

Fizika

Törzsanyag (TA) elméleti képzési ág, humán profil, hivatásorientált képzési ág, valamennyi szakirány, technológiai képzési ág, valamennyi szakképesítés – IX. osztály

9

CRISTIAN PRESURĂ (coordonator)
DANIELA BERCHEZ · KÁROLY BOGDAN
GABRIELA DELIU · PETRONELA ANGELA IOJA
ANETA-AURELIA MIHALCSIK · DANIELA ȚEPEȘ

Fizika

Törzsanyag (TA) elméleti képzési ág, humán profil, hivatásorientált képzési ág, valamennyi szakirány, technológiai képzési ág, valamennyi szakképesítés – IX. osztály

9

CRISTIAN PRESURĂ (coordonator)
DANIELA BERCHEZ • KÁROLY BOGDAN
GABRIELA DELIU • PETRONELA ANGELA IOJA
ANETA-AURELIA MIHALCSIK • DANIELA ȚEPEȘ

Date despre autori:

CRISTIAN PRESURĂ (coordonator) – doctor în fizică (doctorat obținut la Universitatea Groningen, Olanda). A lucrat la Institutul de Fizică Atomică, apoi a devenit cercetător la compania Philips, Olanda. În prezent este lector la Universitatea Tehnică Delft, Olanda. Autor al multor lucrări publicate în reviste de specialitate, al unor cărți și brevete de invenție, coordonator al manualelor de fizică pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a și al culegerilor *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice* pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a. Are o activitate intensă de popularizare a științei în limba română, scriind articole pentru ziare, reviste și televiziune.

DANIELA BERCHEZ – prof. gr. I la Colegiul Național „Emanuil Gojdu” din Oradea, formator „Fizica Altfel”, coordonator județean al grupului de sprijin pentru profesori – în cadrul programului „Fizica Altfel”, membru al grupurilor de lucru pentru elaborarea Programelor școlare pentru disciplina Fizică – clasa a IX-a (2025); formator al Centrului de pregătire profesori Oradea – în cadrul programului Samsung Ecosystem for Education Development (SEED); coautor al unor lucrări dedicate profesorilor, al manualelor de fizică pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a și al culegerilor *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice* pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a, coautor al *Reperelor metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019-2020*.

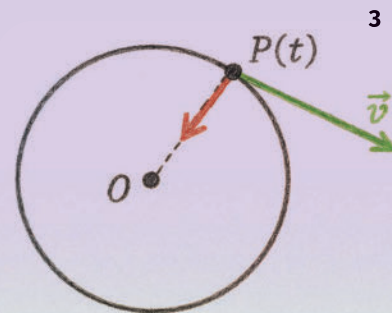
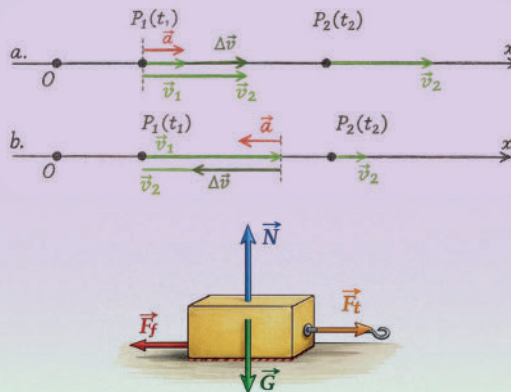
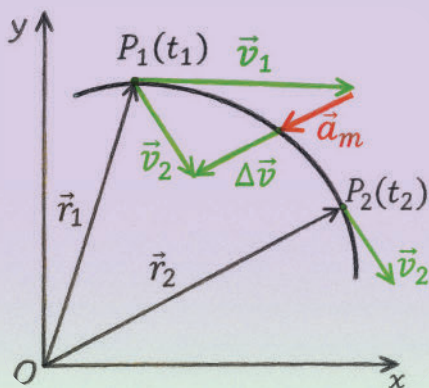
KÁROLY BOGDAN – prof. gr. I la Liceul Teoretic „Ádý Endre” din Oradea, distins cu gradația de merit „Gheorghe Lazăr”, clasa I, coordonatorul Centrului de Excelență – Fizică din Oradea și fost membru al Comisiei Naționale de elaborare a subiectelor pentru Olimpiada Națională de Fizică. Este inițiatorul și organizatorul principal al Concursului Regional de Fizică și Inventică „Irenaeus”, coautor al cărților dedicate acestui concurs, al manualelor de fizică pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a și al culegerilor *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice* pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a.

GABRIELA DELIU – doctor în Fizica educațională, prof. gr. I la Colegiul Național de Informatică „Gr. Moisil” din Brașov. Membru în grupul de lucru la Programa școlară de gimnaziu – Fizică (2017), membru al grupurilor de lucru pentru elaborarea Programelor școlare pentru disciplina Fizică – clasa a IX-a (2025); coautor al *Ghidului CRED pentru predarea Fizicii în gimnaziu* (2022), coautor al volumelor *Repere metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019-2020* și *Repere metodologice pentru aplicarea curriculumului la nivel liceal* (2021, 2022, 2023, 2024), coautor al cursului de formare (acreditat CNFPE) „Învățarea centrată pe competențe de la proiectare la evaluare”, coautor al manualelor de fizică pentru clasele a VII-a și a VIII-a și al culegerii *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice pentru clasa a VIII-a*; colaborare cu Centrul de Evaluare și Analize Educaționale în proiecte de cercetare și inovare educațională. Profesor „MERITO” (2024).

PETRONELA ANGELA IOJA – prof. gr. I la Colegiul Național „Vasile Goldiș” din Arad. Profesor mentor, membru al Consiliului Consultativ al profesorilor de fizică și al Consiliului Consultativ al Directorilor, formator național, creator de resurse educaționale deschise (RED) și de materiale didactice digitale interactive; coautor al manualelor de fizică pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a și al culegerilor *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice* pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a, coautor al lucrării *Repere metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019-2020*. Activitatea sa este orientată spre dezvoltarea unor resurse educaționale moderne și inovatoare, care sprijină învățarea activă și utilizarea tehnologiilor digitale în predarea fizicii.

ANETA AURELIA MIHALCSIK – prof. gr. I la Liceul Teologic Baptist „Alexa Popovici” din Arad, coordonator județean al grupului de sprijin pentru profesori – în cadrul programului „Fizica Altfel”, membru fondator al Asociației „Comunitatea Fizica Altfel”, formator, metodist, membru în grupul de lucru la Programa școlară de gimnaziu – Fizică (2017), membru al grupurilor de lucru pentru elaborarea Programelor școlare pentru disciplina Fizică – clasa a IX-a (2025); coautor al manualului de științe ale naturii pentru clasa a IV-a, al manualelor de fizică pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a și al culegerilor *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice* pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a, coautor al auxiliarului *Teste de antrenament pentru Evaluarea Națională la MATEMATICĂ ȘI ȘTIINȚE pentru clasa a VI-a*, coautor al cărții *Repere metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019-2020*; responsabil de Cerc Pedagogic.

DANIELA ȚEPEȘ – prof. gr. I la Liceul Teoretic „Ioan Cotovu” din Hârșova, jud. Constanța. Membru în grupul de lucru la Programa școlară de gimnaziu – Fizică (2017), membru al grupurilor de lucru pentru elaborarea Programelor școlare pentru disciplina Fizică – clasa a IX-a (2025), formator național în proiectele CRED și „Fizica Altfel”; coautor al Ghidului *CRED pentru predarea Fizicii în gimnaziu* (2022), coautor al volumului *Repere metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019-2020*, coautor al volumelor *Repere metodologice pentru aplicarea curriculumului la nivel liceal* (2021, 2022, 2023, 2024), coautor al cursului de formare (acreditat CNFPE) „Învățarea centrată pe competențe de la proiectare la evaluare”; coautor al manualelor de fizică pentru clasele a VII-a și a VIII-a și al culegerii *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice pentru clasa a VIII-a*; colaborare cu Centrul de Evaluare și Analize Educaționale în proiecte de cercetare și inovare educațională. Profesor „MERITO” (2023).



3

TARTALOMJEGYZÉK

Általános kompetenciák és sajátos kompetenciák	4	Távolhatás: a gravitációs kölcsönhatás	49
A tankönyv használati útmutatója	5	Kutatások	52
Év eleji ismeretfelmérő teszt	6	Javasolt feladatok. Ismeretfelmérő teszt	57
1. BEVEZETŐ FOGALMAK ÉS MUNKAMÓDSZEREK		4. MECHANIKAI ENERGIA	
A FIZIKÁBAN		Mechanikai munka	60
Fizikai mérések.		Különböző erőtipusok mechanikai munkája	62
Fizikai mennyiségek és mértékegységek	8	• A súlyerő által végzett mechanikai munka	
Hibatípusok. Mérési bizonytalanság	11	homogén gravitációs mezőben	62
• Munkamódszerek a fizikában.		• A csúszósúrlódási erő által végzett	
Tudományos vizsgálat. A kísérlet	15	mechanikai munka	63
• Javasolt feladatok. Ismeretfelmérő teszt	16	Mechanikai teljesítmény	64
2. A KINEMATIKA ELEMELI		A hatásfok	65
A testek mozgásának leírása	18	Mechanikai energia	66
A sebesség és a gyorsulás	22	Mozgási energia. A mozgási energia változási tétele ..	67
Mozgástípusok	28	Gravitációs helyzeti energia	68
• Az egyenes vonalú egyenletes mozgás	29	Rugalmas helyzeti energia	70
• Az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás ..	31	A mechanikai energia megmaradási tétele	72
Kutatás	34	Kutatás	74
Javasolt feladatok. Ismeretfelmérő teszt	35	Javasolt feladatok. Ismeretfelmérő teszt	78
3. A NEWTONI MECHANIKA ALAPELVEI ÉS EZEK		5. INTEGRÁLÓ TÉMA	
ALKALMAZÁSA		Közlekedésbiztonsági fogalmak	80
A newtoni dinamika alapelvei	38	A kanyarodás sugara, stabilitás kanyarodás közben	
• A tehetetlenség elve	38	Tapadási és csúszási súrlódási erő	83
• A newtoni mechanika alaptörvénye	39	Ütközésbiztonság	85
• A hatás-visszahatás törvénye	41	Projekt	87
Közvetlen kölcsönhatás	43	Útmutatások és válaszok	88
• Nyomóerők, súrlódási erők	43		
• A deformáló erő. Hooke törvénye. A rugalmas erő.			
Mechanikai feszültség	46		

ÁLTALÁNOS KOMPETENCIÁK ÉS SAJÁTOS KOMPETENCIÁK

1 – Tudományosan vizsgál fizikai struktúrákat, állapotokat és jelenségeket, hogy bizonyítékokon alapuló következtetéseket vonjon le különböző helyzetekben.

1.1. Egyszerű és ellenőrzött helyzetekben felfedezi a fizikai tulajdonságokat és jelenségeket, releváns megfigyeléseket tesz, és vizsgálati kérdéseket fogalmaz meg.

1.2. Egyszerű kísérleti vizsgálatokat tervez a fizikai tulajdonságokra és jelenségekre vonatkozó hipotézisek tesztelésére.

1.3. Kísérleteket végez megfelelő eszközök és módszerek használatával, hogy adatokat gyűjtsön és rendszerezzen.

1.4. Irányítottan feldolgozza a kísérleti vizsgálatokból származó adatokat, hogy megfelelő következtetéseket vonjon le.

2 – Tudományosan magyaráz fizikai jelenségeket és azok alkalmazásait, hogy a tudást valós helyzetekre vigye át.

2.1. Kiemeli a jelenségek kialakulásának feltételeit, hogy oksági összefüggéseket azonosítson a fizikai mennyiségek között.

2.2. A fizika törvényeit és elveit alkalmazza a vizsgált jelenségek leírására.

2.3. Minőségi/mennyiségi ábrázolásokat használ a jelenségek leírására.

2.4. Azonosítja a vizsgált fizikai jelenségeket, amelyek relevánsak a valós események magyarázatában.

3 – Feladatokat és probléma-helyzeteket old meg, hatékony, biztonságos és fenntartható megoldások megalapozására.

3.1. Azonosítja a releváns információkat egy megadott feladatban a megoldandó helyzet leírásához.

3.2. Ábrákat, táblázatokat vagy grafikus ábrázolásokat használ a feladat adatai közötti összefüggések kiemelésére.

3.3. Alkalmazza a fizika alapelveit, törvényeit és tételeit ismert kontextusokban az adott feladatok megoldására.

3.4. Elemzi a megoldások során kapott eredményeket azok érvényességének ellenőrzésére.

4 – Hatékonyan közvetít tudományos információkat, érveléseket és következtetéseket, a fizika sajátos nyelvezetét használva, hogy megalapozott döntéseket támasszon alá.

4.1. A fizika sajátos nyelvezetét és a nemzetközi egyezményeket használja az elméleti vagy kísérleti információk és eredmények helyes kifejezésére.

4.2. Kísérleti adatokat táblázatokban tüntet fel, és grafikus ábrázol a következtetések világos kommunikációjának érdekében.

4.3. Egyszerű laboratóriumi dolgozatokat készít, a kutatási megfigyelések, módszerek és következtetések rendszerezésére.

4.4. Írásban vagy szóban kifejti az érveket a megadott feladatok megoldásához.

5 – Értékeli a tudomány és technológia hatását az egyénre, társadalomra és környezetre, hogy etikus és felelős magatartást alakítson ki

5.1. Azonosítja a tudomány és technológia hétköznapi alkalmazásait, hogy felismerje ezek hatását az egyénre, társadalomra és környezetre.

5.2. Felismeri a tudomány és technológia társadalmi életre gyakorolt hatását, és tudatosítja az egyéni és közösségi felelősséget.

A TANKÖNYV HASZNÁLATI ÚTMUTATÓJA



Hogyan használd a tankönyvet

A tankönyv úgy épül fel, hogy lépésről lépésre, a saját tempódban segítse a tanulást. Világos szerkezete minden leckében eligazít, és megmutatja, mit kell megfigyelned, megértened, alkalmaznod és ellenőrizned.

A tankönyvben javasolt kísérletek segítenek abban, hogy a fizikát kérdések, mérések és általad levont következtetések révén fedezd fel. Bár az első tevékenységek során az önállóságod még kisebb, mivel jól meghatározott lépéseket követsz, a gyakorlás előrehaladtával egyre magabiztosabbá válsz. Idővel már önállóan döntesz arról, mit változtatsz meg, mit mész, mit tartasz állandónak, hogyan rendszerezed az adatokat, és hogyan fogalmazod meg a következtetést.

Ahhoz, hogy saját tanulási folyamatod építsd, ne csak az órán használd a tankönyvet: alkalmazd otthon is, amikor szeretnél ismételni, egy ötletet tisztázni, vagy ellenőrizni, mit értettél meg.

Mit fedezhetsz fel ebben a tankönyvben

1. Bevezető fogalmak és munkamódszerek a fizikában

Megtanulod, hogyan kell helyesen mérni, hogyan kell megbecsülni a mérések hibáját és bizonytalanságát, mi a kísérlet, valamint melyek egy tudományos vizsgálat szakaszai.

2. A kinematika elemei

Megtanulod használni a vonatkoztatási rendszereket, a helyzetet, az időintervallumokat, a sebességet és a gyorsulást a testek mozgásának leírására és osztályozására.

3. A newtoni mechanika alapelvei és azok alkalmazása

Megtanulod felismerni a testek közötti kölcsönhatásokat, az ezeket leíró erőket, valamint azok hatását a testek mechanikai állapotára.

4. Mechanikai energia

Megtanulod megmagyarázni az energia átadását, átalakulását és megmaradását a mechanikai munka, a teljesítmény, a hatásfok, a kinetikus energia és a potenciális energia fogalmainak segítségével.

5. A közúti közlekedésbiztonság elemei

Megtanulod alkalmazni a mozgásra, kölcsönhatásokra, erőkre és energiára vonatkozó ismereteket a közúti közlekedés valós helyzeteinek magyarázatára, valamint a felelősségteljes viselkedés kialakítására.

A tanulási folyamatod térképe

1. Megfigyelsz és kérdezel

Valós jelenségekből, helyzetekből és kérdésekből indulsz ki, amelyek a fizika segítségével magyarázhatók.

2. Aktiváld azt, amit már tudsz

Felidézed a korábbi ismereteidet, és felhasználod őket az új gondolatok könnyebb megértéséhez

3. Megérted a fogalmakat.

Magyarázatokat építesz fel definíciók, törvények, elvek, modellek és fizikai összefüggések felhasználásával.

4. Kutatsz

Megfigyelsz, mész, azonosítod a változókat, rendszerezed az adatokat, és bizonyítékokon alapuló következtetéseket fogalmazol meg.

5. Feladatokon keresztül alkalmazod

Sémákat, táblázatokat, grafikonokat, fizikai összefüggéseket és gondolatmeneteket használsz konkrét helyzetek megoldására.

6. Figyelemmel kíséred a fejlődésedet

Teszteket oldasz meg, önértékeled a munkádat, és átgondolod a tanulásod, hogy felismerd, mit sajátítottál el jól, és mit kell még gyakorolnod

Röviden a rovatokról

...kihívás egy kérdés vagy egy valós helyzet, amely magyarázatra érdemes;	Emlékezz! az új leckéhez szükséges ismeretek;	Jegyezd meg! a fontos ötletek, definíciók, törvények és következtetések;
...esettanulmány egy konkrét helyzet, amelyet a fizika segítségével elemeznek;	...kísérlet megfigyelések, mérések, rögzített adatok és következtetések;	Vizsgálat kérdés, hipotézis, tervezés, kísérlet vagy dokumentáció, az eredmények közlése;
...megoldott feladat egy gondolkodási és számítási modell;	Javasolt feladatok a megszerzett ismeretek alkalmazása különböző helyzetekben;	Ellenőrizd, hogy megértetted-e? a haladás gyors ellenőrzése az óra után;
Teszt / önértékelés mit értettél meg, és amit még gyakorolnod kell	Portofólió / projekt a tanultak alkalmazása, dokumentálása és kommunikálása;	Érdekességek kapcsolatok a fizika, a technológia és a valós élet között.

Megtanulod, hogy...

tanulmányozod a fizikai jelenségeket és bizonyítékokon alapuló következtetéseket fogalmazol meg;	megmagyarázod a fizikai jelenségeket és azok alkalmazásait valós helyzetekben;	megoldod feladatokat és esettanulmányokat, fizikai fogalmak, törvények és következtetések felhasználásával;	átadd a tudományos adatokat, érveléseket és következtetéseket közvetítesz a fizika nyelvénél használatával;	értékelod a tudomány és a technológia szerepét a mindennapi életben.
--	--	---	---	--

A fizika nem csupán képleteket jelent. Ebben a tankönyvben megtanulod figyelmesen szemlélgni a világot, jó kérdéseket feltenni, és bizonyítékokon alapuló magyarázatokat keresni.

ÉV ELEJI ISMERETFELMÉRŐ TESZT

I. (1,5p) Olvasd el az alábbi állításokat. Ha úgy gondolod, az állítás **igaz**, írd a tesztlapra az **I** betűt az állítás mellé. Ha **hamisnak** tartod, írd a tesztlapra az **H** betűt.

1. A tömeg alap fizikai mennyiség.	
2. Az egyenes vonalú egyenletes mozgás esetében a gyorsulás állandó és zérónál nagyobb.	
3. A csúszósúrlódási együttható egy adimenzió nélküli fizikai mennyiség.	
4. Egy rendszer hatásfoka 1-nél mindig nagyobb.	
5. A megtett távolság a test által leírt út hosszát fejezi ki.	

II. (2p) Karikázd be a helyes választ a tesztlapodon! Minden kérdésre csak egy helyes válasz van.

- A.** A súly mérésére használt mérőeszköz:
- a. a mérleg; c. a stopperóra;
 - b. mérőhenger; d. dinamométer.
- B.** Ha a fizika tankönyvekben megadott jelöléseket használjuk, akkor a súrlódási erőt kifejező összefüggés:
- a. $\vec{F}_f = \vec{\mu} \cdot \vec{N}$; c. $\vec{F}_f = \mu \cdot \vec{N}$;
 - b. $F_f = \mu \cdot N$; d. $\vec{F}_f = \frac{\vec{N}}{\mu}$.
- C.** A mechanikai munka, mint fizikai mennyiség:
- a. vektoriális és alaplmenntység;
 - b. vektoriális és származtatott mennyiség;
 - c. skaláris és alaplmenntység;
 - d. skaláris és származtatott mennyiség.

D. A mechanikai teljesítmény mértékegysége az SI-ben:

- a. joule; c. watt;
- b. volt; d. newton.

