

BREVIAR TEORETIC



ALGEBRĂ

Numere naturale

❖ Pentru a scrie numerele naturale folosim cele zece cifre: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. Cu ajutorul lor se formează:

10 numere naturale de o cifră: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9.	90 de numere naturale de două cifre: 10, 11, 12, ... 99. Forma generală de scriere a acestora este $\overline{ab}$, a și b cifre, $a \neq 0$; $\overline{ab} = 10 \cdot a + b$	900 de numere naturale de trei cifre: 100, 101, 102, ... 999. Forma generală de scriere a acestora este $\overline{abc}$, a, b și c cifre, $a \neq 0$; $\overline{abc} = 100 \cdot a + 10 \cdot b + c$	și așa mai departe
---	--	--	-------------------------------

❖ Numerele pare sunt: 0, 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, și au forma generală $2n$, n număr natural.

❖ Numerele impare sunt: 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, și au forma generală $2n + 1$, n număr natural.

❖ Sistemul de numerație pe care-l folosim se numește *sistem de numerație zecimal* – din zece în zece – și este un sistem pozițional pentru că fiecare cifră are o anumită poziție. Astfel se formează *clase de unități, mii, milioane, miliarde*, iar fiecare clasă cuprinde *sute, zeci și unități*.

❖ Dacă două numere naturale au un număr diferit de cifre, atunci este mai mare numărul cu mai multe cifre.

Dacă două numere naturale au același număr de cifre, atunci comparăm cifrele de același ordin, de la stânga la dreapta, până când ajungem la cifre diferite. Este mai mare numărul care are cifra respectivă mai mare.

❖ Dacă avem un număr natural n , $n \neq 0$, numărul $n - 1$ se numește *predecesorul* numărului n . Doar numărul 0 nu are predecesor număr natural.

Dacă avem un număr natural n , numărul $n + 1$ se numește *succesorul* numărului n . Orice număr natural are un succesor număr natural.

❖ Dacă în loc de un număr punem un număr apropiat de el, spunem că am făcut o aproximare a numărului dat. Putem *aproxima* un număr *prin lipsă* sau *prin adaos*.

Aproximarea prin lipsă până la zeci/sute/mii... a unui număr natural este cel mai mare număr format numai din zeci/sute/mii... mai mic sau egal decât numărul dat. Aproximarea prin lipsă de un anumit ordin a unui număr este numărul obținut prin *neluarea* în considerare a cifrelor situate după ordinul respectiv (adică cifrele din dreapta celui ordin se înlocuiesc cu zerouri).

Aproximarea prin adaos până la zeci/sute/mii... a unui număr natural este cel mai mic număr format numai din zeci/sute/mii... mai mare decât numărul dat. Aproximarea prin adaos de un anumit ordin este numărul obținut prin *mărirea* cifrei corespunzătoare ordinului respectiv cu o unitate, iar cifrele situate la dreapta celui ordin se înlocuiesc cu zerouri.

Rotunjirea unui număr până la zeci/sute/mii este aproximarea prin lipsă sau prin adaos mai „apropiată” de numărul respectiv. Dacă ambele aproximări sunt la fel de „apropiate” de numărul respectiv, atunci se consideră aproximarea prin adaos.

Adunarea numerelor naturale

$$\underset{\text{termeni}}{a + b} = \underset{\text{sumă sau total}}{c}$$

Suma a două sau mai multor numere nu se schimbă dacă:

- ✓ schimbăm ordinea termenilor: $a + b = b + a$, oricare ar fi numerele a și b ; spunem că adunarea este *comutativă*;
- ✓ grupăm termenii în moduri diferite: $a + (b + c) = (a + b) + c$, oricare ar fi numerele a , b și c ; spunem că adunarea este *asociativă*;
- ✓ adăugăm termeni egali cu zero: $a + 0 = a$, oricare ar fi numărul a ; spunem că 0 este *element neutru* la adunare.

Scăderea numerelor naturale

$$\underset{\text{descăzut}}{a} - \underset{\text{scăzător}}{b} = \underset{\text{rest sau diferență}}{c}$$

- ✓ Scăderea numerelor naturale are sens dacă descăzutul este mai mare sau egal cu scăzătorul.
- ✓ Proba adunării se face prin scădere. Proba scăderii se face prin adunare sau prin scădere.

Adunarea: termen (a) + termen (b) = suma (s). *Proba:* $a = s - b$, $b = s - a$.

Scăderea: descăzut (d) - scăzător (s) = diferență (r). *Proba:* $d = s + r$, $s = d - r$.

