înțelegem o propoziție matematică în care apar unul sau mai mulți termeni necunoscuți și o singură dată semnul egal. „Litera" care apare într-o ecuație se numește necunoscută. Forma unei ecuații de gradul I cu o necunoscută este: $ax + b = 0$, unde a este număr nenul. Soluția ecuației este unică și este de forma $-\frac{b}{a}$.

Exemplu: Enunțul $12 - 2a = 6$ este adevărat pentru $a = 3$.

Contraexemple: $12 - 6 = 6$ nu este ecuație, deoarece nu are termen necunoscut;

$12 - 2a = 6 = a + 4$ nu este ecuație, deoarece apare de mai multe ori semnul egal.

Să rezolvi o ecuație înseamnă să urmezi toți pașii necesari pentru a afla valoarea necunoscutei, care prin înlocuirea în propoziția inițială determină o propoziție adevărată. Această valoare se numește soluția ecuației. Pentru a verifica existența soluției, verificăm mulțimea de valori date de problemă. De exemplu, dacă se cere rezolvarea unei ecuții în $\mathbb{N}$, iar rezultatul obținut este -3, atunci mulțimea soluțiilor este mulțimea vidă, deoarece $-3 \notin \mathbb{N}$.

Exemple: Rezolvați următoarele ecuații în $\mathbb{R}$.

a. $12 - 2a = 6 \Leftrightarrow 2a = 12 - 6 \Leftrightarrow 2a = 6 \Leftrightarrow a = 6 : 2 \Leftrightarrow a = 3$

b. $4(x - 1) = 3x + 9 \Leftrightarrow 4x - 4 = 3x + 9 \Leftrightarrow 4x - 3x = 9 + 4 \Leftrightarrow x = 13$

c. $\frac{x+1}{3} = 4^2 - \sqrt{25} \Leftrightarrow \frac{x+1}{3} = 16 - 5 \Leftrightarrow \frac{x+1}{3} = 11 \Leftrightarrow x + 1 = 11 \cdot 3 \Leftrightarrow x + 1 = 33 \Leftrightarrow x = 32$

d. $6x + 2 = 4(x - 3{,}2) \Leftrightarrow 6x + 2 = 4x - 4 \cdot 3{,}2 \Leftrightarrow 6x + 2 = 4x - 12{,}8 \Leftrightarrow 6x - 4x = -12{,}8 - 2 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 2x = -14{,}8 \Leftrightarrow x = -14{,}8 : 2 \Leftrightarrow x = -7{,}4$

e. $a\sqrt{3} - 4 = 8 \Leftrightarrow a\sqrt{3} = 8 + 4 \Leftrightarrow a\sqrt{3} = 12 \Leftrightarrow a = \frac{12}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow a = \frac{12\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow a = 4\sqrt{3}$

f. $\frac{4}{5} = \frac{3a+2}{-20} \Leftrightarrow 5 \cdot (3a + 2) = 4 \cdot (-20) \Leftrightarrow 5 \cdot (3a + 2) = -80 \Leftrightarrow 3a + 2 = -80 : 5 \Leftrightarrow 3a + 2 = -16 \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow 3a = -16 - 2 \Leftrightarrow 3a = -18 \Leftrightarrow a = -18 : 3 \Leftrightarrow a = -6$

g. $3d\sqrt{6} + 2\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot \sqrt{2} \Leftrightarrow 3d\sqrt{6} + 2\sqrt{3} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{6}} \Leftrightarrow 3d\sqrt{6} + 2\sqrt{3} = \frac{1}{\sqrt{3}} \Leftrightarrow 3d\sqrt{6} = \frac{1}{\sqrt{3}} - 2\sqrt{3} \Leftrightarrow 3d\sqrt{6} =$
$= \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{2\sqrt{3}}{1} \Leftrightarrow 3d\sqrt{6} = \frac{\sqrt{3}}{3} - \frac{6\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow 3d\sqrt{6} = \frac{-5\sqrt{3}}{3} \Leftrightarrow d = \frac{-5\sqrt{3}}{3} : \frac{3\sqrt{6}}{1} \Leftrightarrow d = \frac{-5\sqrt{3}}{3} \cdot \frac{1}{3\sqrt{6}} \Leftrightarrow$
$\Leftrightarrow d = \frac{-5\sqrt{3}}{9\sqrt{6}} \Leftrightarrow d = \frac{-5\sqrt{18}}{54} \Leftrightarrow d = \frac{-5 \cdot 3\sqrt{2}}{54} \Leftrightarrow d = \frac{-5\sqrt{2}}{18}$

Două **ecuații** se numesc **echivalente** dacă au aceeași soluție.