E. A mozgási energia csökken, amikor:

- a. nő a sebesség; c. csökken a tömeg;
- b. nő a tömeg; d. csökken a magasság.

III. Oldd meg az alábbi feladatokat:

A. (2p) Egy iskolai kiránduláson a diákok 400 ml-es üvegekbe csomagolt biotermékeknek tekintett akácmézket kaptak egy méhésztől. Számold ki a mézzel telt üveg súlyát, ha tudjuk, hogy a méz sűrűsége $1,4 \frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$, és az üres üveg tömege 100 g.



B. (2p) A Francia Körverseny (Tour de France) egy szakaszán Vincenzo Nibali $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel haladt 6 percen át, miközben 110 N húzóerőt fejtett ki.



Számold ki az elvégzett mechanikai munkát!

C. (1,5p) A ThrustSSC az egyetlen szuperszonikus autó, amely 1997-ben megdöntötte a szárazföldi sebességrekordot. A 68,2 MW teljesítményű motorja több mint 341 m/s sebességre gyorsította fel. Számold ki a motor tolóerejét ebben az esetben!

Hivatalból 1 pont jár.

Megjegyzés:

A mérési hibákra és mérési bizonytalanságokra vonatkozó terminológia ebben a tankönyvben a VIM (JCGM 200:2012) – International Vocabulary of Metrology – Basic and General Concepts and Associated Terms (3. kiadás) dokumentummal összhangban került alkalmazásra és megfelel a hatályban lévő fizikatanterv előírásainak. A dokumentum a következő címen érhető el: <https://doi.org/10.59161/JCGM200-2012>

BEVEZETŐ FOGALMAK ÉS MUNKAMÓDSZEREK A FIZIKÁBAN

Tudtad, hogy a NASA egy 125 millió dolláros műholdat veszített el egy hibás mértékegység-átalakítás miatt? Ez az eset jól mutatja, mennyire fontos a fizikai mennyiségek, a mértékegységek és a hozzájuk tartozó számítások helyes használata.

A fizikában a mérés az a folyamat, amelynek során számértékeket rendelünk a fizikai mennyiségekhez, a megfigyeléseket összehasonlítható és elemezhető információkká alakítva. Minden mérésnek azonban vannak bizonyos korlátai, amelyeket a használt eszközök, a választott módszer és a munkakörülmények határoznak meg. Ezért ebben a fejezetben megtanulod megkülönböztetni a szisztematikus és a véletlenszerű hibákat, és megérted a mérési pontatlanság szerepét, hogy fel tudd mérni, mennyire biztos és megbízható egy kísérleti eredmény.

Fizikai mérések. Fizikai mennyiségek és mértékegységek

...kihívás

Miért mérik az okosórák a pulzust bpm-ben és nem Hz-ben?



Emlékezz!

Egy IX. osztályos diák kijelentéséből kiindulva, aki azt mondja osztálytársainak: „A telefonom 200-at nyom”, javasoljuk, hogy idézzünk fel néhány, az általános iskolában fizika órán tanult fogalmat.



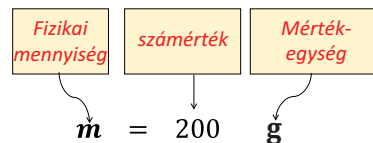
1. ábra. A szélesség mérése digitális szélmérővel

Mit gondolsz? Helyes a diák állítása? Milyen információ hiányzik ebből? Milyen fizikai mennyiséget ír le? Milyen mérőeszközt kell használni ennek a mennyiségnek a meghatározásához?

Ez a példa egy fizikai mennyiségre, a telefon tömegére vonatkozik. A szélesség és a kosárlabdapálya hossza szintén fizikai mennyiségek, mivel mérhetők.

Egy **fizikai mennyiség** egy test vagy egy jelenség mérhető fizikai tulajdonsága.

Az előző kijelentés nem teljes, mivel csak a számértéket tartalmazza (200), de a mértékegységet nem. A fizikában egy fizikai mennyiséget mindig egy számértékkel és a hozzá tartozó mértékegységgel fejezünk ki.



A **mértékegység** egy egyezményesen választott standard érték, amellyel azonos típusú mennyiségeket hasonlítunk össze és fejezünk ki.

A mértékegység biztosítja az eredmények egységességét a tudományban, a kereskedelemben és a mindennapi életben, amelyek nagy részét a **Nemzetközi Mértékegység- és Mennyiségrendszer**, SI (a francia Le Système International d'Unités rövidítése, más néven metrikus rendszer) alkotja. Az SI hét fizikai alapmennyiséget és azok alapmértékegységeit tartalmazza. Az fizikai alapmennyiségeket más mennyiségektől függetlenül határozzák meg, a származtatott fizikai mennyiségeket viszont az alapmennyiségek segítségével.

Fizikai alapmennyiség	Jele	Mértékegysége	Mértékegység jele
idő	t	másodperc	s
hosszúság	l, x, r stb.	méter	m
tömeg	m	kilogramm	kg
az elektromos áramerősség	I	amper	A
termodinamikai hőmérséklet	T	kelvin	K
anyagmennyiség	ν, n	mól	mol
fényerősség	I_ν	kandela	cd

A fizikai mennyiségek méréséhez **mérőműszereket** használunk, például a telefon tömege esetében egy mérleget.

Ha meg tudjuk mérni a telefon tömegét egy mérleggel (közvetlen mérés), vajon megtudhatjuk, hogy mennyi a Föld tömege? A fizika törvényeit felhasználva a tudósoknak sikerült meghatározni a Föld tömegét (közvetett méréssel):

$$m_{\text{E}} = 5\,972\,000\,000\,000\,000\,000\,000\,\text{kg}$$

Könnyű egy ilyen nagy számmal dolgozni? Hogy írhatnánk fel ezt az értéket egyszerűbben? A fizikában a **tudományos jelölést** alkalmazzák, amely a nagyon nagy vagy nagyon kis számok írásmódját teszi egyszerűbbé. A tudományos jelölés szerint minden szám egy együttható és 10 valamely hatványának szorzataként ($a \cdot 10^n$) írható fel. Így, a Föld tömege:

$$m_F = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Példák: 0,00042 = $4,2 \cdot 10^{-4}$; a tizedesvessző 4 számjeggyel mozdult jobbra
4 900 000 = $4,9 \cdot 10^6$; a tizedesvessző 6 számjeggyel mozdult balra

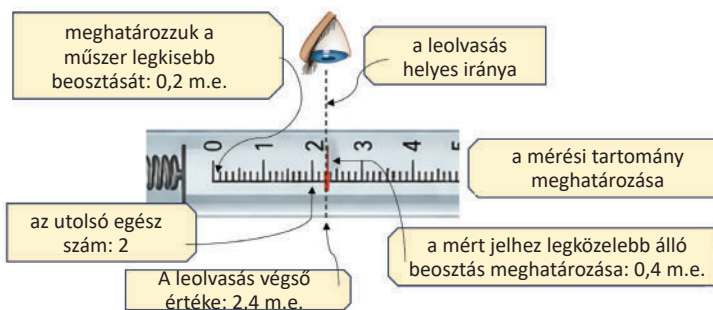
Nagyon nagy, vagy nagyon kis számok esetén a pontos értékeket gyakran nehéz megjegyezni és összehasonlítani. Ilyenkor elegendő lehet ismerni tíznek azt a hatványát, amely legközelebb áll a mért értékhez. Ezt a mennyiséget **nagyságrendjének** nevezzük.

A nagyságrend meghatározásának szabálya: Ha a 10 hatványa előtti szám (az együttható) nagyobb vagy egyenlő mint $\sqrt{10} = 3,16$, akkor felfelé kerekítünk, és megnöveljük a 10 hatványát egy egységgel, ha pedig kisebb, akkor megőrizzük a hatványkitevőt.

Példák: Az elektron tömege $m \approx 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ($9 > 3,16$) a nagyságrendje 10^{-30} kg , a Föld tömege $m_F \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ($6 > 3,16$) a nagyságrendje 10^{25} kg , míg a mobiltelefon tömege $m \approx 2 \cdot 10^{-1} \text{ kg}$ ($2 < 3,16$) tehát a nagyságrendje 10^{-1} kg . Tehát a Föld tömege 10^{26} -szor nagyobb, mint a mobiltelefon tömege.

A legtöbb kísérlet alkalmával fizikai mennyiségeket mérünk. Egy **fizikai mennyiség mérése** azt jelenti, hogy összehasonlítjuk a mértékegységével, és meg tudjuk, hogy az adott mennyiség hányszor tartalmazza az adott mértékegységet.

Az analóg mérőeszközök skálái nagy és kis beosztásokkal rendelkeznek, amelyek a mennyiség értékét és egységét jelzik. A **skálát** az utolsó egész szám és a hozzá tartozó beosztás azonosításával **olvassuk le** (lásd az mellékelt ábrát, ahol az m.e. a mértékegységet jelöli). A végső érték egy becsült értéket is tartalmaz, általában kisebb a legkisebb beosztás felénél.



Jegyezd meg!

A gyakorlat azt mutatja, hogy bármennyire figyelmesen végzünk egy mérést nem kaphatjuk meg a mért fizikai mennyiség pontos értékét. A kapott értékek alapján meghatározhatjuk a mért mennyiség valószínű értékét és megbecsülhetjük a mérés pontatlanságát.

Annak meghatározására, hogy egy mérési eredmény mennyire közelíti meg a **referenciaértéket** (vagyis az etalon által adott, illetve a gyártó által megadott értéket, amely a **valódi érték** legjobb közelítésének tekinthető), különböző **mérési hibatípusokat** használunk:

Az abszolút hiba a mérési eredmény eltérését jelenti a mért mennyiség referenciaértékétől. A mért érték és a mennyiség referenciaértéke közötti különbség modulusaként számoljuk.

$$\Delta x = |x_m - x_r|$$

abszolút hiba
mért érték
referenciaérték

Az abszolút hiba mértékegysége azonos a mért mennyiség és a referenciaérték mértékegységével.

A relatív hiba az abszolút hiba és a referenciaérték aránya.

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_r}$$

relatív hiba
abszolút hiba
referenciaérték

A relatív hiba adimenzionális (mértékegység nélküli).

A százalékos relatív hiba a százalékban kifejezett relatív hiba.

$$\varepsilon \% = \frac{\Delta x}{x_r} \cdot 100 \%$$

Százalékos relatív hiba abszolút hiba referenciaérték

Példa: A ceruza hosszát úgy mérjük meg, hogy összehasonlítjuk az 1 cm-es hosszúságegységgel.



A ceruza hosszának referenciaértéke:	$\ell_r = 14,30 \text{ cm}$
A mért hosszúság:	$\ell_m = 14,20 \text{ cm}$
Az abszolút hiba:	$\Delta \ell = 14,20 - 14,30 = 0,10 \text{ cm}$
A relatív hiba:	$\varepsilon = \frac{0,10}{14,30} = 0,007$
A százalékos relatív hiba:	$\varepsilon \% = 0,007 \cdot 100\% = 0,7\%$

Hogyan értelmezzük a hibaszámítást? Ez az érték például azt jelezheti, hogy ha 1 méter hosszúságot mérünk, a hiba 7 milliméter. Mivel $0,7\% < 1\%$, ebből következik, hogy a hiba kicsi, és a mérés nagy pontosságú (azaz a mért érték közel van a referenciaértékhez). A hiba kiszámításához felhasználtuk a referenciaértéket, de a mindennapi helyzetekben ez nem mindig áll rendelkezésünkre.

Mértékegységek átalakítása

Ugyanaz a fizikai mennyiség kifejezhető különböző mértékegységekben.

Ha egy diák mm-es beosztású vonalzóval megméri egy ceruza hosszát, akkor a mérés eredménye: $\ell = 143 \text{ mm}$. Az SI-ben a hossz mértékegysége a méter (m), ezért átalakítjuk: $143 \text{ mm} = 0,143 \text{ m}$. Az eredmény **tudományos jelöléssel** is felírható: $0,143 \text{ m} = 1,43 \cdot 10^{-1} \text{ m}$. Ez sokszor segít a további számításokban.

A táblázatban a leggyakrabban használt többszörösöket és törtrészeket láthatod, tudományos jelölésben:

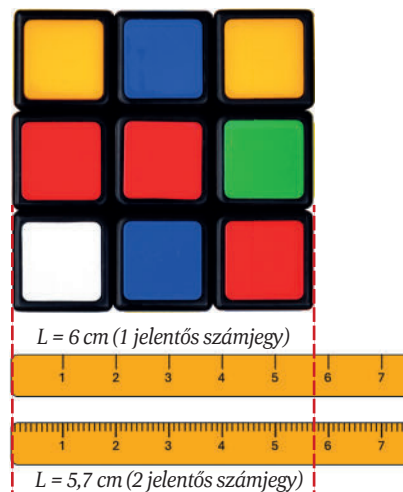
Fontos, hogy a mérés eredményének felírása megőrizze a mérés pontosságára vonatkozó információt.

Jelölés	Többszörös	Szorzó	Jelölés	Törtrész	Szorzó
Y	yotta	10^{24}	y	yokto	10^{-24}
Z	zetta	10^{21}	z	zepto	10^{-21}
E	exa	10^{18}	a	atto	10^{-18}
P	peta	10^{15}	f	femto	10^{-15}
T	tera	10^{12}	p	pico	10^{-12}
G	giga	10^9	n	nano	10^{-9}
M	mega	10^6	μ	micro	10^{-6}
k	kilo	10^3	m	milli	10^{-3}
h	hecto	10^2	c	centi	10^{-2}
da	deka	10^1	d	deci	10^{-1}

Az jelentős számjegyek egy szám összes olyan számjegyét jelentik, az első (nullától eltérő) számjeggyel kezdve, amelyeknek valódi szerepük van a pontosság megadásában.

A zérótól különböző számjegyek mindig jelentős számjegyek					A szám elején található zérók NEM jelentős számjegyek.				
247	3		5,83	3	0,0045	2		0,0302	3
A nullától különböző számjegyek közötti zérók jelentős számjegyek					Egy tizedes szám végén található zérók jelentős számjegyek				
205	3		3,04	3	2,50	3		0,120	3

A jelentős számjegyek száma a használt mérőeszközöktől függ. Egy cm-es beosztású vonalzó kevesebb jelentős számjegyet ad, mint egy mm-es beosztású vonalzó (lásd a mellékelt ábrát). A ceruzás példa esetében, $\ell = 14,3 \text{ cm}$, az eredmény 3 jelentős számjegyet tartalmaz; az utolsó számjegy (a 3-as) a két skálabeosztás közötti becslés. Több jelentős számjegy pontosabb mérést jelent.



Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

- Egy diák megméri egy asztal hosszát, ezt 120 cm-nek találja, míg a referenciaérték (a gyárból) 121 cm. Szerinted nagy vagy kicsi a relatív hiba?
- A Föld – Hold távolság $3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$. Mekkora ennek a nagyságrendje?
- Az alábbi számok melyike rendelkezik három jelentős számjeggyel?
a. 0,00456; b. 4 500; c. 45,6; d. 0,00034.
- Írd át tudományos jelölést használva:
a. 4 500 000; b. 0,00032?

Hibatípusok. Mérési bizonytalanság

A mérési hiba akkor határozható meg, ha ismert a referenciaérték vagy a valódi érték, míg a bizonytalanság a megszokott méréseket jellemzi, amelyekben a referenciaérték vagy a valódi érték nem ismert pontosan.

...kihívás

Lehet egy nagyon pontos mérés teljesen hibás?

Első eset: egyetlen mérés

Megmérjük egyszer a mm-es beosztású vonalzóval egy ceruza hosszát. Azt kapjuk, hogy $\ell = 17,3$ cm. Biztosak lehetünk 100%-osan ebben az értékben?

Második eset: ismételt mérések

Öt diák megméri ugyanannak a ceruzának a hosszát és egymáshoz közeli, de különböző értékeket kapnak: 14,2; 14,3; 14,4; 14,3; 14,2 cm. Kinek van igaza?

...esettanulmány

Egy diák ugyanazt a palack vizet ötször méri meg ugyanazzal a digitális mérleggel, és a következő értékeket kapja:

m. sz.	1	2	3	4	5
m (g)	520	520	520	520	520

Csapattársa megméri ugyanazt a palackot egy másik mérleggel, és a következő értékeket kapja:

m. sz.	1	2	3	4	5
m (g)	498	503	501	500	499

Ismert tény, hogy ennek a palacknak a valódi tömege körülbelül 500 g. A következő kérdések megválaszolására törekszünk: A két mérési sorozat közül melyik a pontosabb? Melyik van közelebb a valódi értékhez? Az egymáshoz nagyon közeli mérések garantálják a helyes eredményt?

Megállapítjuk, hogy:

- az első mérleg minden alkalommal pontosan ugyanazt az értéket mutatja, vagyis a mérések nagyon **precízek**, de a mért értékek messze vannak a valós értéktől, vagyis az eredmény **pontatlan**;
- a második mérleggel mért értékek kissé eltérnek egymástól, de egyetlen érték sem tér el nagyon a többitől.

Tehát az első mérleg valószínűleg nincs kalibrálva. Bár nagyon közeli eredményeket ad (precíz), az összes érték körülbelül 20 g-al eltér a valós értéktől.

A fenti példa két eltérő fogalmat illusztrál (a pontosságot és a precizitást), amelyek meghatározó szerepet töltenek be a mérnöki tudományokban, a metrológiában és a statisztikában, jóllehet a köznyelvben szinonimaként használjuk őket.

- A **precizitás** (ismételhetőség) megmutatja, hogy a mérések mennyire közel vannak egymáshoz.
- A **pontosság** (valóságközeliség) megmutatja, hogy az eredmény mennyire közel van a valós értékhez.

A jó kísérleti eredményhez egyszerre kell precizitás és pontosság.

Egy célbaldobás esetében a **pontosság** azt mutatja, hogy a találatok milyen közel vannak a célpont közepéhez, a **precizitás** pedig azt, hogy milyen közel vannak egymáshoz; A **szisztematikus hibák** az összes eredményt ugyanabba az irányba tolják el, a **véletlenszerű hibák** pedig a valós érték körül szórják szét azokat. A céltábla négy állapota azt mutatja, hogy az eredmények lehetnek precízek és pontosak (a találatok a középpontban csoportosulnak), precízek, de pontatlanok (a találatok a középponttól távol csoportosulnak), pontosak, de nem precízek (a találatok a középpont körül szóródnak), vagy pontatlanok és nem precízek.



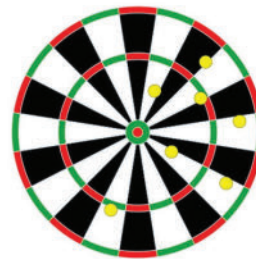
PONTOSAK
ÉS PRECÍZEK



PONTOSAK DE
NEM PRECÍZEK



PRECÍZEK DE
PONTATLANOK



PONTATLANOK
ÉS NEM PRECÍZEK

Jegyezd meg!

Az előző esettanulmány által leírt helyzetek gyakran megjelennek a kísérleti mérések során és ezeket különböző hibatípusok befolyásolják:

Szisztematikus hibák akkor jelennek meg, amikor minden mérési eredmény a valós értéktől (referenciaértéktől) ugyanabba az irányba tolódik el (mindegyik mérési eredmény nagyobb vagy mindegyik kisebb, mint kellene).

Példák: egy mérleg, amely mindig körülbelül 520 g-ot mutat, egy 500 g tömegű test esetén; egy hőmérő, amely mindig 2°-kal többet mutat a valódi hőmérsékletnél; egy vonalzó, amelynek a beosztásai kissé el vannak tolódva; egy óra, amelyik 5 percet siet: nem véletlenszerűen téved, hanem állandó „szokása” van. Minden mérés precíz, de pontatlan.



Véletlen hiba a mérési eredmény és a valós érték közötti véletlenszerű eltérés.

Példák: Az előző példában a diák által mért tömegértékek közötti kis eltérések a műszer korlátjai vagy a kísérleti körülmények miatt fordulnak elő. A ceruza hosszának mérése esetén a véletlenszerű hibák megjelenése, a ceruza vonalzóhoz viszonyított eltérő elhelyezkedése, apró mozgások vagy instabilitás miatt történik.

Durva hiba az, amely egy nyilvánvaló leolvasási, lejegyzési vagy kezelési hibának tulajdonítható és a többitől nagyon különböző mérési értéket eredményez.

Példa: a táblázatban a ceruza hosszának 22,5 cm-es értéke teljesen eltér a többitől.