Înmulțirea numerelor naturale

$$\underset{\text{factori}}{a \cdot b} = \underset{\text{produs}}{c}$$

Produsul a două sau mai multor numere nu se schimbă dacă:

- ✓ schimbăm ordinea factorilor: $a \cdot b = b \cdot a$, oricare ar fi numerele a și b ; spunem că înmulțirea este *comutativă*;
- ✓ grupăm factorii în moduri diferite: $a \cdot (b \cdot c) = (a \cdot b) \cdot c$, oricare ar fi numerele a , b și c ; spunem că înmulțirea este *asociativă*;
- ✓ înmulțim orice număr natural cu 1: $a \cdot 1 = a$; spunem că numărul 1 este *element neutru* la înmulțire;
- ✓ înmulțind orice număr natural cu zero, produsul este egal cu 0: $a \cdot 0 = 0$;
- ✓ oricum am calcula, rezultatul este același: $a \cdot (b + c) = a \cdot b + a \cdot c$ și $a \cdot (b - c) = a \cdot b - a \cdot c$, oricare ar fi numerele a , b și c ; spunem că înmulțirea este *distributivă față de adunare și față de scădere*.

Împărțirea cu rest 0 a numerelor naturale

- ✓ Dacă la împărțirea a două numere restul este zero, putem scrie:

$$\underset{\text{deîmpărțit}}{d} : \underset{\text{împărțitor}}{\hat{}} = \underset{\text{cât}}{c}, \hat{} \neq 0.$$

- ✓ Proba înmulțirii se face prin împărțire. Proba împărțirii se face prin înmulțire sau împărțire.

Dacă avem $a \cdot b = c$, $a \neq 0$, $b \neq 0$, *proba înmulțirii* se poate face astfel: $a = c : b$ sau $b = c : a$.

Dacă avem $d : \hat{} = c$, $\hat{} \neq 0$, *proba împărțirii* se poate face $d = \hat{} \cdot c$ sau $\hat{} = d : c$, $c \neq 0$.

Dacă termenii unei adunări sau scăderi se pot scrie ca produse de doi sau mai mulți factori, dintre care unul se repetă, atunci factorul respectiv se numește *factor comun*.

Pentru simplificarea calculelor, putem să *scoatem factor comun*.

$$a \cdot b - a \cdot c = a \cdot (b - c)$$

$$a \cdot b + a \cdot c = a \cdot (b + c)$$

Elemente de geometrie

- ❖ *Punctul* poate fi descris ca fiind urma lăsată pe hârtie de vârful unui creion foarte bine ascuțit sau ca înțepătura unui vârf de ac.
 - ✓ nu are dimensiune – nu este mai mare sau mai mic, mai subțire sau mai gros;
 - ✓ se reprezintă prin desen în diverse moduri ($\bullet$ sau $\times$ sau $+$...);
 - ✓ se notează cu litere mari de tipar.
- ❖ Despre *dreaptă* putem spune că este ca un fir de ață foarte subțire și foarte bine întins, nemărginit și într-o parte și în cealaltă.
 - ✓ nu are grosime;
 - ✓ reprezentarea ei prin desen se face cu ajutorul riglei – reprezentăm o parte;
 - ✓ se notează cu o literă mică sau cu ajutorul a două puncte distincte de pe ea.
- ❖ *Semidreapta* este o porțiune dintr-o dreaptă, mărginită la un capăt și nelimitată în celălalt capăt. Capătul în care semidreapta este mărginită se numește originea semidreptei.
 - ✓ Două semidrepte care au aceeași origine, nu au puncte comune și sunt incluse în aceeași dreaptă (d) se numesc semidrepte opuse. Dreapta d se numește dreapta suport a celor două semidrepte.
 - ✓ Punctul O determină pe dreapta d două semidrepte. Notăm OA sau (OA) , paranteza rotundă având rolul de a evidenția originea semidreptei.
- ❖ Fiind date două puncte distincte pe o dreaptă, porțiunea de pe dreaptă cuprinsă între ele se numește *segment de dreaptă* sau, pe scurt, *segment*. Cele două puncte se numesc extremitățile segmentului sau capetele segmentului. Dreapta d se numește dreapta suport a segmentului. Punctele distincte A și B sunt situate pe dreapta d .
 - ✓ notăm segmentul AB sau BA ;
 - ✓ A și B sunt extremitățile/capetele segmentului;
 - ✓ d este dreapta suport a segmentului AB ;
 - ✓ două segmente care au aceeași lungime se numesc segmente congruente;
 - ✓ mijlocul unui segment este punctul situat pe segment care formează cu capetele acestuia două segmente congruente.
- ❖ *Planul* este comparabil cu suprafața unui lac fără niciun val, cu suprafața unei foi de hârtie sau cu suprafața tablei din clasă, închipuindu-ne că acestea sunt prelungite la nesfârșit în toate părțile.
 - ✓ nu are grosime;
 - ✓ conține o infinitate de puncte dar, atunci când îl reprezentăm, desenăm doar o parte a lui;
 - ✓ se notează cu litere mici din alfabetul grecesc: α (alfa), β (beta), δ (delta), π (pi).
- ❖ Dreapta d situată în planul α împarte planul în două regiuni, numite *semiplane*:
 - ✓ semiplanul din stânga dreptei d , notat (dA) ;
 - ✓ semiplanul din dreapta dreptei d , notat (dB) ;
 - ✓ dreapta d se numește frontiera semiplanelor.