Exemplu: $a\sqrt{3} = \sqrt{27}$ și $\frac{2}{a} = \frac{8}{12}$ sunt echivalente, deoarece au aceeași soluție $a = 3$.

Inecuațiile sunt inegalitățile matematice între două expresii care conțin cel puțin o variabilă (necunoscută) și care sunt adevărate doar pentru anumite valori ale acesteia. Spre deosebire de ecuații, care folosesc semnul egal (=), inecuațiile folosesc semnele $<$, $>$, $\leq$ sau $\geq$.

3

3. Modele de teste

Testul nr. 1 – Ecuații și inecuații

Subiectul I (30 de puncte)

Încercuiți pe foaia de test doar răspunsul corect.		
1.	**5p**	Soluția ecuației $\sqrt{3} - 2x = -\sqrt{27}$ este: **a.** $\sqrt{3}$ **b.** $2\sqrt{3}$ **c.** $4\sqrt{3}$ **d.** $-2\sqrt{3}$
2.	**5p**	Opusul soluției ecuației $\frac{x}{2} - 4 = -5$ este: **a.** –2 **b.** 2 **c.** 18 **d.** –18
3.	**5p**	Soluția negativă a ecuației $\lvert x\rvert = 3$ este: **a.** –3 **b.** 3 **c.** –1 **d.** 0
4.	**5p**	Cel mai mare număr întreg, soluție a inecuației $x\sqrt{5} < -\sqrt{125}$, este: **a.** –5 **b.** –6 **c.** –4 **d.** 5
5.	**5p**	Suma soluțiilor inecuației $\overline{12a} > 127$ este egală cu: **a.** 8 **b.** 9 **c.** 17 **d.** 24
6.	**5p**	Valoarea întreagă –2 este soluție a ecuației: $5 - 2x = 11 - (-x)$. **a.** adevărat **b.** fals

Subiectul II (30 de puncte)

Încercuiți pe foaia de test doar răspunsul corect.		
1.	**5p**	Suma soluțiilor întregi negative ale inecuației $\lvert 2x + 1\rvert \leq 3$ este egală cu: **a.** –3 **b.** –2 **c.** 0 **d.** 1
2.	**5p**	Cardinalul mulțimii $A = \left\{x \in \mathbb{Z} \mid -\sqrt{3} < x \leq \sqrt{8}\right\}$ este: **a.** 3 **b.** 4 **c.** 2 **d.** 5
3.	**5p**	Alegând la întâmplare o cifră, probabilitatea ca aceasta să fie soluție a inecuației $2x < 16$ este: **a.** $\frac{7}{10}$ **b.** $\frac{7}{9}$ **c.** $\frac{8}{10}$ **d.** $\frac{8}{9}$
4.	**5p**	Soluția ecuației $2\sin 30^\circ + x = 3$ este: **a.** $\frac{1}{2}$ **b.** 2 **c.** 4 **d.** $\frac{3}{2}$
5.	**5p**	Inversa soluției ecuației $\frac{1}{x} - 3 = \frac{2}{3}$ este: **a.** $\frac{11}{3}$ **b.** $\frac{3}{11}$ **c.** $\frac{3}{9}$ **d.** $\frac{-7}{3}$
6.	**5p**	Valoarea de adevăr a propoziției „$-2 \in \{x \in \mathbb{R} \mid x^2 = 4\}$” este: **a.** fals **b.** adevărat

Subiectul III (30 de puncte)

Pe foaia de test scrieți rezolvările complete.