M. sz.	1	2	3	4	5
$\ell(\text{cm})$	20,1	20,2	20,0	20,1	22,5

Hibatípus	Jelemzői	Lehetséges okok	Hogy javítható vagy csökkenthető?
Szisztematikus hiba	Minden mérési eredmény ugyanabba az irányba tolódik el a referenciaértékhez képest.	– hibás vagy kalibrálatlan mérőműszer; – a skála helytelen irányú leolvasása; – hibás mérési módszerek; – a mérőműszer zérótól eltérő értéket jelez amikor a valós érték zéró- ez a <i>nullpont hiba</i>	<i>Javítható:</i> – a mérőműszerek kalibrálásával; – a mérési módszer kijavításával; – ellenőrzés egy etalonnal.
Véletlen hiba	A mérési eredmények eltérnek kissé egymástól és kissé szóródnak a referenciaérték körül	– a műszer korlátjai; – környezeti ingadozások: hőmérséklet, fény, rezgések; – a megfigyelő reakciója.	<i>Teljesen nem kiküszöbölhető, de csökkenthető:</i> – a mérések megismétlésével; – középérték-számítással; – pontosabb mérőműszerek használatával.
Durva hiba	Egy, a többitől nagyon különböző mérési eredmény	– a skála hibás leolvasása; a mért értékek hibás lejegyzése; a tárgy hibás elhelyezése; – a mérőműszerek hibás kezelése.	<i>A nagyon eltérő értékek eltávolítása az értéktáblázatból:</i> – a mérések ellenőrzésével; – a kísérlet megismétlésével

A szisztematikus hibák a pontosságot befolyásolják (az eltérést a központtól), **míg a véletlen hibák a precizitást** (a találatok szóródását) befolyásolják.

Bármely mérés esetén mindig van némi hiba vagy pontatlanság. A **pontatlanság foka** mind a mérő szakértelmétől, mind a mérőműszer minőségétől függ. Míg egyes mérlegek csak 0,1 g pontossággal képesek tömegeket mérni, más nagyon érzékeny mérlegek 0,001 g vagy annál pontosabb mérésekre is képesek.

Értelmezzük a mérési bizonytalanság számításait példákkal:

► **Első eset: egyetlen mérés (x):**

Egy diák milliméteres beosztású vonalzóval, azaz 1 mm pontossággal megméri egy ceruza hosszát.

A **mérési bizonytalanság** (leolvasási bizonytalanság, általában Δx vagy u jelöléssel) a legkisebb beosztásnak a fele, a mi esetünkben $\Delta \ell = 0,05$ cm (analóg mérőműszerek esetén). A diák által leolvasott érték: $\ell = 17,3$ cm. A mérés eredményét mindig ugyanannyi tizedessel kell megadni, mint a bizonytalanságot: $\ell = (17,30 \pm 0,05)$ cm.

Digitális mérőműszerek esetében a mérési bizonytalanságot a műszer legkisebb kijelzett egységével azonosnak tekintjük (például egy századmásodperc pontossággal mérő stopperóra esetében a bizonytalanság $\pm 0,01$ s).

A **relatív bizonytalanság** (ε) azt mutatja meg, hogy mekkora a mérési bizonytalanság a mért értékhez viszonyítva:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{0,05 \text{ cm}}{17,3 \text{ cm}} \approx 0,0029$$

Százalékban kifejezve: $\varepsilon\% = 0,0029 \cdot 100\% = 0,29\%$.

Minél kisebb a relatív bizonytalanság annál pontosabb a mérés.

► **Második eset: ismételt mérések ($x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$):**

Egy diákcsoport ugyanannak a ceruzának a hosszát méri meg. A mérést többször elvégzik (legalább ötször) majd az eredményeket egy táblázatban rögzítik a mellékelthez hasonlóan!

Nr. det.	ℓ (cm)	$\bar{\ell}$ (cm)	$ \Delta \ell $ (cm)	$\overline{\Delta \ell}$ (cm)	$\varepsilon\%$
1	14,2	14,28	0,08	0,064	0,45
2	14,3		0,02		
3	14,4		0,12		
4	14,3		0,02		
5	14,2		0,08		

A kísérleti adatok feldolgozásának lépései:

1. A középérték kiszámítása. Az $\bar{x}$ -el jelölt középérték az összes mért érték számtani középarányosa és a mért adatok alapján ezt tekinthetjük az adott mennyiség legvalószínűbb értékének.

Példa: $\bar{\ell} = \frac{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4 + \ell_5}{5} = 14,28 \text{ cm}$

2. Az egyedi eltérések kiszámítása. A $|\Delta x_i|$ -vel jelölt egyedi eltérés, egy adott mérési eredmény és az összes mérési eredmény átlagértéke közötti különbség abszolút értéke.

Példa: $|\Delta \ell_i| = |\ell_i - \bar{\ell}|$

3. A középérték abszolút bizonytalanságának kiszámítása. A $\overline{\Delta x}$ -el jelölt abszolút bizonytalanság az egyedi eltérések középértéke, és egy olyan megbízhatósági intervallumot határoz meg, amelyben nagy valószínűséggel benne van a mért mennyiség pontos értéke is.

Példa: $\overline{\Delta \ell} = \frac{|\Delta \ell_1| + |\Delta \ell_2| + |\Delta \ell_3| + |\Delta \ell_4| + |\Delta \ell_5|}{5} = 0,064 \text{ cm}$, és ezt egyetlen jelentős számjegyre kerekítve $\overline{\Delta \ell} = 0,06 \text{ cm}$.

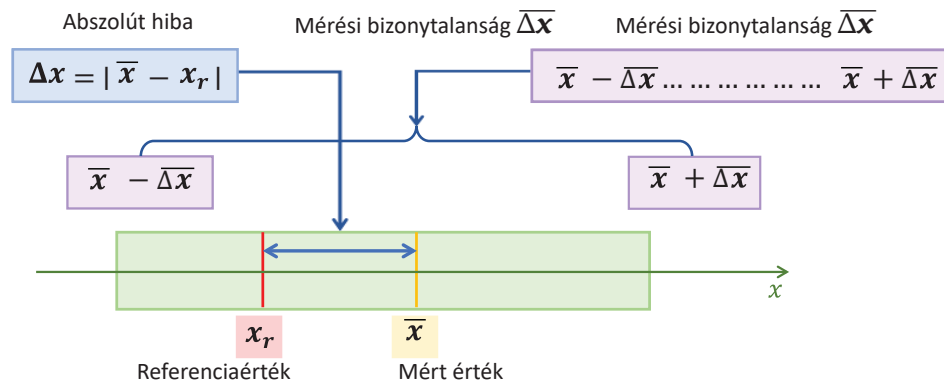
4. A mérés eredményét így fejezzük ki: $x = (\bar{x} \pm \Delta\bar{x})$.

Példa: $\ell = (14,28 \pm 0,06)$ cm. Mivel a bizonytalanságot két tizedessel írtuk fel (0,06 cm), a középértéket is két tizedessel kell megadni (14,28 cm). A valós hosszúság valószínű, hogy 14,22 cm és 14,34 cm között van.

A mért érték körüli **bizonytalansági intervallumot** a $\Delta\bar{x}$ mérési bizonytalanság határozza meg és $\bar{x} - \Delta\bar{x}$ -tól $\bar{x} + \Delta\bar{x}$ -ig tart. Nagy valószínűséggel ebben az intervallumban található a valódi érték.

Sokszoros mérés esetében, minél kisebb a bizonytalansági intervallum, annál jobban csoportosulnak a mért értékek, ez pedig egy nagy pontosságú kísérletre utal.

Az alábbi diagram a mérési pontatlanság és a hibák alapfogalmait szemlélteti, megmutatva a referenciaérték, a mért érték és a bizonytalansági intervallum közötti kapcsolatot.



5. A relatív bizonytalanság kiszámítása. Az ε -nal jelölt relatív bizonytalanság az abszolút bizonytalanság és a mérés középértékének aránya.

Példa: $\varepsilon = \frac{\Delta\bar{\ell}}{\bar{\ell}} = \frac{0,064 \text{ cm}}{14,28 \text{ cm}} \approx 0,00448$. Százalékban kifejezve ennek értéke $\varepsilon \% = 0,00448 \cdot 100\% \approx 0,45\%$

Egy 0,45%-os relatív bizonytalanság pontos mérést jelez, a bizonytalanság több mint 200-szor kisebb a ceruza hosszánál.

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

- Egy diák többször megméri ugyanannak a tárgynak a tömegét, és a következő értékeket kapja: 202 g, 203 g, 201 g, 202 g.
 - Milyen típusú hiba magyarázza a mérések közötti kis eltéréseket?
 - Miért hasznos megismételni a méréseket?
- Egy mérleg 120 g-ot jelez, amikor egy 100 g-os etalontömeget helyezünk rá.
 - Milyen típusú hibáról beszélünk ebben az esetben?
 - Hogyan lehet ezt a hibát kijavítani?
- Fizika órán, egy diákcsoport megméri egy asztal hosszát. A mérés eredményét, amely magában foglalja a mérési bizonytalanságot is, a következőképpen fejezzük ki: $L = (120,2 \pm 0,3)$ cm.
 - Mit jelent a 0,3 cm érték?
 - Milyen szélsőértékek közé várjuk az asztal mért hosszának értékét?

A tanulók tevékenységének és viselkedésének rendszeres megfigyelése a fejezet során

Töltsd ki a következő kérdőívet:

1. A legjobban tetszett	Így éreztem magam az órákon: 
2. A legkevésbé érdekelt	
3. Nehézségeim voltak a következők megértésében	
4. Tisztázni szeretném a következőket	

MUNKAMÓDSZEREK A FIZIKÁBAN – TUDOMÁNYOS VIZSGÁLAT. A KÍSÉRLET

A világ megértésének alapja a megfigyelés, a kísérlet és a logikus következtetés.

Mi a tudományos vizsgálat?

A **tudományos vizsgálat** általában egy jelenség megfigyelésével és egyszerű kérdésekkel kezdődik: *Miért történik ez?* Milyen körülmények között következik be ez a jelenség? Amikor találunk egy választ, és alá tudjuk támasztani **tudományos bizonyítékokkal**, nem pedig egyszerű **benyomásokkal**, a vizsgálat befejeződik. A kérdés és a válasz között azonban a folyamat összetett, amelynek során bizonyítékokat keresünk, ötleteket tesztlünk, és megpróbáljuk megérteni a jelenségek mögött álló mechanizmusokat.

A vizsgálat lépései:

- ✓ A jelenség **megfigyelése**
- ✓ A **vizsgálandó kérdés megfogalmazása** (közvetlenül a megfigyelt jelenséghez kapcsolódóan)
- ✓ A **munkahipotézis megfogalmazása** (lehetséges válasz a vizsgálandó kérdésre)
- ✓ A **kísérlet megtervezése** (a szükséges eszközök, változó mennyiségek és a munkamódszer leírása)
- ✓ A **kísérlet** (adatok rögzítése és rendszerezése)
- ✓ A **kísérleti adatok feldolgozása és következtetések megfogalmazása**



Mi a kísérlet?

A **kísérlet** egy gyakorlati tevékenység, amelynek során egy jelenséget szervezett és ellenőrzött módon tanulmányozunk, hogy megértsük, hogyan és miért játszódik le. Kutatási kontextusban a kísérlet a vizsgálat központi szakaszát képviseli, amelyben a hipotézis igazolásához szükséges adatokat összegyűjtjük. A kísérlet során megfigyeléseket végzünk és fizikai mennyiségeket mérünk, hogy bizonyítékokat szolgáltatunk a megfogalmazott hipotézisek alátámasztására.

A kísérlet változói

Ahhoz, hogy egy kísérlet eredményei helyesek és értelmezhetőek legyenek, világosan meg kell határozni, hogy mit változtatunk, mit mérünk és mit tartunk állandó értéken. Ezeket az elemeket **változóknak** nevezzük.

Bármely kísérletben háromféle változóval dolgozunk:

FÜGGETLEN VÁLTOZÓ (AZ OK)	FÜGGŐ VÁLTOZÓ (AZ OKOZAT)	ELLENŐRZÖTT VÁLTOZÓK (A JÁTÉKSZABÁLYOK)
Az a fizikai mennyiség, amelyet szándékosan módosítunk, hogy megfigyeljük az általa kiváltott hatást. Példák: a test által megtett út hossza, a rugóra ható erő, a test tömege.	Az a fizikai mennyiség, amelyet mérünk, és amely megváltozik, amikor a független változót megváltoztatjuk. Példák: a mozgás időtartama, a rugó megnyúlása, a test sebessége	Fizikai mennyiségek, amelyeket állandó értéken tartunk, hogy az eredmények összehasonlíthatók legyenek. Példák: a felület típusa amelyiken a mozgás történik, a használt test, a mozgás iránya

Figyelem! Ha nem azonosítjuk helyesen a változók típusait, akkor nem fogjuk tudni, hogy mi okozza a megfigyelt változást.

Adattípusok

A kísérlet során gyűjtött információk lehetnek:

- **kvalitatív (minőségi) adatok** – megfigyelések leírása (például: „a tárgy gyorsabban mozog”),
- **kvantitatív (mennyiségi) adatok** – méréssel kapott számszerű értékek (például: 2,4 s; 0,8 m; 5 N).

Hogyan dolgozzuk fel az adatokat?

A kísérlet során kapott adatokat rendszerezni és elemezni kell. Általában táblázatokba rendezik őket, vagy grafikusán ábrázolják az adatokat, hogy könnyen összehasonlíthatók legyenek. Az adatelemzés segít azonosítani a fizikai mennyiségek közötti kapcsolatokat, és ellenőrizni, hogy a kezdetben megfogalmazott hipotézis helyes-e. Ezen elemzés alapján fogalmazzuk meg a **vizsgálat következtetéseit**.

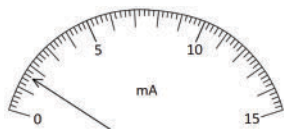
JAVASOLT FELADATOK

1. Hány jelentős számjegy van a következő számoknak:

- a. 0,00450; b. 5 700; c. 0,0300?

2. Írjátok fel a mellékelt ábrán látható analóg milli-ampermérő esetében:

- a. a skála leolvasásának eredményét;
b. a mérés eredményét.



3. A fizika segít összehasonlítani a rendkívül eltérő méretű tárgyakat. Indulj ki a következő, méterben kifejezett hosszúságokból: egy baktérium átmérője, $d = 2,5 \cdot 10^{-6}$ m; az Everest csúcsának magassága: $h = 8,84 \cdot 10^3$ m; a Föld-Hold távolság: $D = 3,84 \cdot 10^8$ m.

- a. Határozd meg a három hosszúság nagyságrendjét. Válaszodat a 3,16-hoz viszonyított érték alapján indokold meg.

- b. Hányszor nagyobb a nagyságrendje a Föld-Hold távolságnak, mint az Everest magasságának?
c. Írd fel a baktérium átmérőjét tizedes számként (a 10 hatványa nélkül).
4. Egy diákcsoport megméri, a 2 méter magasból elengedett labda szabadesésének időtartamát. Digitális stopperórát használnak, és ötször megismétlik a mérést, majd az adatokat egy táblázatba jegyzik le.
a. Töltsd ki a táblázatot a hiányzó értékekkel.
b. Számítsd ki a középérték bizonytalanságát és írd fel a mérések eredményét $t = \bar{t} \pm \Delta \bar{t}$ alakban.

M. sz.	t (s)	$\bar{t}$ (s)		$ \Delta t $ (s)	$\Delta \bar{t}$ (s)
1	0,62				
2	0,65				
3	1,20				
4	0,63				
5	0,66				

ISMERETFELMÉRŐ TESZT

I. (1p) Ha úgy gondolsz, hogy igaz az állítás, írd mellé I betűt, ha pedig úgy, hogy hamis, akkor H betűt.

1. A tömeg mértékegysége az SI-ben a gramm	
2. A tudományos jelölés használja a 10 hatványait.	
3. A precizitás megmutatja, hogy a mérés eredménye mennyire van közel a referenciaértékhez.	
4. A nagyságrend egy fizikai mennyiség értékének megközelítő értéke.	

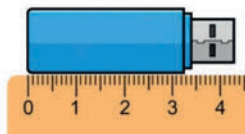
II. (2p) Keresd meg az alábbi feladatok helyes válaszait tudva, hogy mindegyiknek csak egy helyes válasza van.

- A. Egy diák megméri, hogy 2 perc alatt fut le egy kört a futópályán. Az SI-ben ezt az időtartamot kifejező mértékegység:
a. perc; b. óra; c. másodperc; d. ezredmásodperc.
B. Egy kis üveg víz térfogata 0,33 L. Fejezd ki ezt a térfogatot milliliterben!
a. 33 mL; b. 330 mL; c. 3 300 mL; d. 0,33 mL.
C. Határozd meg egy 10 tonnás úrkapszula kilogrammban kifejezett tömegének nagyságrendjét.
a. 10^2 kg; b. 10^3 kg; c. 10^4 kg; d. 10^5 kg.
D. Az alábbi értékek közül melyik rendelkezik négy jelentős számjeggyel?
a. 0,0034; b. 3,400; c. 3 400; d. 3,4.

III. (2p) Töltsd ki az üres helyeket:
Egy digitális mérleg szerint az 5 banis érme tömege $m = 2,30$ g.

- a. A fenti érték jelentős számjeggyel rendelkezik.
b. A mérleg g-os pontossággal mér.
c. 2,50 g pontosságot fejez ki mint 2,5 g.
d. 2,50 g bizonytalanságot fejez ki mint 2,5 g.

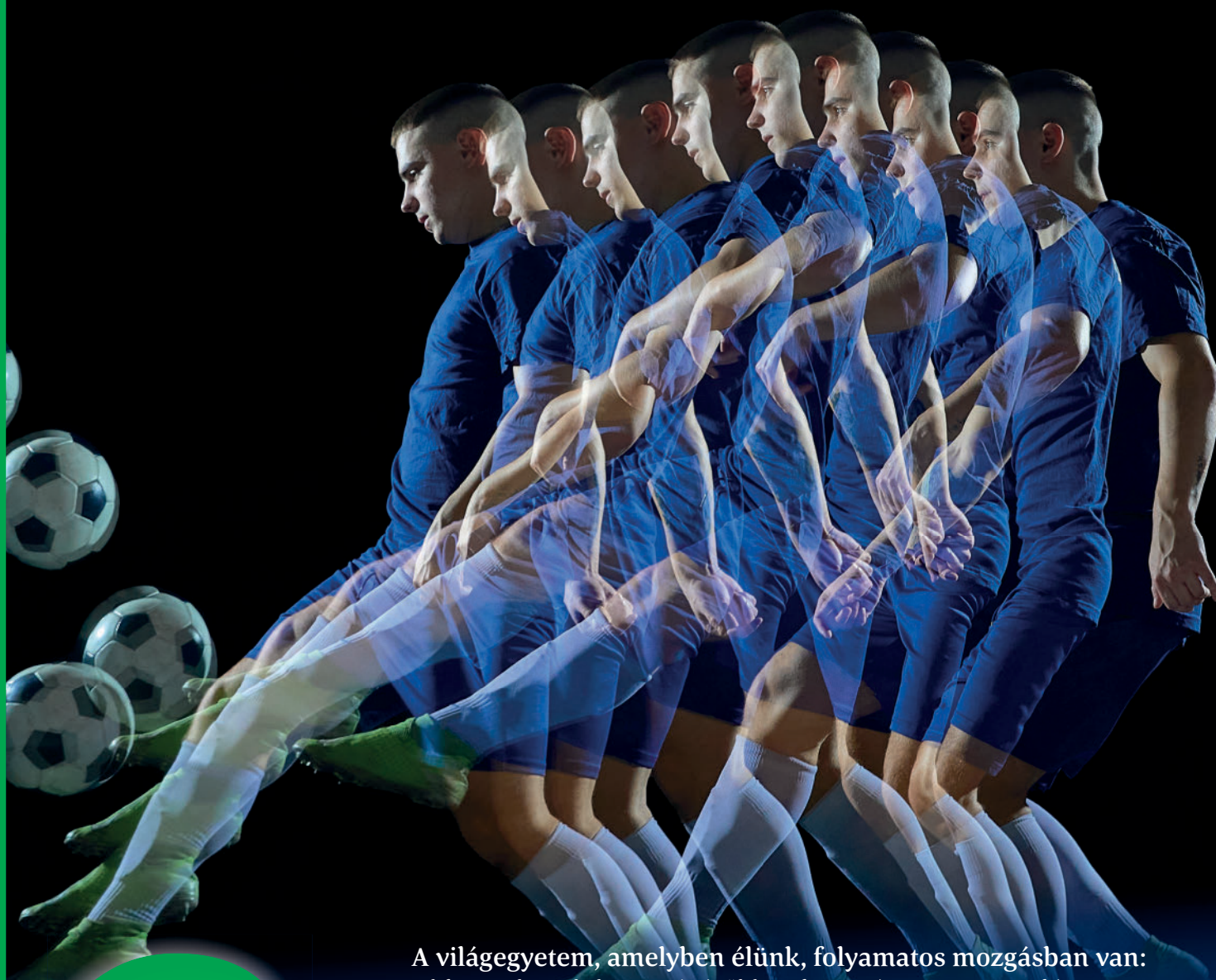
IV. (4p) Old meg a következő feladatokat: Egy fiatalember meg akarja határozni egy pendrive (memory stick) hosszát, hogy elfér-e egy védőtokban. Milliméteres beosztású vonalzóval egyetlen mérést végez (a képen látható módon), és 4,3 cm-t mér. A gyártó a hivatalos weboldalán 4,35 cm-t ad meg standard hosszként (referenciaérték).