❖ *Simetricul unui punct A față de un punct M este un punct B astfel încât M este mijlocul segmentului AB . Punctele A și B sunt simetrice față de punctul M .*

❖ *Figura geometrică formată din două semidrepte care au aceeași origine se numește **unghi**. Cele două semidrepte care formează unghiul se numesc laturile unghiului, iar originea lor comună se numește vârf.*

✓ *Notăm folosind simbolul $\sphericalangle$ sau $\wedge$ împreună cu una sau trei litere.*

❖ *Spunem că o figură admite **axă de simetrie** dacă există o dreaptă ce împarte figura în două părți astfel încât, dacă îndoiem/pliem figura după dreapta respectivă, cele două părți se suprapun perfect. Dreapta după care se face îndoierea este axa de simetrie a figurii.*

Unghiuri

❖ *Măsura unghiului se determină cu ajutorul raportorului.*

❖ *Unitatea de măsură folosită la măsurarea unghiurilor este **unghiul de un grad** – scriem 1° și citim **un grad**. Prin convenție, unghiul de un grad (1°) se împarte în 60 de diviziuni (părți egale), numite **minute** (sau **minute de arc**), iar unghiul de un minut ($1'$) are 60 de secunde. Notăm $1'$ și citim **un minut**, respectiv $1''$ și citim **o secundă**. Deci $1^\circ = 60'$, $1' = 60''$, iar $1^\circ = 3600''$.*

❖ *Două unghiuri sunt **congruente** dacă au măsurile egale.*

Clasificare 1



$\sphericalangle BAC$ este unghi nul

- laturile lui sunt suprapuse
- are măsura de 0°

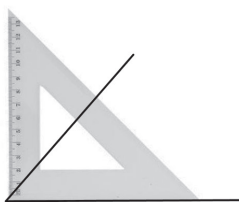


$\sphericalangle BAC$ este unghi alungit

- laturile lui sunt semidrepte opuse
- are măsura de 180°

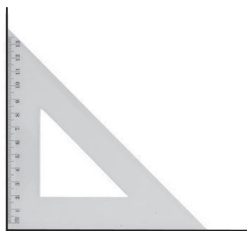
Un unghi care nu este nici nul și nici alungit se numește unghi *propriu*.

Clasificare 2



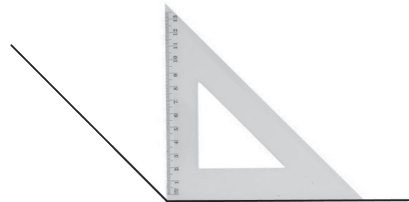
unghi ascuțit

- are măsura mai mică decât 90°



unghi drept

- are măsura egală cu 90°



unghi obtuz

- are măsura mai mare decât 90° .

❖ *Două unghiuri se numesc **opuse la vârf** dacă au același vârf și laturile unuia sunt în prelungirea laturilor celuilalt (sunt semidrepte opuse).*

❖ *Două unghiuri opuse la vârf sunt congruente.*

TESTE DE ANTRENAMENT



Testul

2

- Toate subiectele sunt obligatorii.
- Se acordă 10 puncte din oficiu.
- Timpul de lucru efectiv este de două ore.