1. Se dau numerele: $a = 2\sqrt{48} - \sqrt{75} + \frac{3}{\sqrt{3}}$ și $b = \left(1\frac{3}{4} - 0{,}25\right) \cdot 4\sqrt{3}$.

a. Demonstrați că $a = 4\sqrt{3}$ și $b = 6\sqrt{3}$.

b. Determinați valoarea necunoscutei x, știind că $a + b + x = \left(\frac{1}{\sqrt{300}}\right)^{-1}$.

2. Media geometrică a numerelor a și $2\sqrt{5}$ este egală cu $5\sqrt{2}$. Determinați necunoscuta a și aflați media aritmetică a numerelor a și $3\sqrt{5}$.

3. Calculați suma cifrelor x și y, știind că: $\overline{0,x} + \overline{0,1x} = 0,32$ și $\overline{0,(y)} + \overline{y,(2)} = 3,(5)$.

4. Demonstrați că indiferent de valorile necunoscutelor a și b, valoarea fracției $\frac{\overline{a1b} + \overline{a2b} + \ldots + \overline{a9b}}{\overline{a5b}}$ este număr natural pătrat perfect.

5. Dacă mărim o cincime dintr-un număr necunoscut cu 26,3 obținem 32. Aflați numărul necunoscut.

6. Se consideră numărul $a = \left(\sqrt{27} - \sqrt{5^{-1}} - \frac{4}{\sqrt{3}} + \frac{6}{\sqrt{5}}\right)\left(\sqrt{\frac{5}{3}} + 1\right)^{-1}$. Determinați numărul întreg x, știind că $x < a < x + 1$.

Testul nr. 2 – Ecuații și inecuații

Subiectul I (30 de puncte)

Încercuiți pe foaia de test doar răspunsul corect.		
1.	**5p**	Soluția, număr rațional, a ecuației $24,5 + x = 143,52$ este: **a.** 119,02 **b.** 119,47 **c.** 141,07 **d.** 168,02
2.	**5p**	Soluția, număr rațional, a ecuației $5x - 4,81 = x + 2,19$ este: **a.** 28 **b.** 1,75 **c.** 3,5 **d.** 0,655
3.	**5p**	Soluția, număr rațional, a ecuației $(2x - 1) : 1,75 = 0,4$ este: **a.** 1,7 **b.** 0,85 **c.** 0,75 **d.** 3,4
4.	**5p**	Soluția, număr rațional, a ecuației $(1 + 2 + 3 + \ldots + 20) \cdot x - 125,4 = 294,6$ este: **a.** 0 **b.** 20 **c.** 2 **d.** 125,4
5.	**5p**	Soluția, număr natural, a ecuației $\overline{x,7} + \overline{x,5} = 7,2$ este: **a.** 1 **b.** 2 **c.** 3 **d.** 4
6.	**5p**	Soluția, număr rațional, a ecuației $\overline{0,0(x)} + \overline{0,2(x)} = 0,(3)$ este: **a.** 7 **b.** 8 **c.** 9 **d.** 6

Subiectul II (30 de puncte)

1.	**5p**	Cel mai mare număr natural care este soluție a inecuației $2x + 6,2 \leq 10,6$ este: **a.** 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** 3
2.	**5p**	Cel mai mic număr natural nenul care este soluție a inecuației $15x - 2,5 \geq 5x + 4,5$ este: **a.** 0 **b.** 1 **c.** 2 **d.** 3
3.	**5p**	Cel mai mic număr natural nenul care este soluție a inecuației $2 \cdot (13,27 + 2,23) + 12,4 : 3,1 \leq 2,5x - 15$ este: **a.** 2 **b.** 20 **c.** 21 **d.** 22
4.	**5p**	Suma soluțiilor naturale de o cifră ale inecuației $(1,1 + x) + (2,2 + 2x) + (3,3 + 3x) \geq 24,6$ este egală cu: **a.** 30 **b.** 42 **c.** 21 **d.** 31
5.	**5p**	Ecuația $3\frac{1}{2} + x = \frac{3}{2} + 2$ are soluție în mulțimea numerelor întregi nenule: **a.** adevărat **b.** fals
6.	**5p**	Știind că suma dintre dublul unui număr și treimea lui este 16,17, aflați numărul: **a.** 6,93 **b.** 6,83 **c.** 5,93 **d.** 5,83