- a. Számítsd ki az abszolút mérési hibát a referenciaértékhez képest.
b. Számítsd ki a relatív hibát százalékban kifejezve.
c. Milyen alakban írja fel a fiatalember az eredményt figyelembe véve a mérési bizonytalanságot is?
d. Ha egy barátnője azt mondja neki, hogy tolómérővel megméri ugyanannak a pendrive-nak a hosszát, és 43,2 mm-t kapott, akkor ez az érték összhangban lehet-e a fiatalember mérésével?

Hivatalból egy pont jár.

A KINEMATIKA ELEMEI



A világegyetem, amelyben élünk, folyamatos mozgásban van: a Föld Nap körüli keringésétől kezdve egészen egy madár repüléséig vagy egy futball-labda mozgásáig egy mérkőzés során. A kinematika a mechanikának azon ága, amely a testek mozgását tanulmányozza anélkül, hogy figyelembe venné a mozgást kiváltó okokat. Matematikai nyelvet biztosít számunkra, amely lehetővé teszi alapvető kérdések megválaszolását: *hol von a test, mikor van ott, és milyen sebességgel mozog?* Ebben a fejezetben fizikai mennyiségekkel és egyszerű összefüggések segítségével fogjuk leírni a mozgást.

2

A testek mozgásának leírása



...kihívás

Egy vonaton ülsz, amely éppen indul a pályaudvarról. Kinézel az ablakon, és egy peronon álló személyt látsz. Te mozgatsz vagy ő mozog?

Emlékezz!

A kérdés megválaszolásához el kell döntenünk, hogy mihez viszonyítva írjuk le a mozgást.

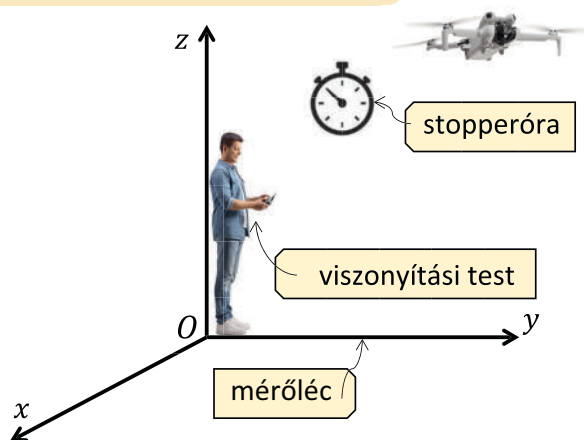
A fizikában a *relatív* kifejezés arra utal, hogy egy fizikai mennyiséget más testekhez viszonyítva határozzunk meg. Sok esetben ez egyszerűen a „valamihez képest” formában fejezhető ki, de a fogalom jelentése ennél tágabb.

A mechanikai mozgás egy test helyzetének megváltozását jelenti más testekhez képest.

Ugyanaz a test bizonyos testekhez viszonyítva mozgásban lehet, miközben másokhoz viszonyítva nyugalomban. Ezért mondjuk, hogy a mozgás és a *nyugalom relatív fogalmak*.

Példa: Vizsgáljuk meg egy drón mozgásállapotát, mielőtt működésbe helyeznénk. A drón nyugalomban van az őt tartó kézhez és a Földhöz képest, a Naphoz képest azonban a drón mozgásban van.

A test mozgásának a leírásához először egy vonatkoztatási testet kell választanunk, amelyhez képest meghatározzuk a helyzetét. A test térbeli helyzetének és időbeli változásának leírásához egy koordináta-rendszert és egy órát vagy stopperót használunk.



A vonatkoztatási rendszer, röviden VR, a vonatkoztatási testből, egy mérőlécből és egy stopperórából áll.



Feladatokban a vonatkoztatási rendszert egy Oxyz koordináta-rendszer helyettesíti, amelynek az origója a vonatkoztatási test egyik pontja, amelyet vonatkoztatási pontnak nevezünk (lásd a fenti ábrát).

Példa: Képzeld el, hogy egy repülőgép 10 órakor indul Budapestről és 12 órakor érkezik Bukarestbe. Feltetted-e már azt a kérdést, hogy a repülőgép melyik pontja érkezik meg pont 12 órakor. Természetesen nem!

Néha egy nagy kiterjedésű test mozgásának elemzése kihívást jelenthet. A dolgok egyszerűsítése érdekében a vizsgált testet **anyagi pontként** modellezzük, és amikor mozog, **mozgó pontnak** nevezzük.

Ezt akkor tehetjük meg, amikor a test legnagyobb mérete is sokkal kisebb annál a távolságnál, amelyen a test mozgását tanulmányozzuk.

Példák: Egy vonat anyagi pontnak tekinthető amikor 150 km-es utat tesz meg, mivel a méretei nagyon kicsik az általa megtett távolsághoz képest; ugyanúgy, egy drón méretei is elhanyagolhatóak, ha egy város felett elemezzük mozgását.

A továbbiakban csak az anyagi pontok mozgását fogjuk tanulmányozni.

Anyagi pontnak nevezzük azt a testet, amelynek méretei elhanyagolhatók a mozgás leírásakor.

Egy mozgásban lévő anyagi pontot **mozgó pontnak** nevezzük.

Jegyezd meg!

► Koordináták. Helyzetvektor

A mozgó pont helyzetének meghatározásához a VR-ben egy koordinata-rendszert választunk. Ha a VR-ben megfigyeljük a mozgó pont egymást követő helyzeteit, megkapjuk a mozgás pályáját.

Példa: A következő ábrán a mozgó pont helyzetét a pályán az x_1 és x_2 koordináták határozzák meg, amelyek különböző időpillanatoknak felelnek meg.



A pálya az a vonal, amelyet egy mozgó pont leír.

A pálya lehet **egyenes vonalú**, ha a mozgó pont egy egyenes mentén mozog, vagy **görbe vonalú**, ha egy görbe mentén halad.



Példák: A mellékelt képeken a vidámparkban a szabadesés-torony fülkéje egyenes vonal mentén mozog, a hullámvasút kisvonata görbe vonalú mozgást végez, míg az óriáskerék fülkéje körpályán mozog. A pálya alakja a választott vonatkoztatási rendszertől függ, tehát relatív.

✓ Egyenes vonalú mozgás esetén a mellékelt ábrán látható mozgó pont helyzete megadható:

- az x **koordinátával**, amely megmutatja, hogy egy adott pillanatban hol található a mozgó pont az Ox tengelyen;

vagy

- az $\vec{r}$ **helyzetvektorral**, amely az origóból a mozgó pont aktuális helyzetébe mutat.

Az $\vec{r}$ helyzetvektor:

- **támadópontja** az O pont, az Ox tengely kezdőpontja;
- **iránya** az Ox tengely irányával megegyező;
- **irányítása** a mozgó pont felé mutat;
- **nagysága (modulusa):** $|\vec{r}| = OP$, mértékegysége a méter.

✓ **Síkbeli mozgás esetén** is kétféleképpen adhatjuk meg a mellékelt ábrán látható drón helyzetét:

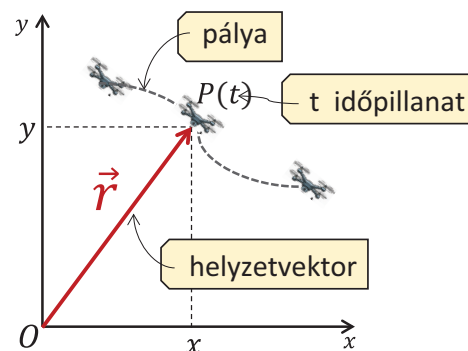
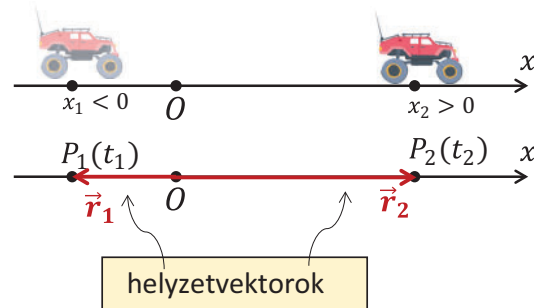
- az x és y **koordinátákkal** (értékük lehet pozitív vagy negatív)

vagy

- az $\vec{r}$ **helyzetvektorral**.

A helyzetvektor vetületei a két tengelyre az x és y koordinátáknak felelnek meg (lásd az ábrát). A drón t időpillanatbeli helyzetére felírható:

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1)$$



► Elmozdulás. Elmozdulásvektor

Két időpillanat között egy mozgó pont megváltoztathatja a helyzetét. Ezt a helyzetváltozást elmozdulásnak nevezzük.

Figyelem! Az elmozdulás nem egyezik meg a megtett úttal.

A **megtett út** azt mutatja meg, hogy a mozgó pont mekkora távolságot tett meg, vagyis a pálya hosszát.

Az **elmozdulás** a végső helyzetet a kezdetivel hasonlítja össze, és megmutatja, mennyivel változott meg a mozgó pont helyzete.

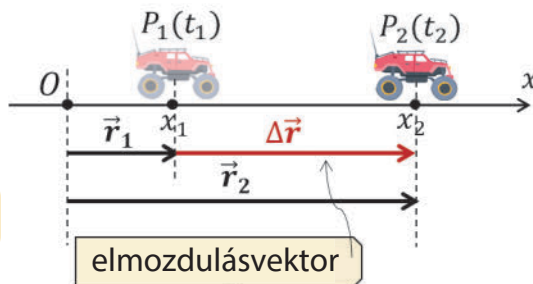
Példa: Ha egy tanuló elindul egy pontból, elsétál a folyosó végéig, majd visszatér a kiindulási helyére, akkor a megtett út a teljes pálya hossza, az elmozdulás azonban nulla, mert a végső helyzet megegyezik a kezdeti helyzettel.

Az **elmozdulás** (Δx) a mozgó pont koordinátájának változását jelenti a t_1 és t_2 időpillanatok között.

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad (2)$$

a mozgó pont elmozdulása (m) a mozgó pont koordinátája a t_2 időpillanatban (m) a mozgó pont koordinátája a t_1 időpillanatban (m)

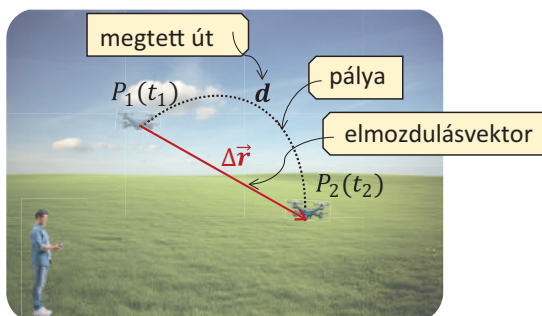
A mellékelt ábrán a játékautó egyenes vonalú mozgást végez, és a helyzetét x_1 -ről x_2 -re változtatja Δt idő alatt (az elmozdulás pozitív, $\Delta x > 0$). A két helyzetet az $\vec{r}_1$ és $\vec{r}_2$ helyzetvektorok adják meg.



A **$\Delta \vec{r}$ elmozdulásvektor** a végső helyzetvektor és a kezdeti helyzetvektor különbsége.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (3)$$

elmozdulásvektor (m) a mozgó pont helyzetvektora a t_2 időpillanatban (m) a mozgó pont helyzetvektora a t_1 időpillanatban (m)

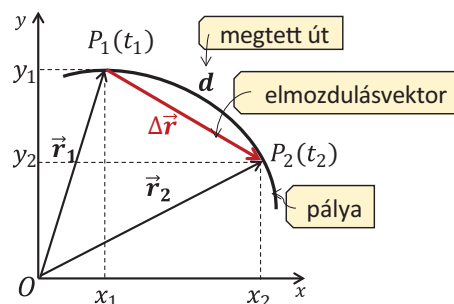


Legyen P_1 és P_2 a drón helyzete a t_1 és t_2 időpillanatokban (lásd a mellékelt ábrát). Megfigyelhető, hogy:

- a drón pályája e két helyzet között a mozgás útját mutatja;
- ennek az útnak a hossza d (a $P_1 P_2$ körív hossza);
- az elmozdulás csak a mozgás végső és kezdeti helyzetét hasonlítja össze.

Az **elmozdulásvektor** elemei (lásd a mellékelt ábrát):

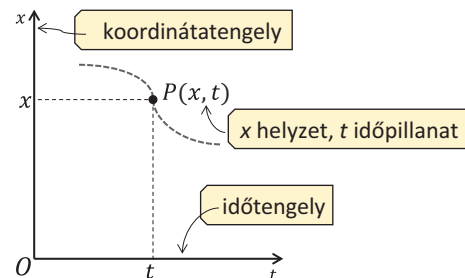
- **támadópont:** az $\vec{r}_1$ helyzetvektor végpontja;
- **irány:** a két helyzetvektor ($\vec{r}_1$ és $\vec{r}_2$) végpontjait összekötő egyenes;
- **irányítás:** a kezdeti $\vec{r}_1$ helyzetvektor végpontjától a végső $\vec{r}_2$ helyzetvektor végpontjába mutat;
- **nagyság (modulus):** $|\Delta \vec{r}| = P_1 P_2$.



A mozgástörvény

A mozgás teljes leírásához ismernünk kell a mozgó pont helyzetét bármely időpillanatban, például a mozgó pont x koordinátáját az idő függvényében: $x = f(t)$ (4)

A (4) kifejezést a mozgó pont **mozgástörvényének** nevezzük. Ezt grafikusan egy koordináta-idő diagramon ábrázoljuk, ahogy az a mellékelt ábrán látható.



...megoldott feladat

1. Az Olimpiai Játékok egyik jégkorongmérkőzésén egy játékos 15 m-rel előre üti a korongot, majd egy másik játékos az eredeti irányhoz képest jobbra, 90° -os szögben további 20 m-rel továbbítja azt. Feladatok:

- szerkezd meg az elmozdulásvektorokat;
- határozd meg az eredő elmozdulásvektor nagyságát;
- határozd meg a megtett út hosszát;
- határozd meg a pálya alakját.

Megoldás:

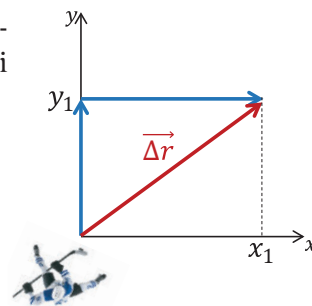
$$\begin{array}{l} y_1 = 15 \text{ m} \\ x_2 = 20 \text{ m} \end{array}$$

$$\begin{array}{l} r = ? \\ d = ? \end{array}$$

- Az elmozdulásvektor nagysága: $|\Delta \vec{r}| = \Delta r$

$$\Delta r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{20^2 \text{ m}^2 + 15^2 \text{ m}^2} = 25 \text{ m}$$

- A teljes megtett út különbözik az elmozdulásvektor nagyságától: $d = x_1 + y_1 = 35 \text{ m}$
- A pálya alakja egy törtvonal, amely a mozgás egymást követő szakaszai mentén alakul ki (lásd a mellékelt ábrát).



Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. A Grand Jeté a balett egyik látványos nagy ugrása, amely során a táncos egyik lábról a másikra ugrik, miközben a levegőben, a mozdulat legmagasabb pontján mindkét lábát kinyújtva tartja. Milyen alakú pályát ír le az 1. ábrán lévő C pont egy nézőhöz viszonyítva?

A piruett gyors, helyben végrehajtott forgás, amelyet általában lábujjhegyen vagy spiccen végeznek.

Piruett közben milyen alakú pályát ír le a 2. ábrán látható B pont a nézőkhöz viszonyítva? És a balerina lába alatt lévő színpadhoz viszonyítva?



1. ábra A Grand Jeté ugrás



2. ábra Piruett

- Egy stadionban tartott edzésen két atléta fut. Az A atléta egy teljes kört szalad, így visszatér a kiindulási pontba, míg a B atléta egyenes vonalban fut a kiindulási pontból egészen a stadion ellentétes oldaláig.
 - Hasonlítsd össze a két atléta által megtett utat.
 - Hasonlítsd össze a két atléta elmozdulását.
 - Melyik atlétának nagyobb az elmozdulása?
 - Lehet-e egy atlétának nagyobb megtett útja, miközben az elmozdulása nulla? Indokold a válaszodat.
- Döntsd el, hogy az állítás igaz vagy hamis:
 - Egy Budapestről Rómába tartó repülő, amelynek pillanatnyi helyzetét földrajzi koordinátái adják meg, anyagi pontnak tekinthető.
 - Egy parkolóban manőverező autó anyagi pontnak tekinthető.
 - Egy hajó, amely átszeli az Égei-tengert, és amelynek pillanatnyi helyzetét földrajzi koordinátái adják meg, anyagi pontnak tekinthető.
- A televíziós műsorok Európában történő továbbításához műholdakat használnak, például az Eutelsat Hot Bird 13F-et. Ez a műhold geosztacionárius pályán helyezkedik el, körülbelül 36 000 km-re az Egyenlítő felett, így folyamatosan a Föld felszínének ugyanazon pontja fölött marad. Mozdásban van-e ez a műhold a Földhöz képest? Hát a Holdhoz képest?

A sebesség és a gyorsulás



...kihívás

Az Iskola felé tartasz, és késésben vagy. A Google Maps alkalmazás szerint 10 perc múlva érkezel meg. Kezdetben lassabban haladtál, de most futsz. *Az előre jelzett érkezési idő változatlan marad, vagy módosul? Ha a sebességed megváltozik, hogyan jellemezhető ez a változás?*

A sebesség. A sebességvektor

...esettanulmány

Egy ételszállító futár az A pontból indul egy rendelés kézbesítésére. Először 100 m-t halad kelet felé 20 s alatt, majd irányt vált és 100 m-t észak felé tesz meg 10 s alatt.

Mekkora a futár sebessége az egyes szakaszokon? Mekkora az átlagsebessége a teljes út során? Ha a futár teljes mozgását szeretnéd leírni, elég csak a megtett utat megadni, vagy figyelembe kell venni az elmozdulások irányát is?

- Az egyes szakaszokon a futár sebessége:

$$\triangleright v_1 = \frac{d_1}{t_1} = \frac{100 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 5 \text{ m/s}$$

$$\triangleright v_2 = \frac{d_2}{t_2} = \frac{100 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$$

- A teljes útvonalon mért sebesség:

$$\triangleright v_{\text{átl}} = \frac{d_1 + d_2}{t_1 + t_2} = \frac{200 \text{ m}}{30 \text{ s}} = 6,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



A sebesség nagyságának ismerete nem elegendő a változó irányú mozgás teljes leírásához, ezért a mozgás irányát is ismernünk kell. Ez a felismerés vezet ahhoz, hogy a sebességet vektormennyiségként értelmezzük.

Jegyezd meg!