SUBIECTUL I

(30 DE PUNCTE)

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

- 1 (5p) Numărul de divizori, numere naturale, ai numărului 12 este:
- a) 2; b) 4;
c) 6; d) 12.
- 2 (5p) Opusul numărului $(\frac{1}{5} - \frac{1}{3}) : \frac{1}{15}$ este:
- a) -2; b) $-\frac{1}{2}$;
c) 2; d) $\frac{1}{2}$.
- 3 (5p) Dacă o cămașă costă 80 de lei și se face o reducere de 20% din prețul ei, atunci valoarea reducerii este de:
- a) 10 lei; b) 16 lei;
c) 20 de lei; d) 64 de lei.
- 4 (5p) Suma numerelor naturale n care verifică inegalitatea $2\sqrt{3} < 3\sqrt{n} < 2\sqrt{10}$ este egală cu:
- a) 3; b) 5;
c) 7; d) 9.
- 5 (5p) Media aritmetică a numerelor $2\sqrt{2} + 4$ și $4 - \sqrt{8}$ este:
- a) 4; b) $4\sqrt{2}$;
c) $2\sqrt{2}$; d) 8.
- 6 (5p) Afirmatia „Jumătatea lui 2^{10} este 32.” este:
- a) adevărată; b) falsă.

Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect.

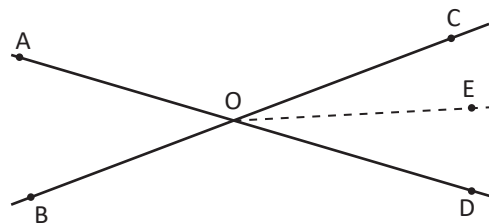
1 (5p) În figura alăturată sunt reprezentate punctele coliniare A, B și C . Punctele D și E sunt mijloacele segmentelor AB , respectiv BC . Se știe că $AD = 3$ cm și $DC = 11$ cm. Lungimea segmentului EC este egală cu:

- a) 3 cm; b) 4 cm;
c) 8 cm; d) 14 cm.



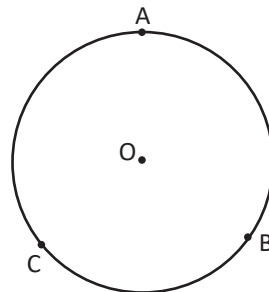
2 (5p) În figura alăturată sunt reprezentate unghiurile opuse la vârf $\angle AOB$ și $\angle COD$. Semidreapta OE este bisectoarea unghiului COD . Dacă $\angle DOE = 25^\circ$, atunci măsura unghiului BOD este egală cu:

- a) 50° ; b) 100° ;
c) 130° ; d) 180° .



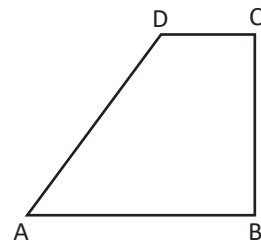
3 (5p) Punctele A, B și C împart cercul de centru O din figura alăturată în trei arce de cerc congruente. Măsura unghiului BAO este egală cu:

- a) 30° ;
b) 45° ;
c) 60° ;
d) 120° .



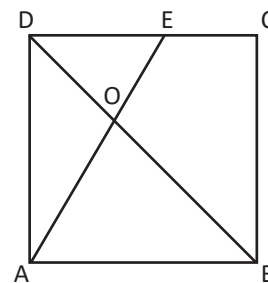
4 (5p) În figura alăturată este reprezentat trapezul dreptunghic $ABCD$, $AB \parallel CD$, $\angle B = 90^\circ$, cu $\angle BAD = 45^\circ$, $AD = 6\sqrt{2}$ cm și $DC = 4$ cm. Aria trapezului $ABCD$ este egală cu:

- a) 42 cm^2 ;
b) 60 cm^2 ;
c) $(20 + 6\sqrt{2}) \text{ cm}^2$;
d) 100 cm^2 .



5 (5p) În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$, cu latura de 8 cm. Punctul E este situat pe latura CD astfel încât $CE = 3$ cm. Valoarea raportului $\frac{DO}{OB}$ este:

- a) $\frac{3}{8}$; b) $\frac{5}{8}$;
c) $\frac{3}{5}$; d) 1.



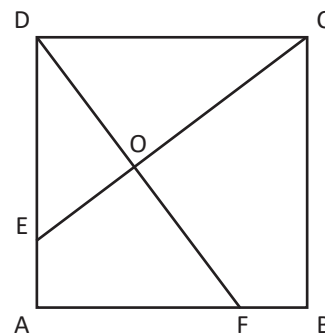
6 (5p) Un dreptunghi are perimetrul de 28 cm și lungimea de 8 cm. Lungimea diagonalei dreptunghiului este egală cu:

- a) 6 cm; b) 8 cm; c) 9 cm; d) 10 cm.