Capitolul IV

Expresii algebrice. Funcții
Elemente de geometrie în spațiu

1. Repere teoretice

Expresii algebrice

Formule de calcul prescurtat

1. **Pătratul sumei:** $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$
2. **Pătratul diferenței:** $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$
3. **Diferența de pătrate:** $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$

➦ Aceste formule pot fi utilizate în ambele sensuri: de la stânga la dreapta – pentru dezvoltarea unei expresii ridicate la pătrat sau a unui produs de forma $(a-b)(a+b)$ – sau de la dreapta la stânga – pentru recunoașterea și descompunerea în factori a unei expresii de forma $a^2 + 2ab + b^2$, $a^2 - 2ab + b^2$ sau $a^2 - b^2$.

Atenție! Nu confundați următoarele egalități:
• $(a+b)^2 \neq a^2 + b^2$ *(lipsește termenul* $2ab$*)*; • $(a-b)^2 \neq a^2 - b^2$.

Descompunerea în factori constă în scrierea unei expresii algebrice sub forma unui produs de doi sau mai mulți factori. Principalele metode de descompunere în factori sunt:

a) ***Factorul comun*** – Dacă toți termenii unei expresii au un factor comun (număr și/sau literă), acesta se scoate în fața parantezei.

Exemplu: $ax + ay = a(x+y)$

b) ***Gruparea termenilor*** – Dacă termenii unei expresii nu au un factor comun, aceștia se grupează (de regulă, câte doi), astfel încât fiecare grup să aibă un factor comun. După scoaterea factorului comun din fiecare grup, se obține un nou factor comun, care se scoate în fața parantezei.

Exemplu: $ax + ay + bx + by = a(x+y) + b(x+y) = (x+y)(a+b)$

c) ***Aplicarea inversă a formulelor de calcul prescurtat*** – O expresie algebrică se poate descompune în factori prin recunoașterea unei formule de calcul prescurtat.

- Dacă expresia este de forma: $a^2 + 2ab + b^2$, atunci $a^2 + 2ab + b^2 = (a+b)^2$.
- Dacă expresia este de forma $a^2 - 2ab + b^2$, atunci $a^2 - 2ab + b^2 = (a-b)^2$.
- Dacă expresia este de forma $a^2 - b^2$, atunci $a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)$.

Observație: În practică, descompunerea în factori presupune adesea combinarea mai multor metode (factor comun, gruparea termenilor și aplicarea formulelor de calcul prescurtat).

Amplificarea unei fracții algebrice constă în înmulțirea numărătorului și a numitorului cu aceeași expresie nenulă. Prin amplificare se obține o fracție echivalentă.

$$\frac{A}{B} = \frac{A \cdot C}{B \cdot C},\ B \neq 0,\ C \neq 0.$$

Observație: Amplificarea se folosește, în special, pentru aducerea fracțiilor la același numitor.

2. Exerciții și probleme propuse

Expresii algebrice

1. Aduceți expresiile la forma cea mai simplă:

a) $7x - 3x + 5x$;
b) $4a - 9 + 2a + 7$;
c) $12m - 8n + 5m + 3n$;
d) $5a^2 + 7a - 3a^2 + 2a$;
e) $9x^2 - 6x + 4 + 5x^2 + 8x - 9$
f) $7ab - 4a + 3ab + 2a$;
g) $8x - 3y + 5x + 6y$;
h) $(3x + 5) + (2x - 7)$;
i) $(5a - 2) + (7 - 3a)$;
j) $(4x + 3y) + (2x - 5y)$;
k) $(7m - 8) + (5m + 6)$;
l) $(6x^2 + 4x) + (3x^2 - 5x)$;
m) $(5x + 8) - (2x - 3)$;
n) $(7a - 5) - (3a + 9)$;
o) $(8x - 2y) - (5x + 6y)$;
p) $(9x^2 - 3x) - (4x^2 + 5x)$;
q) $3(2x - 5)$;
r) $-4(3a + 7)$;
s) $5x(x - 8)$;
t) $-2m(3m - 4)$;
u) $7a(2a + 5)$;
v) $(x + 4)(x + 7)$;
w) $(2x - 5)(x + 3)$;
x) $(3a + 2)(2a - 1)$;
y) $(x - 8)(x + 6)$;
z) $(5m - 4)(2m + 3)$.