A skaláris átlagsebesség ($v_{\text{átl}}$) azt mutatja meg, hogy egy mozgó pont mekkora utat tesz meg egy adott időintervallum alatt. Kiszámításához a teljes megtett utat elosztjuk a teljes időintervallummal.

$$v_{\text{átl}} = \frac{d}{\Delta t}$$

átlagsebesség (m/s) ————— teljes megtett út (m) ————— teljes időintervallum (időtartam) (s)

Az átlagsebesség-vektor ($\vec{v}_{\text{átl}}$) azt mutatja meg, hogyan változik a mozgó pont helyzete egy adott időintervallum alatt. Kiszámításához az elmozdulásvektort elosztjuk a mozgás teljes időtartamával.

$$\vec{v}_{\text{átl}} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

átlagsebesség - vektor (m/s) ————— elmozdulásvektor (m) ————— a mozgás teljes időtartama (s)

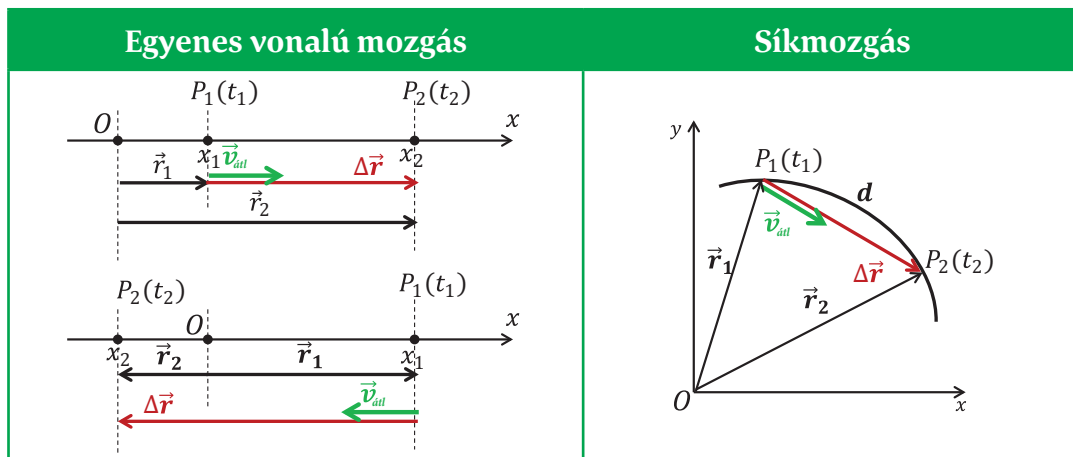
Tehát a skaláris átlagsebesség a teljes úthoz kapcsolódik, míg az átlagsebesség-vektor a helyzetváltozáshoz (elmozduláshoz) kötődik.

A sebesség mértékegysége az SI-ben: $\langle v \rangle_{\text{SI}} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Az **átlagsebesség-vektor** elemei a következők:

- **támadópont** – maga a mozgó pont;
- **irány** – megegyezik a $\Delta \vec{r}$ elmozdulásvektor irányával;
- **irányítás** – megegyezik a $\Delta \vec{r}$ elmozdulásvektor irányításával;
- **nagyság (modulus)** – $|\vec{v}_{\text{atl}}| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$.

Egyenes vonalú mozgás esetén, a tengely pozitív irányának megválasztása után a **sebesség előjele** a mozgás irányától függően pozitív vagy negatív lehet:



A pillanatnyi sebesség

A mellékelt képen látható nagysebességű vonat átlagsebessége elérheti a 250 km/h-t. Ennek ellenére, a sebességmérő egyes időpillanatokban csak 150 km/h-t, máskor pedig 350 km/h-t is mutat.

A sebességmérő azt a sebességet mutatja, amellyel a vonat egy adott pillanatban halad, ezért ezt pillanatnyi sebességnek nevezzük.



A pillanatnyi sebesség (v) a mozgó pont sebessége egy adott pillanatban. Az átlagsebességhez hasonlóan ezt is az elmozdulás és az időtartam hányadosaként határozzuk meg, azzal a feltétellel, hogy az *időtartam nagyon kicsi* legyen ($\Delta t \rightarrow 0$), vagyis a t_2 időpillanat nagyon közel kerüljön a t_1 -hez.

A pillanatnyi sebességvektor ($\vec{v}$) a mozgó pont mozgását jellemzi egy adott pillanatban. Az átlagsebesség-vektorhoz hasonlóan ezt is az elmozdulás-vektor és az időtartam hányadosaként határozzuk meg, azzal a feltétellel, hogy az *időtartam nagyon kicsi* legyen ($\Delta t \rightarrow 0$).

$$\vec{v} = \left[\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right]_{\Delta t \rightarrow 0}$$

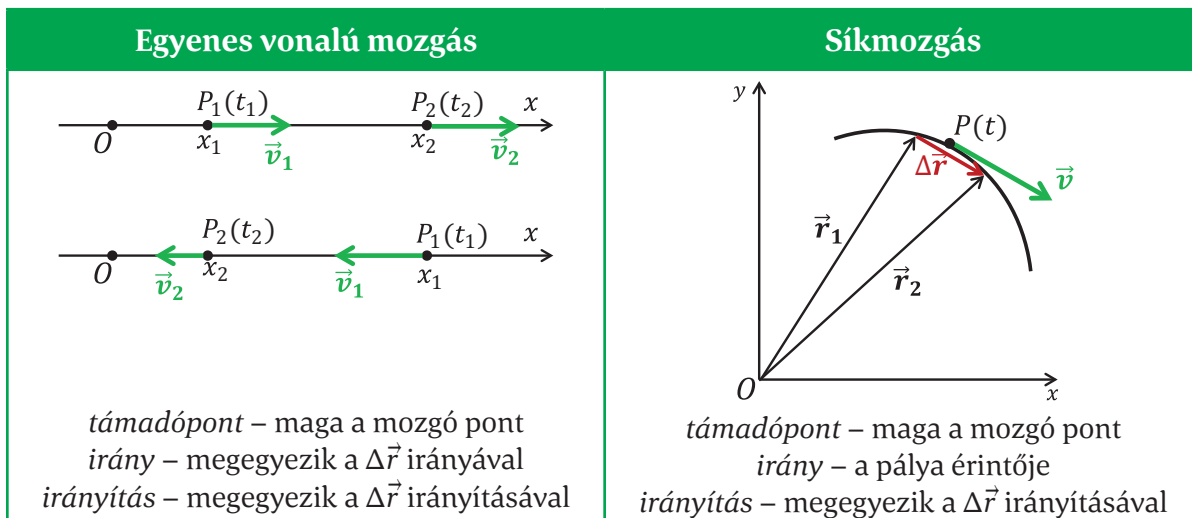
elmozdulásvektor (m)

pillanatnyi sebességvektor (m/s)

nullához tartó nagyon kicsi időintervallum (s)

- ✓ **Egyenes vonalú mozgás** esetén a sebességvektor iránya mindig megegyezik a mozgás irányával. Ha a test a választott tengely pozitív irányába mozog, akkor a sebesség pozitív előjelű, ellenkező esetben negatív előjelű.
- ✓ **Síkmozgás** esetén a mozgás iránya időben változhat. Ha a mozgást nagyon kis időintervallumon vizsgáljuk, a test elmozdulásvektora az adott pontban a pályához húzott érintő irányába mutat. Ezért a pillanatnyi sebességvektor a pálya érintője mentén, a mozgás irányába mutat.

A pillanatnyi sebességvektorokat a következőképpen ábrázoljuk:



...megoldott feladat

Egy tanuló elektromos rollerrel halad egy egyenes utcán (a pozitív iránynak az iskola felé vezető irányt tekintjük). A tanuló 150 s alatt 300 m-t tesz meg az iskola felé. Ezután visszafordul, és 400 m-t tesz meg 200 s alatt. Határozd meg a tanuló átlagsebesség vektorát a teljes időintervallumra.

Megoldás:

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= 300 \text{ m} \\ \Delta x_2 &= -400 \text{ m} \\ \Delta t_1 &= 150 \text{ s} \\ \Delta t_2 &= 200 \text{ s}\end{aligned}$$

$$v_{\text{átl}} = ?$$

A mozgás két szakaszra osztható: az első az iskola felé, pozitív irányba történik, a másik pedig hazafelé, negatív irányba. Az átlagsebesség-vektor nagysága a teljes elmozdulás és a teljes mozgásidő hányadosaként számítható ki:

$$v_{\text{átl}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{300 \text{ m} - 400 \text{ m}}{150 \text{ s} + 200 \text{ s}} \approx -0,29 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Az eredmény értelmezése: A (-) előjel azt mutatja, hogy összességében a tanuló a pozitív, iskola felé mutató iránnyal ellentétesen mozgott. Bár kezdetben az iskola felé haladt, végül nagyobb utat tett meg visszafelé.

A gyorsulás. A gyorsulásvektor

Emlékezz!

A gyorsulás megmutatja, hogy egy mozgó pont sebessége milyen gyorsan változik. A következő ábrákon három olyan helyzet látható, amelyekben a sebesség változik, mind a nagyságát tekintve (ha a mozgó pont sebessége nő vagy csökken), mind pedig az irányát illetően (ha a pályája görbe vonalú).

Felszálláskor a rakéta gyorsul.



Leszálláskor a repülő lassul.



A kerékpár kanyarban megváltoztatja a haladási irányát.



Ugyanakkora sebességváltozás hosszabb vagy rövidebb idő alatt is bekövetkezhet. Ezért két mozgás összehasonlításához nem elég megadni, hogy mennyivel változott a sebesség, hanem azt is meg kell adni, hogy mennyi idő alatt történt ez a változás.

Jegyezd meg!

Az **átlaggyorsulás** ($a_{\text{átl}}$) azt mutatja, mennyivel változik a sebesség időegység alatt (1 s alatt). Értékét a sebességváltozás és az időtartam hányadosa adja meg.

$$a_{\text{átl}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

sebességváltozás (m/s)

időintervallum (s)

átlaggyorsulás (m/s²)

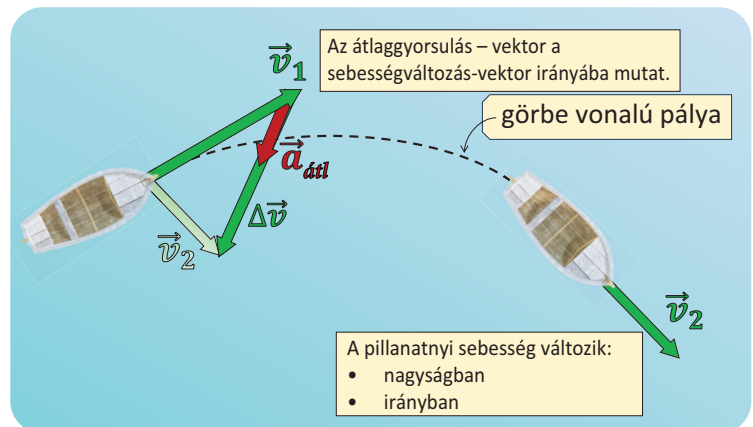
Megjegyzés: Egyenes vonalú mozgás esetén a tengely pozitív irányának kijelölése után az átlaggyorsulás lehet pozitív vagy negatív előjelű.

A gyorsulás mértékegysége az SI-ben: $\langle a \rangle_{\text{SI}} = \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

A **pillanatnyi gyorsulás** (a) azt mutatja meg, hogyan változik a sebesség egy adott pillanatban. A pillanatnyi gyorsulás egy nagyon rövid időintervallum alatt számított átlaggyorsulásként értelmezhető.

Példa: Képzeljünk el egy csónakot, amely állandó sebességgel halad, majd kanyarodás közben lelassul. Ezalatt a pillanatnyi sebessége mind nagyságában, mind irányában megváltozik.

Az átlaggyorsulás-vektor a sebességváltozás-vektor irányába mutat. Nagysága a sebességváltozás és az időtartam hányadosaként számítható ki. Ha nagyon kis időintervallumokat veszünk, az átlaggyorsulás tart a pillanatnyi gyorsuláshoz. Ezért a gyorsulást vektormennyiségként határozzuk meg.



Az **átlaggyorsulás-vektor** ($\vec{a}_{\text{átl}}$) egyenlő a sebességváltozás-vektor és a hozzá tartozó időtartam hányadosával.

$$\vec{a}_{\text{átl}} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

sebességváltozás-vektor (m/s)

időtartam (s)

átlaggyorsulás-vektor (m/s²)

Ahogy a fenti ábrán látható, a sebességváltozás-vektor kezdőpontja a kezdeti sebességvektor ($\vec{v}_1$) csúcsában, végpontja pedig a végső sebességvektor ($\vec{v}_2$) csúcsában van.

Az **$\vec{a}$ pillanatnyi gyorsulásvektort** is átlaggyorsulás vektorként határozzuk meg, de az időintervallum, amelyen számoljuk nagyon kicsi és tartalmazza az adott időpillanatot.

$$\vec{a} = \left[\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right]_{\Delta t \rightarrow 0}$$

sebességváltozás-vektor (m/s)

nullához tartó időintervallum (s)

pillanatnyi gyorsulásvektor (m/s²)

Az átlaggyorsulás-vektort és a pillanatnyi gyorsulásvektort **görbe vonalú mozgás** esetén az alábbi táblázat szemlélteti:

Az átlaggyorsulás-vektor	A pillanatnyi gyorsulásvektor
<i>támadópontja</i> – maga a mozgó pont <i>iránya</i> – megegyezik a $\Delta \vec{v}$ irányával <i>irányítása</i> – megegyezik a $\Delta \vec{v}$ irányításával (a görbület belseje felé mutat)	Ha a pillanatnyi gyorsulásvektort felbontjuk két kitüntetett irány mentén, két összetevőt kapunk: • a tangenciális (sebesség menti) irányba a tangenciális összetevőt ($\vec{a}_t$) • a normális (sugármenti) irányba pedig a normális összetevőt ($\vec{a}_n$) $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$

A tangenciális összetevő a sebesség nagyságának változásából adódik, a normális összetevő pedig a sebesség irányának megváltozásából származik.

- ✓ **Egyenes vonalú mozgás** esetén a gyorsulásvektor és a sebességvektor ugyanazon az egyenesen fekszik, irányuk megegyezik. Ha a sebesség nő, a gyorsulásvektor és a sebességvektor irányítása is megegyezik. Ha a sebesség csökken, irányításuk ellentétes.
- ✓ **Görbe vonalú mozgás** esetén gyorsulás léphet fel akkor is, amikor a sebesség nagysága nem változik, csak az iránya. Ezért az egyenletes körmozgás esetén is van gyorsulás, annak ellenére, hogy a sebesség nagysága állandó.

Egyenes vonalú egyenletes mozgás	Egyenletes körmozgás

...megoldott feladat

Egy diáklány 18 km/h sebességgel halad egy elektromos rollerrel az iskola felé. A gyalogátkelőhöz érkezve fékez, és 5,0 s alatt teljesen megáll. Határozd meg a mozgás átlaggyorsulását.

Megoldás:

$$\begin{array}{l} v_0 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ v = 0 \\ \Delta t = 5 \text{ s} \\ \hline a_{\text{átl}} = ? \end{array}$$

- Átalakítjuk a 18 km/h kezdősebességet m/s-ba:

$$v_0 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{18 \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- Az átlaggyorsulás képletét alkalmazva:

$$a_{\text{átl}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{(0 - 5) \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

- A „-” előjel azt jelzi, hogy a roller lassul (fékez).



Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

- Egy gyorskorcsolyázó a rajtot gyakorolja ezért a startvonalról indulva megtesz 50 m-t, majd visszatér a startvonalhoz. Ha az egész mozgás 20 másodpercet tart, számítsd ki: a vektoriális átlagsebességet és a skaláris átlagsebességet.
- Hogyan lehetséges, hogy egy mozgás során a pillanatnyi sebesség folyamatosan változik, miközben az átlagsebesség értéke egy állandó?
- Milyen esetekben azonos a skaláris átlagsebesség és a vektoriális átlagsebesség?
- Dóra 1500 másodpercet kocog és ezalatt 1,8 m/s átlagsebességet ér el. Mekkora utat tett meg ezalatt. Kerekítsd az eredményt 2 jelentős számjegyre.
- Helyes-e a következő televíziós tudósítás állítása az átlagsebességet mérő kamerákkal kapcsolatban? „Tételezzük fel, hogy az A3-as autópályán van két kamera, az egyik a Keresztényfalvai feljáratnál a másik pedig 6 kilométerrel arrébb, az autópálya végén. Ezen a szakaszon 130 km/h a megengedett sebesség. Ha egy sofőr hamarabb teszi meg ezt az útszakaszt, mint a megengedett sebességnek megfelelő idő, büntetést kap.”
- Kattints a következő linkre: <https://phet.colorado.edu/en/simulations/ladybug-motion-2d>.
 - Rajzolj az egérrel egy tetszőleges pályát a katicabogár számára, és figyeld meg a megjelenő vektorokat.
 - Hogyan változik a sebességvektor iránya?
 - Hogyan változnak a gyorsulásvektorok?
 - Figyeld meg azokat a pontokat, ahol a katicabogár lassul és gyorsul.
 - Milyenek a gyorsulásvektorok ezekben a pontokban?
 - A gyorsulásvektor és a sebességvektor iránya mindig megegyezik?
 - Állítsd be a katicabogarat, hogy állandó sebességgel körpályán mozogjon.
 - Jellemezd a megjelenő sebesség- és gyorsulásvektorokat.
 - Milyen irányba mutat a gyorsulásvektor?
 - Magyarázd meg, miért lehet gyorsulás akkor is, ha a sebesség nagysága állandó.
 - Növeljük a katicabogár sebességét.
 - Hogyan változik a gyorsulásvektor hossza?
 - Mi történik a pillanatnyi sebességvektorral?
 - Hogyan néznek ki a sebesség- és gyorsulásvektorok egy egérrel létrehozott hirtelen irányváltás során?
 - Hogyan néznek ki a sebesség- és gyorsulásvektorok, miközben a katicabogarat hirtelen irányváltásra kényszeríted az egérrel?



Érdekességek...

Egy dragster induláskor hatalmas gyorsulásra képes, így sebessége pillanatok alatt nő nulláról a maximális értékre. Miközben sebessége a maximális értékhez közelít, gyorsulása nullára csökken. Ezért az átlagsebesség és a pillanatnyi sebesség jelentősen különbözhet egymástól!



Mozgástípusok

A testek mozgása a **pálya alakja** és a **sebességvektor változása** szerint osztályozható. Ugyanaz a mozgás egyszerre mindkét osztályba besorolható.

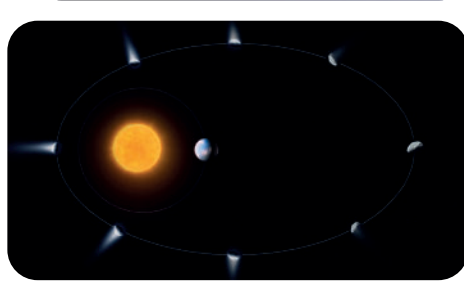
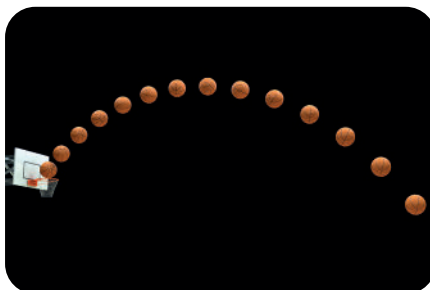
A. A mozgások osztályozása a pálya alakja szerint

➤ **Egyenes vonalú mozgás:** a pálya egyenes (például: szabadesés, lefelé haladó lift, Maglev vonat, amely egyenes pályán halad).

Olvasd be a QR-kódot a szabadesés megtekintéséhez!

➤ **Görbe vonalú mozgás:** a pálya egy görbe vonal.

- Körmozgás: a pálya kör alakú (például: egy porszem mozgása a bakelitlemezen, a körhinta székeinek mozgása).
- Parabolikus mozgás: a pálya parabola alakú (például: egy ágyúból kilőtt lövedék vagy egy kosárlabda mozgása).
- Elliptikus mozgás: a pálya ellipszis alakú (például: egy üstökös mozgása a Nap körül).

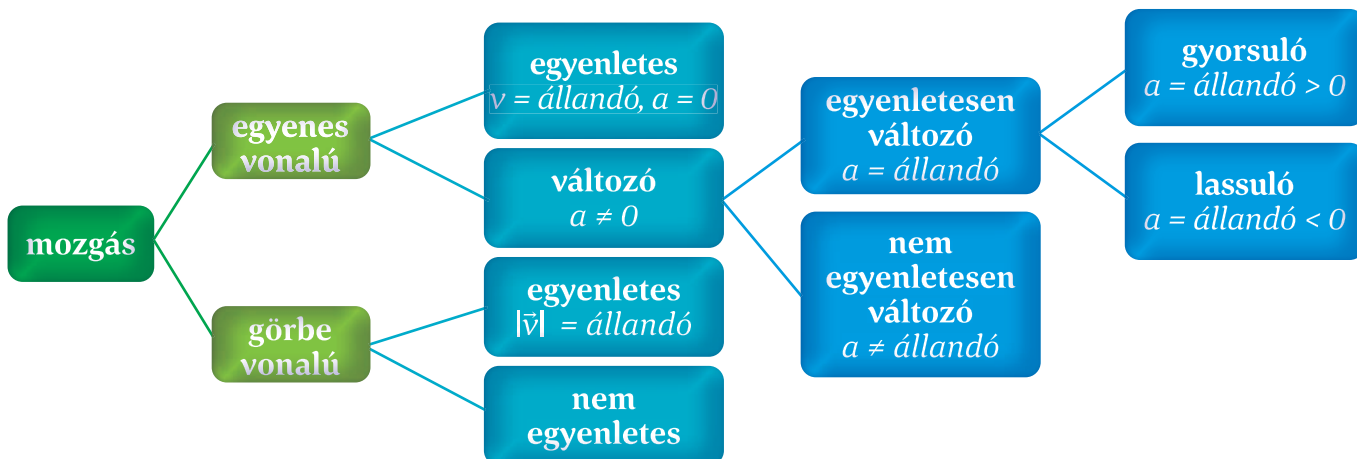


B. A mozgások osztályozása a sebesség változása szerint

➤ **Egyenletes mozgás:** amelyben a sebesség nagysága nem változik, hanem állandó, és a gyorsulás nulla.