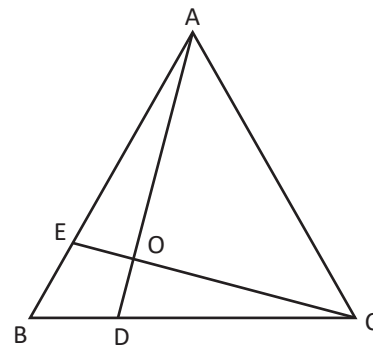
Scrie rezolvările complete

- 1 (5p) Cel mai mare divizor comun al numerelor naturale a și b este 24.
- a) Poate fi suma celor două numere egală cu 124? Justifică răspunsul.
- b) Determină cele două numere, știind că diferența lor este 48, iar cel mai mare dintre ele este de două cifre.
- 2 (5p) Se consideră numerele $a = 1, (3) : 0, (6) + \sqrt{3} \cdot \sqrt{12}$ și $b = 2^{54} : 8^{17} - 2 \cdot (3^5)^3 \cdot 3^{10} : 9^{12}$.
- a) Arată că $a = 8$.
- b) Arată că media geometrică a numerelor a și b este un număr natural.
- 3 (5p) În sistemul de axe ortogonale xOy , considerăm punctele $A(-1; 0)$, $B(4; 0)$ și $C(1; 4)$.
- a) Arată că aria triunghiului ABC este egală cu 10 u^2 .
- b) Determină distanța de la punctul A la dreapta BC .

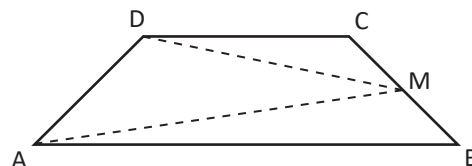
- 4 (5p) În figura alăturată este reprezentat pătratul $ABCD$, cu latura de 8 cm; punctul $E \in AD$, $DE = 6 \text{ cm}$. Perpendiculara din D pe CE intersectează AB și CE în F , respectiv în O .



- 5 (5p) În figura alăturată este reprezentat triunghiul echilateral ABC ; punctul $D \in BC$ astfel încât $\angle BAD = 15^\circ$. Perpendiculara din C pe AD intersectează AB în E și AD în O .



- 6 (5p) În figura alăturată este reprezentat trapezul isoscel $ABCD$, cu $AB \parallel CD$, $AB = 40 \text{ cm}$, $CD = 20 \text{ cm}$ și $\angle ADC = 135^\circ$. Punctul M este mijlocul laturii BC .



- a) Arată că aria trapezului $ABCD$ este de 300 cm^2 .
- b) Demonstrează că $AM + MD > 60 \text{ cm}$.

CUPRINS

Breviar teoretic

Numere naturale	4
Fracții ordinare	7
Fracții zecimale	9
Mulțimi. Mulțimea numerelor naturale	11
Descompunerea numerelor naturale în produs de puteri de numere prime. Proprietățile divizibilității	12
Rapoarte. Proportii	13
Mulțimea numerelor întregi	16
Ecuatii, inecuații și probleme în $\mathbb{Z}$	19
Mulțimea numerelor raționale	20
Mulțimea numerelor reale	22
Ecuatii și sisteme de ecuații liniare	25
Elemente de organizare a datelor	27

Elemente de geometrie	29
Unghiuri	30
Drepte paralele. Drepte perpendiculare	31
Triunghiul	33
Linii importante în triunghi	34
Congruența triunghiurilor	35
Proprietăți ale triunghiului isoscel, dreptunghic, echilateral	37
Patrulaterul convex. Paralelogramul	39
Paralelograme particulare	40
Trapezul	41
Perimetre și arii	42
Asemănarea triunghiurilor	43
Relații metrice în triunghiul dreptunghic	44
Cercul	47

Teste de evaluare

Testul 1	52
Testul 2	55
Testul 3	58
Testul 4	61
Testul 5	64
Testul 6	67
Testul 7	70
Testul 8	73
Testul 9	76
Testul 10	79
Testul 11	82
Testul 12	85
Testul 13	88
Testul 14	91
Testul 15	94
Testul 16	97
Testul 17	100
Testul 18	103
Testul 19	106
Testul 20	109

Bareme de evaluare și de notare

Testul 1	112
Testul 2	114
Testul 3	116
Testul 4	118
Testul 5	120
Testul 6	122
Testul 7	124
Testul 8	126
Testul 9	128
Testul 10	130
Testul 11	132
Testul 12	134
Testul 13	136
Testul 14	138
Testul 15	140
Testul 16	142
Testul 17	144
Testul 18	146
Testul 19	148
Testul 20	150