2. Dezvoltați și aduceți expresiile la forma cea mai simplă, folosind formulele de calcul prescurtat:

a) $(2x + 5)^2$;
b) $(3a - 7)^2$;
c) $(5m + 2)^2$;
d) $(4x - 1)^2$;
e) $(6y + 5)^2$;
f) $(x + 5)^2 - (x^2 + 10x + 25)$;
g) $(x + 9)(x - 9) + 81$;
h) $(3a - 2)^2 - 9a^2$;
i) $16x^2 - (4x - 3)(4x + 3)$;
j) $(5m + 1)^2 - 10m - 1$;
k) $(2x - 3)^2 - (x - 5)(4x + 6) + 2x(x - 7)$;
l) $3(2a - 5) - 2(4a + 7) + (a - 3)^2$;
m) $2(3x + 5) - 4(x - 7) + (2x - 3)^2$;
n) $(4a + 1)^2 - (2a - 5)(8a + 2)$.

3. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x} - \frac{1}{x+2}\right) : \frac{1}{x^2-4}$, unde $x \in \mathbb{R}$, $x \neq -2$, $x \neq 0$, $x \neq 2$.

a) Arătați că $\frac{3}{x-2} - \frac{2}{x} - \frac{1}{x+2} = \frac{8(x+1)}{x(x-2)(x+2)}$.
b) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.
c) Calculați $E(4)$.

4. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{5}{x-1} - \frac{1}{x+1} - \frac{3}{x}\right) : \frac{1}{x^2-1}$, unde $x \neq -1$, $x \neq 0$, $x \neq 1$.

a) Calculați valoarea expresiei pentru $x = 3$.
b) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.
c) Calculați n, număr natural, astfel încât $3 \cdot E(n) : [(n + 3)^2 - 6]$ este număr natural.

5. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{5}{x-4} - \frac{3}{x+4} - \frac{2}{x}\right) : \frac{1}{x^2-16}$, unde $x \neq -4$, $x \neq 0$, $x \neq 4$.

a) Demonstrați că $E(1)$ este divizibil cu 32.
b) Aduceți expresia la forma cea mai simplă
c) Determinați valorile naturale ale lui n pentru care $E(n) = 64n$.

6. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{2}{x-5} + \frac{4}{x} - \frac{6}{x+5}\right) : \frac{1}{x^2-25}$, unde $x \neq -5$, $x \neq 0$, $x \neq 5$.

a) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.
b) Calculați $E(10)$.

7. Se consideră expresia $E(x) = \left(\frac{6}{x-3} - \frac{1}{x} + \frac{3}{x+3} + \frac{x^2}{x(x-3)(x+3)}\right) : \frac{x^2+x+1}{x^2-9}$, unde $x \neq -3$, $x \neq 0$, $x \neq 3$.

a) Demonstrați că $\frac{6}{x-3} - \frac{1}{x} + \frac{3}{x+3} + \frac{x^2}{x(x-3)(x+3)} = \frac{9x^2+9x+9}{x(x-3)(x+3)}$.
b) Aduceți expresia la forma cea mai simplă.

Modele de teste pentru Evaluarea Națională

Dragi elevi,

Primele 5 teste sunt concepute pentru pregătirea simulării Evaluării Naționale, iar următoarele 10 teste urmăresc consolidarea și aprofundarea cunoștințelor în vederea Evaluării Naționale.

Spor la lucru și mult succes!

TEST 1

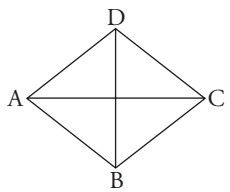
SUBIECTUL I (30 de puncte)