➤ **Egyenletesen változó mozgás:** amelyben a sebesség nagysága egyenlő időközök alatt azonos mértékben nő vagy csökken, a gyorsulás pedig állandó és nullától különböző (például: szabadesés gravitációs gyorsulással).

➤ **Általános mozgás,** amelyben a gyorsulás nem állandó (például: egy autó mozgása a forgalomban).



1.1. Az egyenes vonalú egyenletes mozgás

...kihívás

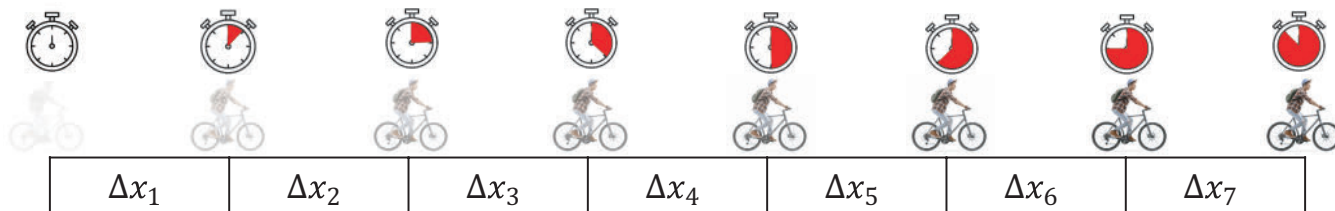
Egy tanuló kerékpárral egyenes úton halad az iskola felé. Mozdás közben ugyanannyi idő alatt mindig ugyanakkora távolságot tesz meg.

Mondhatjuk-e, hogy állandó sebességgel mozog? Hogyan ellenőrizhetjük ezt? Hogyan írhatjuk le matematikailag ezt a mozgást?



Emlékezz!

Egyenes vonalú egyenletes mozgás során a mozgó pont egyenes pályán halad, és egyenlő időközökben egyenlő nagyságú útszakaszokat tesz meg.



Jegyezd meg!

Az „ugyanakkora elmozdulás ugyanannyi idő alatt” kifejezés azt jelenti, hogy a sebesség állandó.

$$v_{\text{átl}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{állandó} \quad (1)$$

Egyenes vonalú egyenletes mozgás során a sebesség nem változik. Ezért az átlagsebesség és a pillanatnyi sebesség értéke minden időintervallumban ugyanaz.

$$v = v_{\text{átl}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \quad (2)$$

a mozgó pont sebessége (m/s) — v
 a mozgó pont koordinátája a t időpillanatban (m) — x
 a mozgó pont koordinátája a t_0 időpillanatban (m) — x_0
 kezdeti időpillanat (s) — t_0
 végső időpillanat (s) — t

Egyenes vonalú egyenletes mozgásnak nevezzük azt a mozgást, amely egyenes pályán történik, állandó sebességgel ($v = v_{\text{átl}} = \text{állandó}$).

Mivel a sebesség állandó, a mozgó pont helyzete egyenletesen változik az idő függvényében. Ezért a test koordinátáját egy egyszerű helyzet-idő összefüggés írja le, amelyet az **egyenes vonalú egyenletes mozgás mozgástörvényének** nevezünk:

$$x = x_0 + v(t - t_0) \quad (3)$$

Ennek a függvénynek a grafikonja egy egyenes.

Megjegyzés:

- Ha a kezdeti pillanat egybeesik a stopperóra indításának pillanatával, akkor $t_0 = 0$, és a mozgástörvény a következő alakban írható fel:

$$x = x_0 + v t \quad (4)$$

- Ha a kezdeti pillanatban $t_0 = 0$, a mozgó pont a koordináta-tengely origójában helyezkedik el, vagyis $x_0 = 0$, akkor a mozgástörvény a következő alakot veszi fel:

$$x = v \cdot t \quad (5)$$

Az xOt koordináta-idő síkban az egyenes vonalú egyenletes mozgás grafikonja egy egyenes. Az egyenes alakja a mozgó pont kezdeti helyzetétől ($x_0 > 0$ vagy $x_0 < 0$), valamint a sebesség előjelétől ($v > 0$ vagy $v < 0$) függ.

A következőkben konkrét esetekben azt vizsgáljuk, hogyan befolyásolják ezek a tényezők a mozgás grafikonját.

...megoldott feladat

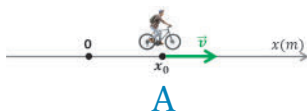
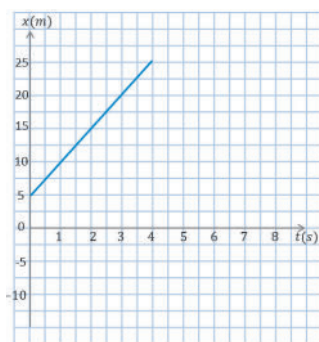
Az alábbi mozgástörvények mindegyike egyenesvonalú egyenletes mozgást ír le, például egy kerékpár mozgását.

A. $x = 5 + 5t$ (m); B. $x = 5 - 5t$ (m); C. $x = -5 + 5t$ (m); D. $x = -5 - 5t$ (m)

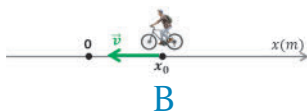
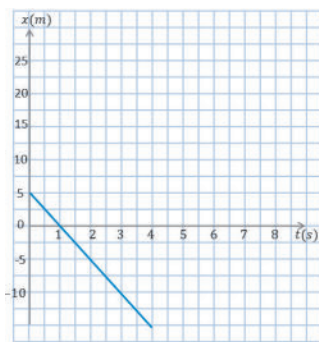
- Értelmezd az egyenletben szereplő együtthatókat az A, B, C és D esetekben.
- Ábrázold a mozgástörvény grafikonját az xOt koordináta-rendszerben minden egyes esetben.
- Értelmezd a grafikon metszéspontjait az Ot , illetve az Ox tengelyekkel.

Megoldás:

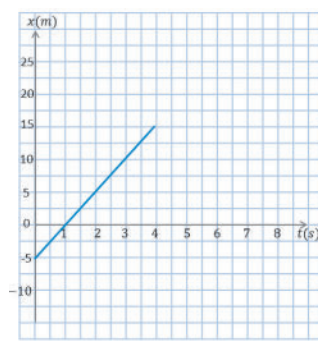
A. $x_0 = 5$ m; $v = 5$ m/s



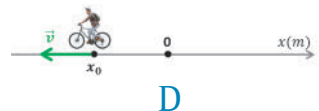
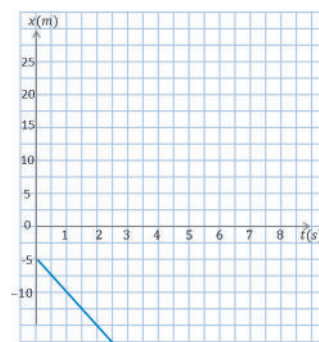
B. $x_0 = 5$ m; $v = -5$ m/s



C. $x_0 = -5$ m; $v = 5$ m/s



D. $x_0 = -5$ m; $v = -5$ m/s



- Ha a grafikon meredeksége pozitív ($v > 0$), a mozgás az Ox tengely pozitív irányába történik, ha pedig negatív ($v < 0$), a mozgás ellenkező irányú.
- A grafikon és az Ox tengely metszéspontja a test kezdeti koordinátáját (x_0) adja meg a mozgás kezdeti pillanatában ($t=0$).
- A grafikon és az Ot tengely metszéspontja azt az időpillanatot adja meg, amikor a test áthalad az Ox tengely origóján (az O ponton).

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. Mit mondhatunk arról a mozgásról, amelynek a grafikonja egy vízszintes egyenes?
2. Lehet-e két egyenes vonalú egyenletes mozgást végző testnek párhuzamos grafikonja az xOt síkban, ha a sebességük különbözik? Magyarázd meg!
3. Hogyan határozhatod meg egy mozgó pont sebességét, ha ismersz két pontot az $x(t)$ grafikonon?
4. Hogyan ismered fel a mozgás grafikonjáról, hogy a mozgó pont sebessége pozitív vagy negatív?
5. Egy kerékpáros egyenes vonalú mozgását a következő mozgástörvény írja le: $x = -10 + 4t$ (m).
 - a. Értelmezd az egyenletben szereplő együtthatókat.
 - b. Ábrázold a mozgástörvény grafikonját az xOt koordináta-rendszerben.
 - c. Mit jelentenek a grafikon Ot tengellyel és Ox tengellyel alkotott metszéspontjainak koordinátái?

2. Az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás



...kihívás

Le tud-e előzni egy helyből induló, folyamatosan gyorsuló autó egy mellette állandó sebességgel száguldó versenyautót akkor is, ha nagyon kicsi a gyorsulása?

Emlékezz!

A testek mozgásánál nemcsak a sebesség számít, hanem a gyorsulás is. Az állandó sebességű mozgás inkább kivétel; a valóságban a sebesség szinte mindig változik.

Tételezzük fel, hogy egy golyót leengedünk egy lejtőn, és a mozgást lassított felvétellel (slow motion) rögzítjük. A felvétel alapján meghatározzuk a golyó sebességét egyenlő időközönként (lásd a mellékelt ábrát).

t (s)	0	1	2	3	4	5	6
v (m/s)	0	2	4	6	8	10	12



Megfigyelhetjük, hogy a sebesség minden másodpercben növekszik, és a növekedés mértéke állandó ($\Delta v = 2$ m/s). Ezért a mozgás egyenletesen változó mozgás.

Az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás során az anyagi pont egyenes pályát ír le úgy, hogy sebessége azonos időintervallumok alatt azonos értékkel nő. Ez utóbbi azt jelenti, hogy gyorsulása állandó.

Jegyezd meg!

A gyorsulás azt mutatja, hogy a sebesség mennyit változik egy adott időtartam alatt. Mivel ebben az esetben a gyorsulás állandó és megegyezik az átlaggyorsulással:

$$a = a_{\text{atl}} = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \quad (1)$$

Az **egyeses vonalú egyenletesen változó mozgás** az anyagi pont egyenes pályán és állandó gyorsulással végzett mozgása.

A sebességtörvény

Az (1) összefüggés alapján felírhatjuk az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás sebességtörvényét (sebességegyenletét):

$$v = v_0 + a(t - t_0) \quad (2)$$

a mozgó pont sebessége t időpillanatban (m/s) ————— v
 a mozgó pont sebessége t_0 időpillanatban (m/s) ————— v_0
 a ————— gyorsulás (m/s²)
 t ————— t ————— kezdeti időpillanat (s)
 t_0 ————— t_0 ————— végső időpillanat (s)

- A (2) összefüggés azt mutatja, hogy a mozgó pont sebessége időben lineárisan változik, azaz lineárisan függ az időtől.
- Ha a sebesség és a gyorsulás előjele megegyezik, a mozgás gyorsuló.
- Ha a sebesség és a gyorsulás előjele ellentétes, a mozgás lassuló.

A mozgástörvény

Az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgásban a sebesség nem állandó, hanem időben változó. Ilyen esetben nem tudjuk kiszámítani a megtett utat az egyenletes mozgásra érvényes képlettel. A megtett út és a test pillanatnyi koordinátáját az adott időintervallumnak megfelelő $v_{\text{átl}}$ átlagsebesség segítségével lehet kiszámolni.

Csak és **kizárólag** az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgásban igaz az, hogy az **átlagsebesség** a kezdeti (v_0) és a t időpillanatnak megfelelő végső (v) sebességek számtani átlaga:

$$v_{\text{átl}} = \frac{v_0 + v}{2} \quad (3)$$

Ennek alapján az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgásban egy adott időintervallum alatt megtett út, megegyezik annak a mozgó pontnak a megtett útjával, amely az adott időintervallum alatt állandó átlagsebességgel halad.

$$\Delta x = x - x_0 = v_{\text{átl}}(t - t_0) = \frac{v_0 + v}{2}(t - t_0) \quad (4)$$

Behelyettesítve a (2) sebességtörvényt a (4) egyenletbe, rövid számítások után megkapjuk az **egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás mozgástörvényét**:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \quad (5)$$

x : a test koordinátája t pillanatban (m)
 x_0 : a test koordinátája t_0 pillanatban (m)
 v_0 : kezdősebesség (m/s)
 a : gyorsulás (m/s^2)

A Galilei-egyenlet

Bizonyos esetekben a mozgás időtartama nem ismert, és nem is lehet könnyen meghatározni. Ilyen esetekben használjuk a **Galilei-egyenletet**, amely közvetlenül kapcsolja össze a sebességet a helykoordináta változásával anélkül, hogy a mozgás időtartamát is tartalmazná.

A keresett egyenletet a (3) sebességtörvényből és az (5) mozgástörvényből kapjuk meg, ha kiküszöböljük az időt.

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (6)$$

v^2 : sebesség négyzete (m^2/s^2)
 v_0^2 : kezdősebesség négyzete (m^2/s^2)
 a : gyorsulás (m/s^2)
 $x - x_0$: helykoordináta változása (m)

A valós életben nem csak azt kell tudni, hogyan mozog egy test, hanem azt is, hogyan áll meg. Például egy sofőrnek tudnia kell, mennyi idő alatt és mekkora úton tud biztonságosan megállni.

A megállási idő, amelyet t_m -el jelölünk, az az időtartam, amely szükséges ahhoz, hogy egy mozgó pont sebessége nullára csökkenjen. Ha a (2) sebességtörvényben feltételezzük, hogy $t_0 = 0$, és behelyettesítjük a $v = 0$ megállási feltételt, megkapjuk a megállási idő kifejezését:

$$t_m = -\frac{v_0}{a} \quad (7)$$

A megállásig megtett út (szakszerű nevén a fékút), amelyet d_m -el jelölünk, az a távolság, amelyet a mozgó pont a fékezés pillanatától a megállás pillanatáig megtesz. A megállási utat a Galilei-egyenletből lehet kiszámolni.

Behelyettesítve a (6) egyenletbe a $v = 0$ és az $x_0 = 0$ feltételeket, a következőt kapjuk: $0 = v_0^2 + 2a \cdot d_m$, innen pedig:

$$d_m = -\frac{v_0^2}{2a} \quad (8)$$

Az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgásra több matematikai összefüggés is felírható. A megfelelő képlet kiválasztása az ismert mennyiségektől, valamint attól függ, hogy mit szeretnénk meghatározni. A feladatok helyes megoldásához célszerű ezeket az összefüggéseket rendszerezni, és egy logikus kiválasztási módszert alkalmazni.

Törvény	Általános alak	Ha ($t_0 = 0, x_0 = 0$)	Ha ($v_0 = 0, t_0 = 0, x_0 = 0$)	Mikor használok?
Sebesség-törvény	$v = v_0 + a(t - t_0)$	$v = v_0 + at$	$v = at$	ha a sebességet kell meghatározni
Mozgás-törvény	$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$	$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$x = \frac{1}{2}at^2$	ha a távolságot kell meghatározni
Galilei-egyenlet	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$v^2 = v_0^2 + 2ax$	$v^2 = 2ax$	ha az idő nem ismert

...megoldott feladat

Egy kerékpáros 6 m/s sebességgel kezdi reggeli útját. Egy adott pillanatban egy kutya kerül hirtelen elé, ezért egyenletesen fékez $a = -3 \text{ m/s}^2$ gyorsulással. Határozd meg: **a)** a megállásig eltelt időt; **b)** a megállásig megtett utat.

Megoldás:

$$v_0 = 6 \text{ m/s}$$

$$a = -3 \text{ m/s}^2$$

a) $t_m = ?$

b) $d_m = ?$

a) Mivel a gyorsulás állandó, $a = -3 \text{ m/s}^2$, a mozgás egyenletesen lassuló. A kerékpáros v_0 fékezés előtti sebessége egyenlő a fékezés kezdősebességével. A kerékpáros végül megáll, tehát a fékezés végsebessége nulla ($v = 0$).

• A sebességtörvényt alkalmazzuk: $v = v_0 + at$.

• A t_m megállási idő meghatározásához felírjuk a megállás feltételét: $v = 0$, így $0 = v_0 + at_m$.

• A megállási idő: $t_m = -\frac{v_0}{a} = -\frac{6 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{-3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 2 \text{ s}$.

b) Ismert a kezdősebesség (v_0), a végsebesség ($v = 0$), valamint a gyorsulás (a).

• A kerékpáros megállásáig megtett út meghatározásához a Galilei-egyenletet alkalmazzuk: $0^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$; amelyben $d_m = (x - x_0)$.

$$\text{A kerékpáros megállásáig megtett út: } d_m = -\frac{v_0^2}{2a} = -\frac{36 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot (-3) \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 6 \text{ m}.$$

Tehát a kerékpárosnak 2 s-ra van szüksége a megálláshoz, és ezalatt 6 m távolságot tesz meg.



Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

- Egy vonat fékez. A gyorsulása: **a.** pozitív; **b.** negatív; **c.** nulla.
- Egy lift letről indul, és egyre gyorsabban emelkedik. A mozgása: **a.** egyenletes; **b.** gyorsuló; **c.** lassuló.
- Egy autónak negatív gyorsulása van. Ez azt jelenti, hogy: **a.** hátrafelé halad; **b.** lassul; **c.** sebessége változik.
- Ha a sebesség és a gyorsulás azonos előjelű: **a.** a mozgó pont lassul; **b.** a mozgó pont gyorsul; **c.** a mozgó pont megáll.
- Kerékpárral haladsz, és abbahagyod a pedálozást. Mi történik? **a.** a gyorsulás nulla; **b.** a sebesség állandó marad; **c.** a sebesség csökken.

Érdekességek...



Galileo Galilei „Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due nuove scienze” (1638) című művében egy érdekes módszert mutatott be a lejtőn legördülő golyó mozgásának vizsgálatára: csengőket helyeztek el egy lejtőn meghatározott távolságokra úgy, hogy a mozgó golyó azokat egyenlő időközönként érje el és szóltassa meg.

Feltételezte, hogy a golyó azonos időtartamok alatt egyre nagyobb utakat tesz meg, ami azt jelenti, hogy sebessége növekszik. Ebben az esetben a megtett út az idő négyzetével arányos.

KUTATÁS

Az átlagsebesség meghatározása egyenes vonalú mozgás esetén

Környezetünkben folyamatosan megfigyelhetünk mozgó testeket: embereket, kerékpárokat, autókat, madarakat vagy repülőgépeket. Bár ezek a mozgások nagyon különbözőnek tűnnek, ugyanazokkal a fizikai mennyiségekkel írhatók le: a **megtett út**, a **mozgás időtartama** és az **átlagsebesség**.

Ebben a kísérletben meg fogod határozni egy személy átlagsebességét különböző esetekben, és látni fogod, hogyan függ az átlagsebesség attól, hogy a személy hogyan mozog.

Emlékezz!

Egy test mozgásának gyorsaságát egy fizikai mennyiség, az átlagsebesség ($v_{\text{átl}}$) írja le, amelyet a következő összefüggéssel számítunk: $v_{\text{átl}} = \frac{d}{\Delta t}$, ahol d a megtett út, Δt pedig a mozgás időtartama.



A vizsgálandó kérdés:

Egy személy akkor mozog gyorsabban amikor nagy lépésekkel halad, vagy amikor kis lépésekkel?



Hipotézis:

Írd le a füzetedbe a feltételezésedet. Fogalmazd meg, hogy szerinted melyik esetben lesz nagyobb a sebesség, és röviden indokold meg válaszodat. A kísérlet végén hasonlítsd össze a hipotézisedet a kapott eredményekkel.



A kísérlet megtervezése:

- Szükséges eszközök:** mérőszalag, stopperóra, ragasztószalag, egy önkéntes;
- A változók azonosítása

FÜGGETLEN VÁLTOZÓ	FÜGGŐ VÁLTOZÓ	ELLENŐRZÖTT VÁLTOZÓK
Az önkéntes mozgásának módja 1. kis lépésekkel 2. nagy lépésekkel	A mozgás időtartama (ugyanarra a megtett útra)	• azonos távolság • azonos felület • ugyanaz a személy • futás nélküli mozgás

3. Munkamenet:

- Mérj ki egy 15 m hosszú egyenes szakaszt az iskola folyosóján vagy az udvaron egy mérőszalag segítségével.
- Jelöld meg ragasztószalaggal a START-vonalat, majd az 5 m, 10 m és 15 m távolságra lévő pontokat.
- Állítsd az önkéntest a startvonalhoz, és készítsd elő a stopperórát.
- A „Rajt!” jelzésre indítsd el a stoppert. Az önkéntes kezdje meg a mozgást, és a lehető leggyorsabban haladjon kis lépésekkel anélkül, hogy futna.
- Amikor az önkéntes eléri 5 m-nél lévő jelölést, állítsd meg a stoppert és jegyezd fel a megtett út időtartamát.
- Ismételd meg a mérést a 10 m-es és 15 m-es pontokkal is.
- Végezd el a kísérletet ugyanezekkel a feltételekkel, de változtasd meg az önkéntes mozgásmódját: haladjon nagy lépésekkel, futás nélkül.
- Jegyezd fel az összes mért értéket a táblázatba.





A kísérleti adatok rögzítése:

Írd be a mért értékeket az alábbihoz hasonló táblázat 3. és 7. oszlopába:

Mozgás módja	Távolság (m)	Időtartam (s)	Átlagsebesség (m/s)	Mozgás módja	Távolság (m)	Időtartam (s)	Átlagsebesség (m/s)
Kis lépésekkel	5			Nagy lépésekkel	5		
	10				10		
	15				15		



A kísérleti adatok feldolgozása és értékelése:

Számítsd ki az önkéntes átlagsebességét minden megtett távolságra és mindkét mozgásmódra. Írd be a kapott értékeket a táblázat megfelelő oszlopaiba.



A következtetések megfogalmazása:

Elemezd az átlagsebességre kapott értékeket minden esetre. Írd le a következtetéseidet, és hasonlítsd össze őket a megfogalmazott hipotézissel.

...gondolkodtató kérdések

1. Milyen tényezők befolyásolhatják a kísérleti eredményeket?
2. Miért fontos, hogy az ellenőrzött változók állandóak maradjanak?
3. Szerinted eltérőek lettek volna az eredmények, ha a kísérletet egy másik önkéntessel végezzük? Indokold meg a válaszodat.
4. Hogyan változna az átlagsebesség, ha a megtett távolság növekedne, miközben az idő állandó maradna? Hogyan változna, ha a megtett távolság állandó maradna, de az idő növekedne?

A tanulók tevékenységének és viselkedésének rendszeres megfigyelése a tanítási egység során

Töltsd ki a következő kérdőívet:

1. A legjobban tetszett:	Az órák ideje alatt így éreztem magam:
2. A legkevésbé érdekelt:	
3. Nehézségeim adódtak a megértésben:	
4. Szükségem van további magyarázatra:	

Az órák ideje alatt így éreztem magam:



JAVASOLT FELADATOK

1. Egy léghajó kosarában tartózkodó utazó a hőlégballont választja viszonyítási testnek. A hőlégbal-
lonhoz képest az utazó:
 - a. nyugalomban van;
 - b. mozgásban van.
2. Döntsd el, hogy igaz vagy hamis:
 - a. Egy Budapest és Róma között közlekedő repülőgép anyagi pontnak tekinthető, amelynek pillanatnyi helyzetét földrajzi koordinátái adják meg.
 - b. Egy vasúti műhelyben tolató vonat anyagi pontnak tekinthető.
 - c. A Csendes-óceánban található tengeralattjáró anyagi pontnak tekinthető, és pillanatnyi helyzetét földrajzi koordinátái adják meg.
3. Válaszd ki a helyes válasznak megfelelő betűt:
 - A sebesség mértékegysége az SI-ben:
 - a. $\frac{m}{s}$;
 - b. $\frac{m}{s^2}$;
 - c. $\frac{m^2}{s}$;
 - d. $\frac{s}{m}$.
 - Egy mozgó pont 100 m-t tesz meg 20 s alatt. Az átlagsebesség:
 - a. $0,2 \frac{m}{s}$;
 - b. $2 \frac{m}{s}$;
 - c. $5 \frac{m}{s}$;
 - d. $10 \frac{m}{s}$.
 - Egy mozgó pont kezdősebessége 10 m/s, gyorsulása 2 m/s^2 . A pont sebessége 3 s múlva:
 - a. $16 \frac{m}{s}$;
 - b. $6 \frac{m}{s}$;
 - c. $12 \frac{m}{s}$;
 - d. $20 \frac{m}{s}$.
4. Mennyi idő alatt tesz meg egy amerikai antilop 10 km távolságot 50 km/h átlagsebességgel?
5. Egy gépkocsi sebessége 54 km/h-ról 90 km/h-ra növekszik 5 s alatt. Számítsd ki a gyorsulását.
6. Egy test nyugalomból indul $a = 2 \frac{m}{s^2}$ állandó gyorsulással. Számítsd ki:
 - a. a test sebességét 5 s múlva;
 - b. az ez idő alatt megtett utat.

Érdekességek...

Az ember által valaha elért legnagyobb sebesség körülbelül 12,4 m/s (több mint 44 km/h). Ezt a jamaicai Usain Bolt érte el a 2009-es atlétikai világbajnokság 100 m-es síkfutása során.

7. Válaszd ki a helyes válasznak megfelelő betűt:

- A. Jonas Vingegaard dán kerékpáros a Tour de France utolsó szakaszában vezeti a mezőnyt. Ezalatt mozgásban van:
- a. a kerékpár vázához rögzített kulacshoz képest;
 - b. az első kerékre rögzített macskaszemhez képest;
 - c. a mellkasára rögzített pulzusmérőhöz képest.
- B. A sílécek által a hóban hagyott nyomok jelentik:
- a. az elmozdulást;
 - b. a vonatkoztatási rendszert;
 - c. a mozgó pontot;
 - d. a pályát.
- C. Egy utazó elindul egy a Föld felszínén lévő pontból és folyamatosan délnyugati irányba mozog. Hova jut megfelelően hosszú idő után?
- a. a kiindulási pontba;
 - b. az Északi-sarkra;
 - c. a Déli-sarkra;
 - d. az Egyenlítőhöz.

D. A gyorsulásról, mint fizikai mennyiségről kijelenthető:

- a. vektoriális és származtatott mennyiség;
 - b. vektoriális és alapmennyiség;
 - c. skaláris és származtatott mennyiség;
 - d. skaláris és alapmennyiség.
- E. Egy hullámvasút kocsija egyenletesen fékez 20 m/s-ról 0 m/s-ra 4 s alatt. A gyorsulása:
- a. 5 m/s²;
 - b. -5 m/s²;
 - c. -4 m/s²;
 - d. 4 m/s².
- F. Egyenes vonalú egyenletesen gyorsuló mozgás esetén:
- a. a sebesség csökken;
 - b. a gyorsulás állandó és nem nulla;
 - c. a sebesség állandó és nem nulla;
 - d. az elmozdulás nulla.

ISMERETFELMÉRŐ TESZT

I. (1p) Ha úgy gondolod, hogy az állítás **igaz**, írd **A** betűt, ha pedig úgy, hogy **hamis**, írd **F** betűt.

1. Az anyagi pont egy fizikai modell.	
2. A mozgó pont egy nyugalomban lévő anyagi pont.	
3. A pillanatnyi sebesség különbözhet az átlagsebességtől.	
4. Ha a gyorsulás nulla, a sebesség állandó.	

II. (2p) Állapítsd meg a feladatok helyes válaszait tudva, hogy mindegyiknek csak egy helyes megoldása van.

A. A gyorsulás mértékegysége az SI - ben:

- a. $\frac{m}{s}$;
 - b. $\left(\frac{s}{m}\right)^2$;
 - c. $\frac{m^2}{s}$;
 - d. $\frac{m}{s^2}$.
- B. A sebesség, mint fizikai mennyiség:
- a. vektoriális és származtatott mennyiség;
 - b. vektoriális és alapmennyiség;
 - c. skaláris és származtatott mennyiség;
 - d. skaláris és alapmennyiség.

C. Egyenes vonalú egyenletes mozgás esetén:

- a. a sebesség növekszik;
 - b. a gyorsulás állandó és nem nulla;
 - c. a sebesség állandó és nem nulla;
 - d. az elmozdulás nulla.
- D. Az a mozgás, amelyben a test egyenlő időközökben egyenlő utakat tesz meg:
- a. egyenletesen változó
 - b. egyenletesen gyorsuló;
 - c. egyenletesen lassuló;
 - d. egyenletes.

E. A sebesség, mint fizikai mennyiség:

- a. vektoriális és származtatott mennyiség;
- b. vektoriális és alapmennyiség;
- c. skaláris és származtatott mennyiség;
- d. skaláris és alapmennyiség.

III. (2p) Egészítsd ki a hiányzó részeket:

- a. A vonatkoztatási rendszer (röviden VR), alkotóelemei: a vonatkoztatási test (.....), a (amely egy tengelyt vagy koordináta-rendszert jelöl) és a (óra).
- b. A az a vonal, amely összeköti a mozgó pont egymást követő helyzeteinek megfelelő pontokat.
- c. Az egyenes vonalú egyenletes mozgás egy olyan mozgás, amelyben a mozgó pont pályája egy és a állandó.

IV. Oldd meg a következő feladatokat:

- A. (1,5p) Számítsd ki egy autó gyorsulását miközben 5 s alatt egyenletesen fékez 54 $\frac{km}{h}$ -ról a megállásig.
- B. (2,5p) Egy autó 90 $\frac{km}{h}$ sebességgel halad az országúton. Egy adott pillanatban egy kutya jelenik meg előtte, és az autó egyenletesen fékez 5 $\frac{m}{s^2}$ gyorsulással. Határozd meg:
- a. a megállásig eltelt időt;
 - b. a megállásig megtett utat.

Hivatalból 1 pont jár.

A NEWTONI MECHANIKA ALAPELVEI ÉS EZEK ALKALMAZÁSA



A Törökország északnyugati részén, a Dardanellák-szoros felett épült Çanakkale híd a modern mérnöki munka egyik legjelentősebb alkotása. Méreteivel és azzal nyűgözi le az embereket, hogy a függőhidak között a világ egyik legnagyobb nyitásával rendelkezik. Egy ilyen híd nem csupán látványos építmény, hanem kiváló példa arra is, hogy megértsük, hogyan hatnak az erők a testekre. *Mi teszi stabillá az ilyen hidakat? Milyen erők hatnak rájuk? Hogyan járulnak hozzá a kábelek, a pillérek és az egész szerkezet a híd megtartásához?* Hasonló kérdések nemcsak hatalmas építmények esetében merülnek fel, hanem a mindennapi élet számos helyzetében is. Valahányszor meglökünk egy tárgyat, felemeljük az iskolatáskánkat, autóbusszal utazunk vagy fékezünk a kerékpáron, az erők jelen vannak, és befolyásolják a testek mozgását. Valójában az erők életünk minden pillanatára hatással vannak.

3

A newtoni dinamika alapelvei

1. A tehetetlenség elve

A **dinamika** a mechanika egyik legfontosabb fejezete a kinematika mellett. Miközben a **kinematika** a testek mozgását írja le anélkül, hogy annak okait elemezné, a dinamika az erők és a testek, illetve a testrendszerek mozgása közötti összefüggéseket vizsgálja. Alapjait az Isaac Newton által megfogalmazott törvények képezik.

...kihívás

Megfigyelted már, mi történik akkor, ha hirtelen kirántasz egy asztalterítőt egy vízzel teli pohár alól?

Miért nem „mozdul el” a terítővel együtt a pohár is? Miért fontos, hogy hirtelen rántsuk meg? Mi történne, ha lassan húznánk a terítőt?

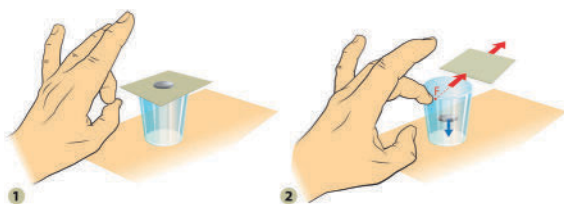


Emlékezz!

A *tehetetlenség* a testeknek az a tulajdonsága, hogy megtartják nyugalmi állapotukat vagy egyenes vonalú egyenletes mozgásukat mindaddig, amíg egy külső erő meg nem változtatja azt.

Egy test mozgásának leírásához *vonatkoztatási rendszert* használunk, amely egy vonatkoztatási testből, egy koordináta-rendszerből és egy időmérő eszközökből áll.

...kísérlet



A kihívásban bemutatott kísérlethez hasonlókat végezhet el, egy pénzérme, egy kartonlap és egy pohár segítségével.

Helyezd a kartonlapot pontosan a pohár szájára, majd tedd a pénzérmét a kartonlap közepére. Ezután pöccintsd meg az ujjaddal oldalirányba a kartonlapot.

A kartonlapra az ujjad egy nagy, vízszintes irányú erőt fejt ki, miközben az érmére, a karton és az érme közötti súrlódási erő hat. A súrlódási erő azonban csak nagyon rövid ideig hat, ezért nem elegendő ahhoz, hogy megváltoztassa az érme nyugalmi állapotát. Az érme a gravitációs erő hatására beleesik a pohárba. Következésképpen az érme tehetetlensége miatt nyugalomban marad.

Tehát ahhoz, hogy egy testet mozgásba hozzunk, megállítsunk vagy megváltoztassuk mozgásirányát, erőhatást kell gyakorolnunk rá.

Jegyezd meg!

Minden test megőrzi nyugalmi állapotát vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását mindaddig, amíg a rá ható erők eredője nulla.

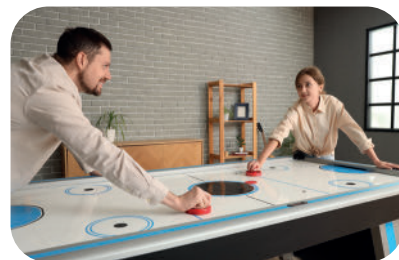
Ez a kijelentés a **tehetetlenség elve**, amelyet Galileo Galilei fedezett fel, és Isaac Newton fogalmazott meg a **dinamika első törvényeként**.

A testeknek azt a tulajdonságát, hogy megtartják nyugalmi állapotukat vagy egyenes vonalú egyenletes mozgásukat, tehetetlenségnek nevezzük. A test tehetetlenségét jellemző fizikai mennyiség a **tömeg**. Minél nagyobb egy test tömege, annál nagyobb a tehetetlensége, és annál nehezebb megváltoztatni a mozgásállapotát. A Nemzetközi Mértékegységrendszerben (SI) a tömeg mértékegysége a **kilogramm** (kg). A kilogramm **alapmértékegység**.

Az olyan vonatkoztatási rendszert, amelyben érvényes a tehetetlenség elve, **tehetetlenségi vonatkoztatási rendszernek** vagy inerciarendszernek nevezzük. A tehetetlenségi vonatkoztatási rendszerek egymáshoz képest nyugalomban vannak vagy egyenes vonalú egyenletes mozgást végeznek.

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

Hasonlítsd össze a dinamika első törvényének szempontjából a korong mozgását a jégen és a légpárnás asztalon játszott hokiban! Válaszodban térj ki a korongra ható erőkre, a mozgás típusára és a mozgás időtartamára!



2. A newtoni mechanika alaptörvénye

Newton első törvénye azokra az esetekre vonatkozik, amikor egy test megtartja nyugalmi állapotát vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását. Vannak azonban olyan helyzetek is, amikor egy test sebessége megváltozik, gyorsul, lassul, vagy megváltozik a mozgás iránya. Ezeket az eseteket a dinamika második törvénye magyarázza meg.

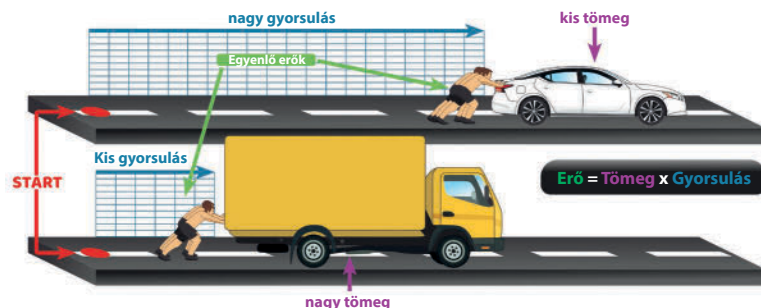
Emlékezz!

A kölcsönhatás két test egymásra gyakorolt hatása. A kölcsönhatás következményei lehetnek: statikusak, amikor a testek alakja változik meg, és dinamikusak, amikor a mozgásállapotuk változik.

A testek közötti kölcsönhatást jellemző fizikai mennyiség az erő, amely vektormennyiség. Az erők hatására egy test deformálódhat vagy megváltozhat a mozgásállapota.

...gondolatkísérlet

Hasonlítsuk össze egy személygépkocsi és egy teherautó gyorsulását, amikor mindkettőre azonos nagyságú erő hat! Ebben az esetben a személygépkocsi gyorsulása nagyobb lesz, mint a teherautóé, mert kisebb a tömege.



Jegyezd meg!

Ha egy testre csak egy erő hat, az a test gyorsulni fog (nő vagy csökken a sebessége, vagy változik a mozgás iránya). Ugyanaz az erő, különböző tömegű testeken, különböző gyorsulást okoz: minél nagyobb a test tömege, annál kisebb a gyorsulás.

A **newtoni mechanika alaptörvénye** — más néven **Newton II. törvénye** — kapcsolatot teremt a testre ható eredő erő, a test tömege és az okozott gyorsulás között.

Ha egy testre egy állandó eredő erő hat, akkor a test gyorsulása állandó lesz, vagyis sebessége egyenletesen változik.

A gyorsulás egyenesen arányos az eredő erő nagyságával, azonos irányú és irányítású ezzel és fordítottan arányos a test tömegével (**ez a mechanika alapelve**).

Másként, az erővektor egyenlő a tömeg és a gyorsulásvektor szorzatával.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

$\vec{F}$ erő (N) $\vec{a}$ gyorsulás ($\frac{m}{s^2}$)
 m tömeg (kg)

Az erő **mértékegysége**: $\langle F \rangle_{SI} = 1 \text{ N}$ (newton). A meghatározás alapján, 1 newton annak az erőnek a nagysága, amely egy 1 kg tömegű testre hatva 1 m/s^2 gyorsulást okoz.

Az $F = m \cdot a$ összefüggés megmutatja, hogyan változtatja meg az eredő erő egy test mozgását. Egy test mozgásának leírásában nemcsak a sebesség, hanem a tömeg is fontos szerepet játszik. Ezért szükség van egy olyan fizikai mennyiségre, amely figyelembe veszi a test tömegét és sebességét is. Ezt a mennyiséget impulzusnak nevezzük.

Egy test **impulzusa** egy olyan vektormennyiség, amely egyenlő a test tömegének és sebességének szorzatával:

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

Az impulzus iránya és irányítása megegyezik a sebesség irányával és irányításával.

Az impulzus **mértékegysége** a Nemzetközi Mértékrendszerben, SI-ben: $\langle p \rangle_{SI} = \langle m \rangle_{SI} \cdot \langle v \rangle_{SI} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{N} \cdot \text{s}$

Korábban láttuk, hogy az eredő erő okozza a test gyorsulását. Ugyanezt úgy is megfogalmazhatjuk, hogy az eredő erő megváltoztatja a test impulzusát. Minél nagyobb egy test impulzusának változása egy adott időintervallumban, annál nagyobb a rá ható eredő erő.

Newton második törvénye tehát így is megfogalmazható:

A testre ható eredő erő egyenlő a test impulzusváltozásának és a változás időtartamának hányadosával.

Ez alapján Newton második törvénye két egyenértékű formában is megfogalmazható: egyrészt az erő, a tömeg és a gyorsulás kapcsolataként, másrészt az erő és az impulzusváltozás közötti összefüggésként.

A **mechanika alaptörvénye** mennyiségi leírást ad arról, hogyan változtatja meg egy erő a test mozgását. Ez a törvény kimondja, hogy egy test impulzusának idő szerinti változási sebessége nagyságban és irányban megegyezik a testre ható erővel.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \cdot \vec{v})}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}, \text{ ha a } \Delta t \text{ időintervallum nagyon kicsi}$$

...megoldott feladat

Egy egyenes vonalú egyenletes mozgást végző vonat kezdeti impulzusa $p_1 = 3\,600 \text{ N} \cdot \text{s}$. A vonat, egy ismeretlen nagyságú F vízszintes erő hatására gyorsulni kezd. Ha a vonat impulzusa $\Delta t = 30 \text{ s}$ alatt 1,5-szeresére nő, határozd meg az F erő nagyságát!

$$\begin{array}{l|l} \text{Megoldás: } p_1 = 3600 \text{ N} \cdot \text{s} & F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{\Delta t} = \frac{1,5 p_1 - p_1}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{1,5 \cdot 3600 \text{ N} \cdot \text{s} - 3600 \text{ N} \cdot \text{s}}{30 \text{ s}} = 60 \text{ N} \\ p_2 = 1,5 p_1 & \\ \Delta t = 30 \text{ s} & \\ \hline F = ? & \end{array}$$

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

Esettanulmány: „Egy autóbusz elindulása és fékezése”

Állandó eredő erő hatására egy autóbusz elindul a megállóból. Egy idő után, amikor elér egy bizonyos sebességet, a sofőr elkezd fékezni, így a busz sebessége egyenletesen csökken egészen a megállásig.