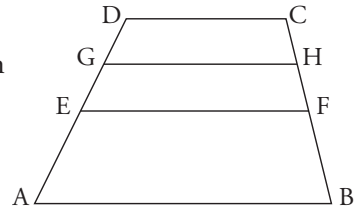
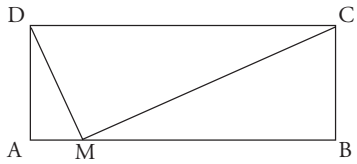
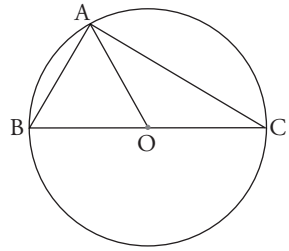
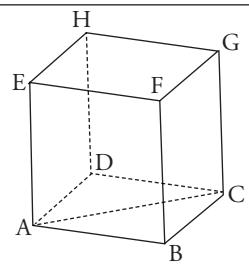
Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p	**1.** Rezultatul calculului $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}-\frac{1}{12}$ este: **a)** 0 **b)** $\frac{1}{5}$ **c)** $-\frac{1}{5}$ **d)** $\frac{1}{2}$
5p	**2.** Dacă două caiete și un pix costă 17 lei, iar două pixuri și un caiet costă 19 lei, atunci un caiet costă: **a)** 10 lei **b)** 51 de lei **c)** 5 lei **d)** 55 de lei
5p	**3.** Se consideră mulțimea $A=\{x\in\mathbb{Z}\mid x^2\leq 2\}$. Numărul elementelor mulțimii A este: **a)** 3 **b)** 5 **c)** 2 **d)** 0
5p	**4.** Dintre numerele $\frac{2}{5}$; 0,45 ; 0,4(5) ; 0,(45), cel mai mare este: **a)** $\frac{2}{5}$ **b)** 0,45 **c)** 0,4(5) **d)** 0,(45)
5p	**5.** Soluția ecuației $2-3{,}5x=-33$ este: **a)** 1 **b)** 10 **c)** -10 **d)** -1
5p	**6.** Afirmația „Știind că $x+\frac{1}{x}=5$, deducem că $x^2+\frac{1}{x^2}=25$.” este: **a)** adevărată **b)** falsă

SUBIECTUL al II-lea (30 de puncte)

Încercuiți litera corespunzătoare răspunsului corect.

5p	**1.** Se consideră punctele A, P, B coliniare, astfel încât $\frac{AP}{AB}=\frac{2}{5}$. Știind că lungimea segmentului AB este de 10 cm, lungimea segmentului BP este egală cu: **a)** 2,5 cm **b)** 6 cm **c)** 4 cm **d)** 2 cm 
5p	**2.** Un romb are diagonalele de 20 cm, respectiv 48 cm. Semiperimetrul rombului este egal cu: **a)** 26 cm **b)** 52 cm **c)** 68 cm **d)** 104 cm 

5p	**3.** În trapezul $ABCD$, $AB \parallel DC$, $AD \nparallel BC$, E și F sunt mijloacele laturilor AD și BC, G și H sunt mijloacele segmentelor DE și CF. Dacă $DC = 8$ cm și $AB = 16$ cm, atunci lungimea segmentului GH este de: **a)** 6 cm **b)** 12 cm **c)** 24 cm **d)** 10 cm 
5p	**4.** Figura alăturată reprezintă schița unui teren în formă de dreptunghi $ABCD$. Punctul M se află pe latura AB, astfel încât $\sphericalangle ADM = \sphericalangle CMB = 30°$. Atunci, măsura unghiului dintre dreptele DM și CM este de: **a)** 25° **b)** 60° **c)** 30° **d)** 90° 
5p	**5.** Se consideră triunghiul ABC înscris în cercul $\mathscr{C}$ de centru O și rază 9 cm. Știind că latura BC are lungimea de 18 cm, iar triunghiul ΔOBA este echilateral, lungimea laturii AC este de: **a)** $9\sqrt{3}$ cm **b)** $6\sqrt{3}$ cm **c)** $18\sqrt{3}$ cm **d)** $12\sqrt{3}$ cm 
5p	**6.** Dacă $ABCDEFGH$ este un cub cu lungimea segmentului AC de $4\sqrt{2}$ cm, atunci suma tuturor lungimilor muchiilor este egală cu: **a)** 48 cm **b)** $48\sqrt{2}$ cm **c)** 16 cm **d)** $4\sqrt{2}$ cm 

SUBIECTUL al III-lea (30 de puncte)

Scrieți rezolvările complete

1. Se consideră numerele naturale a, b și c, al căror produs este 120. Se știe că a și b sunt direct proporționale cu 3 și respectiv 5, iar b și c sunt invers proporționale cu 2 și respectiv 10.

2p **a)** Andreea consideră că $a < b < c$. Justificați dacă afirmația sa este adevărată.

3p **b)** Determinați suma celor 3 numere.

2. Se consideră $E(x) = \left(\frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+2}\right) : \frac{2x+3}{x^2+3x+2} - 3$, unde x este număr real, $x \neq -1$, $x \neq -2$ și $x \neq -\frac{3}{2}$.

2p **a)** Arătați că $x^2 + 3x + 2 = (x+1)(x+2)$.

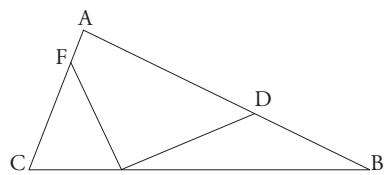
3p **b)** Arătați că $E(x)$ nu depinde de x, unde x este număr real, $x \neq -1$, $x \neq -2$ și $x \neq -\frac{3}{2}$.

3. Se consideră sistemul de două ecuații liniare cu două necunoscute: $\begin{cases} \frac{x+2}{y+1} = \frac{x+1}{y} \\ 2x - 4y = -10 \end{cases}$.

2p **a)** Verificați dacă perechea $(2; 3)$ este soluție a sistemului de ecuații.

3p **b)** Rezolvați sistemul în mulțimea numerelor reale.

4. În figura alăturată, pe laturile AB, BC și AC ale triunghiului ABC se consideră punctele D, E și F, astfel încât $DB \equiv DE$, $FE \equiv FC$ și $DE \perp EF$.



2p **a)** Demonstrați că triunghiul ABC este dreptunghic.

3p **b)** Dacă M este mijlocul segmentului DF, arătați că triunghiul AME este isoscel.

Cuprins

Cuvânt-înainte 3

Capitolul I. Mulțimi de numere. Calcule cu numere naturale, întregi, raționale, reale
Unghiul. Triunghiul 5

1. Repere teoretice 5
2. Exerciții și probleme propuse 14
3. Modele de teste 25

Capitolul II. Divizibilitate. Rapoarte. Proporții. Procente.
Mărimi direct și invers proporționale
Patrulaterul 42

1. Repere teoretice 42
2. Exerciții și probleme propuse 54
3. Modele de teste 59

Capitolul III. Ecuații, sisteme, inecuații, intervale
Cercul 65

1. Repere teoretice 65
2. Exerciții și probleme propuse 72
3. Modele de teste 76

Capitolul IV. Expresii algebrice. Funcții
Elemente de geometrie în spațiu 84

1. Repere teoretice 84
2. Exerciții și probleme propuse 91
3. Modele de teste 101

Modele de teste pentru Evaluarea Națională 105

8 MATEMATICĂ. GHID PENTRU EVALUAREA NAȚIONALĂ CLASA A VIII-A

Acest ghid se adresează elevilor de clasa a VIII-a care se pregătesc pentru Evaluarea Națională la matematică și a fost conceput pornind de la experiența directă la clasă a autorilor. S-a urmărit ca noțiunile esențiale să fie prezentate clar și accesibil, iar exercițiile să îi conducă pe elevi, pas cu pas, de la înțelegerea și fixarea conceptelor la aplicarea lor în situații din ce în ce mai complexe. Exercițiile rezolvate oferă modele de lucru, iar cele propuse le dau elevilor posibilitatea de a exersa, de a-și verifica înțelegerea și de a câștiga treptat siguranță în rezolvare.

Cartea nu își propune doar să ofere cât mai multe exerciții, ci să construiască un parcurs coerent de pregătire. Scopul este acela ca elevul să învețe să citească atent o cerință, să identifice ceea ce știe, să aleagă drumul potrivit și să aibă răbdarea de a căuta o soluție chiar și atunci când aceasta nu apare din prima încercare. Pregătirea pentru Evaluarea Națională este un proces care presupune nu doar formule memorate, calcule efectuate și probleme rezolvate, ci și exercițiu, perseverență și, mai ales, încredere în propriile forțe.



CORINT EDUCAȚIONAL

ISBN: 978-630-361-426-7

www.edituracorint.ro