Ismerjük az autóbusz tömegét utasokkal együtt, $m = 8000 \text{ kg}$; az eredő erőt, amely induláskor és fékezéskor is $F_1 = 16000 \text{ N}$;

Feladatok:

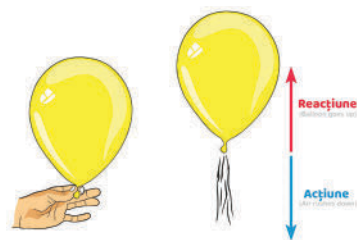
- Határozd meg az autóbusz gyorsulását induláskor!
- Add meg a gyorsulás irányát és irányítását az eredő erőhöz viszonyítva!
- Határozd meg az autóbusz gyorsulását fékezés közben!
- Hasonlítsd össze ezt a gyorsulást az induláskor kapott gyorsulás értékével!

3. A hatás-visszahatás törvénye

Azt tanultad, hogy egy test megtartja nyugalmi állapotát vagy egyenes vonalú egyenletes mozgását, ha a rá ható erők eredője nulla. Az erők azonban nem maguktól jelennek meg: akkor lépnek fel, amikor a testek kölcsönhatásba kerülnek egymással. Azt, hogy két test hogyan hat egymásra, Newton III. törvénye — más néven a hatás-visszahatás törvénye — magyarázza meg.

...kihívás

Két lány egymással szemben áll egy-egy hoverboardon, majd finoman meglökik egymást. Miért távolodnak el mindketten egymástól, még akkor is, ha látszólag csak az egyikük „tolja” a másikat?



...gondolatkísérlet

Ha elengedjük egy felfújt léggömb száját, a benne lévő levegő kiáramlik. A kiáramló levegő erőt fejt ki a léggömbre, amely ennek hatására az áramlással ellenkező irányba mozdul el.

...kísérlet

Két tanuló egy-egy összekötött dinamométer végét tartja a kezében. Az egyik tanuló először gyengén, majd erősebben húzza a másikat, míg a másik ellenáll, és nem engedi, hogy közelebb kerüljön.



Egy harmadik tanuló leolvassa a két dinamométer által mutatott értéket ugyanabban a pillanatban.

Megfigyelés: A két dinamométer ugyanazt az értéket mutatja (például 3 N és 3 N).

Következtetés: Az az erő, amellyel az A test húzza a B testet, nagyságban megegyezik azzal az erővel, amellyel a B test húzza az A testet.

Jegyezd meg!

A hatás–visszahatás törvénye kimondja:

Ha egy test erőt fejt ki egy másik testre — ezt hatásnak nevezzük —, akkor a másik test ugyanakkora nagyságú, de ellentétes irányítású erőt fejt ki az első testre; ezt visszahatásnak nevezzük.

Másképpen fogalmazva: az erők nem elszigetelten jelennek meg, hanem mindig párban, minden erőhöz tartozik egy megfelelő ellenerő.

Ez a törvény megmagyarázza, hogyan hat két test egymásra, akár közvetlen érintkezés, akár távolhatás révén.

Ha az A test az $\vec{F}_{AB}$ erővel hat a B testre, a B test pedig az $\vec{F}_{BA}$ erővel hat vissza az A testre, a két erő között a következő matematikai összefüggés írható fel:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Newton harmadik törvénye a testek közötti kölcsönhatást írja le. A hatás és az ellenhatás:

- egyszerre lépnek fel;
- nagyságuk egyenlő;
- irányításuk ellentétes;
- azonos természetűek (mindkettő érintkezési, vagy mindkettő távolhatásból származó erő);
- különböző testekre hatnak.

Bár ezek az erők egyenlők, nem oltják ki egymást, mert nem ugyanarra a testre hatnak. Emiatt minden test saját gyorsulással rendelkezik, amelyet a tömege határoz meg Newton második törvénye alapján.

Következtetés: A hatás–visszahatás törvénye alapvető fontosságú a természetben és a technikában létrejövő mozgások megértésében. Megmagyarázza az élőlények mozgását, a közlekedési eszközök működését és a mindennapi élet mechanikai kölcsönhatásait, ezért a newtoni mechanika egyik alaptörvénye.

...megoldott feladat



Testnevelésórán két (A és B) tanuló görkorcsolyán áll egymással szemben egy sima felületen.

Az $m_A = 50$ kg tömegű A tanuló, $F_{AB} = 35$ N állandó nagyságú erővel tolja el az $m_B = 70$ kg tömegű B tanulót, az őket összekötő egyenes mentén. A kölcsönhatás következtében mindkét tanuló mozgásba jön.

Elhanyagolva a súrlódást, határozd meg:

a) a B tanuló által az A tanulóra kifejtett erőt;

b) mindkét tanuló gyorsulását.

Hasonlítsd össze a két tanuló mozgását, és magyarázd meg a megfigyelt különbségeket!

Megoldás:

$m_A = 50 \text{ kg}$ $m_B = 70 \text{ kg}$ $F_{AB} = 35 \text{ N}$	a) A hatás–visszahatás törvénye alapján, $F_{BA} = F_{AB} \Rightarrow F_{BA} = 35 \text{ N}$. b) $F_{AB} = m_A \cdot a_A \Rightarrow a_A = \frac{F_{AB}}{m_A} \Rightarrow a = \frac{35 \text{ N}}{50 \text{ kg}} = 0,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
---	--

a) $F_{BA} = ?$ b) $a_B = ?$	$F_{BA} = m_B \cdot a_B \Rightarrow a_B = \frac{F_{BA}}{m_B} \Rightarrow a = \frac{35 \text{ N}}{70 \text{ kg}} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.
--	---

Bár a két erő egyenlő nagyságú, a két tanuló gyorsulása különböző. A kisebb tömegű A tanuló nagyobb gyorsulással mozog. A két tanuló egymással ellentétes irányba indul el.

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. Határozd meg az alábbi esetekben a hatást, a visszahatást és azok következményét!

- egy úszó meglöki a medence falát;
- egy labda a földnek ütközik;
- a madarak repülése;
- az ember járása.

2. Egy tanuló helyből függőlegesen felugrik.

- Azonosítsd a hatóerőt és azt a testet, amelyre hat!
- Azonosítsd az ellenhatást és azt a testet, amelyre hat!
- Magyarázd meg, milyen erő hatására emelkedik fel a tanuló!



...PORTFÓLIÓ téma – A hatás–visszahatás törvénye a valós életben



Válassz egy valós helyzetet (sportból, mindennapi életből, természetből vagy technikából), amelyben érvényesül a hatás–visszahatás törvénye, és állítsd össze a portfóliódat, amelynek tartalmaznia kell:

- a helyzet leírását (5–7 sorban);
- a kölcsönhatásban részt vevő két test megnevezését;
- a hatóerő és a visszahatás egyértelmű meghatározását;
- egy rajzot, fényképet vagy vázlatot, amelyen feltüntetted az erőket;
- magyarázatot arra, hogy miért nem oltják ki egymást ezek az erők.

Közvetlen kölcsönhatás

A mindennapi életben a testek nem változtatják meg maguktól mozgásállapotukat. Egy tárgy elindul, megáll, irányt változtat vagy deformálódik, mert kölcsönhatásba lép a környezetében lévő más testekkel. Néha ezek a kölcsönhatások távolról hatnak, sok esetben azonban közvetlen érintkezés során jönnek létre.

Amikor egy test egy felületen helyezkedik el, amikor meglöki vagy húzzák, amikor egy fonálra vagy rugóra függesztik, közte és a környező testek között közvetlen érintkezési kölcsönhatások lépnek fel. Ezek a kölcsönhatások olyan erők formájában jelentkeznek, amelyek az érintkezési felületeken hatnak. Az ilyen erők megtarthatnak egy testet, mozgásba hozhatják, megváltoztathatják a mozgás irányát vagy akár meg is állíthatják.

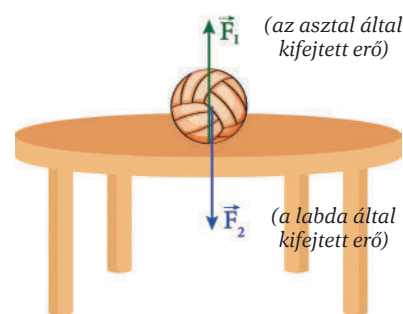
A testek mozgásának megértéséhez és magyarázatához fontos tanulmányoznunk ezeket a közvetlen érintkezési kölcsönhatásokat. Ezek segítenek Newton törvényeinek helyes alkalmazásában és a valós életben előforduló jelenségek értelmezésében. A nyomóerő, a súrlódási erő, a feszítőerő és a rugalmas erő a közvetlen érintkezési erők fontos példái.

1. Nyomóerők, súrlódási erők

A merőleges nyomó- és visszaható erő

Megfigyelted már, hogy az asztalon lévő labda nem esik le, noha a Föld vonzza? Vagy hogy az ember képes állni a padlón anélkül, hogy belesüllyedne?

Ezekben az esetekben a testre a támasztófelület olyan erőt fejt ki, amely megakadályozza a test mozgását a felület irányába.

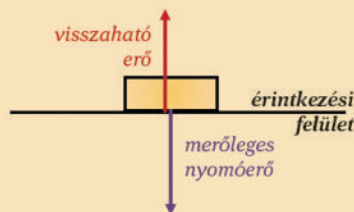


Jegyezd meg!

A felületre ható $\vec{F}_n$ **merőleges nyomóerő**, az az erő, amellyel egy test a támasztófelületre hat, amikor azzal érintkezik. Azért nevezzük merőleges nyomóerőnek, mert iránya merőleges az érintkezési felületre, függetlenül annak helyzetétől. A hatás–visszahatás törvénye alapján a támasztófelület a testre ugyanakkora nagyságú, azonos irányú, de ellentétes irányítású erőt fejt ki. Ezt az erőt merőleges visszahatóerőnek, röviden **visszaható erőnek** vagy normálerőnek nevezünk

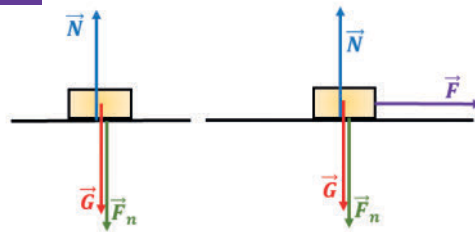
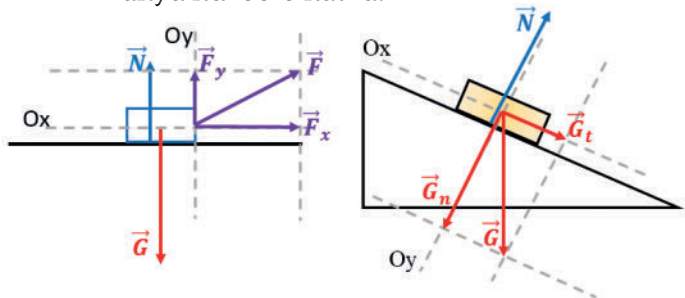
A visszaható erő jellemzői:

- ▶ Jele: $\vec{N}$
- ▶ Támadáspontja: a testen, az érintkezési felületen található.
- ▶ Iránya: sík felület esetén merőleges az érintkezési felületre. Gömbfelület esetén a görbületi sugár irányával azonos.
- ▶ Irányítása a támasztófelülettől a test felé mutat.
- ▶ Nincs képlete – nagysága függ a test tömegétől, a támasztófelület helyzetétől és a testre ható egyéb erőktől.
- ▶ Mértékegysége az SI-ben: $\langle N \rangle_{SI} = N$ (newton)
- ▶ Mérészköze a dinamóméter.
- ▶ A nyomóerő és a visszaható erő két különböző testre hat, ezért támadáspontjuk is különböző. A nyomóerő arra a felületre hat, amelyen a test található, míg az ellentétes irányítású visszaható erő magára a testre hat.
- ▶ Az (F_n) nyomóerő és az $\vec{N}$ visszaható erő erőpárt alkotnak, ezért a hatás–visszahatás törvénye alapján nagyságuk egyenlő, irányuk azonos (merőleges az érintkezési felületre), irányításuk pedig ellentétes. A nyomóerő nagysága függ a felület dőlésszögétől és a testre ható többi erőtől.



Van amikor a visszaható erő (a merőleges nyomóerő párja) nagysága egyenlő a testre ható gravitációs erő nagyságával, például:

- ▶ mikor a test nyugalomban van egy vízszintes felületen;
- ▶ mikor a test vízszintes felületen mozog, miközben egy vízszintes irányú húzóerő hat rá.



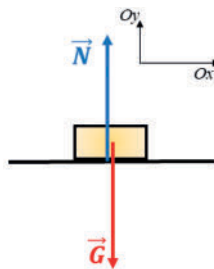
A visszaható erő nagysága nem mindig egyenlő a testre ható gravitációs erő nagyságával, például:

- ▶ amikor a test vízszintes felületen mozog, de a húzóerő ferde irányú;
- ▶ amikor a test lejtőn felfelé vagy lefelé mozog.

...megoldott feladat

Egy $m = 5 \text{ kg}$ tömegű test vízszintes síkon helyezkedik el. A gravitációs gyorsulás $g = 10 \text{ m/s}^2$. Határozd meg a testre ható visszaható erőt.

Megoldás: $\begin{array}{l} m = 5 \text{ kg} \\ g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ N = ? \end{array}$	Newton II. törvénye alapján: $\vec{G} + \vec{N} = 0$. Az Oy tengelyre eső vetülete: $N - G = 0 \Rightarrow N = G = m \cdot g$ $N = 5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 50 \text{ N}$
--	--



Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. Miért nem egyenlő a visszaható erő a gravitációs erővel egy lejtőn?
2. Mi történik a visszaható erővel, ha a test tömege a kétszeresére nő?
3. Létezhet-e súrlódás visszaható erő nélkül? Indokold meg a választ.

A súrlódási erő

...kihívás

Próbáld finoman eltolni az asztalon fekvő könyvet. Figyeld meg, mi történik! Ezután told erősebben! Egy adott pillanatban a könyv mozgásba jön. Mi könnyebb: elindítani vagy mozgásban tartani a könyvet?

Jegyezd meg!

Amikor egy test csúszik vagy gördül az érintkezési felület mentén olyan erő lép fel, amely akadályozza a test mozgását. Ezt az erőt súrlódási erőnek nevezzük.

Amikor egy test nyugalomban van egy felületen, de hat rá egy erő, amely mozgásba szeretné hozni, statikus súrlódási erő lép fel. Például, ha finoman nyomunk egy nehéz ládát, az nem mozdul el. Ebben az esetben a statikus súrlódási erő kiegyenlíti a nyomóerőt, így a test nyugalomban marad.

A statikus súrlódási erő nem állandó értékű. Alkalmazkodik a külső erő nagyságához, és azzal együtt növekszik egy maximális értékig. Amíg a külső erő nem haladja meg ezt a maximális értéket, a test nem mozdul el. Amikor a külső erő meghaladja a statikus súrlódási erő maximális értéke, a test elindul, és csúszni kezd. Ettől a pillanattól kezdve csúszási - más néven dinamikai - súrlódási erő hat rá. Ez akkor lép fel, amikor egy test csúszva mozog egy szilárd felületen, és értéke általában közel állandó marad, ha a felületek nem változnak. Általában a csúszási súrlódási erő kisebb, mint a statikus súrlódási erő maximális értéke. Ezért könnyebb egy testet mozgásban tartani, mint mozgásba hozni.

A súrlódási erő jellemzői:

- ▶ Jele: $\vec{F}_s$
- ▶ Támadáspontja a testen, az érintkezési felület középpontjában van.
- ▶ Iránya az érintkezési felületek közös érintője, és egybeesik a test mozgásának irányával.
- ▶ Irányítása ellentétes a test mozgási irányával.
- ▶ A súrlódási erő nagyságának képlete:
- ▶ Mértékegysége az SI-ben: $\langle F_s \rangle_{SI} = \text{N}$ (newton)
- ▶ Mérőeszköze a dinamométer.

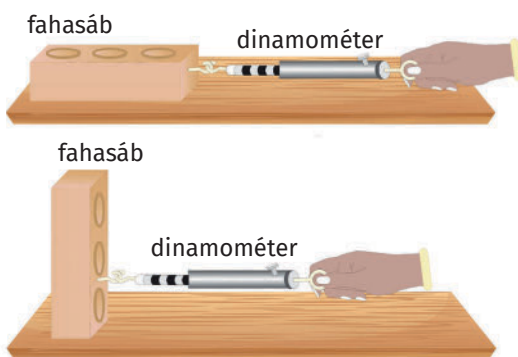
$$F_s = \mu \cdot N$$

μ : súrlódási együttható
 N : visszaható erő (N)
 F_s : súrlódási erő (N)

A csúszósúrlódás törvényei

Kísérleti megfigyelések alapján megfogalmazták a csúszósúrlódás törvényeit, amelyek megmutatják, hogy milyen tényezőktől függ ez az erő.

Jegyezd meg!



A súrlódás első törvénye kijelenti, hogy a **csúszósúrlódási erő nem függ az érintkezési felület nagyságától**, ha a nyomóerő nem változik.

Például egy téglatest alakú fahasábra ugyanakkora súrlódási erő hat, akár a nagyobbik, akár a kisebbik lapján húzzuk.

A súrlódás második törvénye szerint a **csúszósúrlódási erő egyenesen arányos az érintkezési felületre ható merőleges nyomóerővel**. Minél erősebben nyomja a test a felületet, annál nagyobb a súrlódási erő.

$$F_s = \mu \cdot N \implies \mu = \frac{F_s}{N} \implies \langle \mu \rangle_{SI} = \frac{N}{N} = 1$$

A „ μ ” **csúszósúrlódási együttható** egy dimenzió nélküli fizikai mennyiség (nincs mértékegysége). Értéke függ az érintkező anyagok minőségétől és a felületek állapotától (sima, érdes, száraz vagy kenőanyaggal ellátott felület). A klasszikus modell szerint az együttható nem függ az érintkezési felület nagyságától és a csúszás sebességétől sem.

...megoldott feladat

Egy iskolatáska tömege 1,2 kg. A táskában tankönyvek és füzetek vannak, melyeknek össztömege 3,8 kg. Egy tanuló a táskát a tanterem vízszintes padlóján húzza. Ismerve a táska és a padló közötti csúszósúrlódási együttható értékét $\mu = 0,35$, határozd meg a táskára ható súrlódási erőt! Legyen $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Megoldás:	$M = 1,2 \text{ kg}, m = 3,8 \text{ kg}$ $\mu = 0,35$ $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ $F_s = ?$	$F_s = \mu \cdot N$ Newton II. törvénye alapján: $\vec{G} + \vec{N} = 0$ Az Oy tengelyre eső vetület: $N - G = 0 \Rightarrow N = G = (M + m) \cdot g \Rightarrow F_s = \mu \cdot (M + m) \cdot g$ $F_s = 0,35 \cdot (1,2 + 3,8) \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 17,5 \text{ N}$
-----------	---	--

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. Miért nehezebb egy testet mozgásba hozni, mint mozgásban tartani egy szilárd felületen? Magyarázd meg a tapadási és a csúszási súrlódás fogalmát használva!
2. Miért függ a csúszási súrlódási erő az érintkező felületek anyagától, de nem függ az érintkezési felület nagyságától?

2. A deformáló erő. Hooke törvénye. A rugalmas erő. Mechanikai feszültség

A fonálban fellépő feszítőerő

A mindennapi életben gyakran találkozunk olyan fonalakkal, kötelekkel vagy kábelekkkel, amelyek különböző testeket tartanak, emelnek vagy mozgatnak. Például egy lámpa a mennyezetről egy vezetéken lóg, a lift vagy a drótkötélpálya kábelek segítségével működik, és egyes fitneszgépeken a súlyokat szintén kábelek rögzítik.

...kihívás

Amikor meghúzod egy fitneszgép karját, a súlyokat egy kábel emeli fel. Hogyan továbbítja a kábel az erőt a súlyokhoz? Milyen erő terjed a kábelben?

Az ilyen helyzetek leírására a mechanikai feszültség fogalmát használjuk, amelyet a fonálban fellépő feszítőerőnek is nevezünk, még rövidebben feszítőerőnek.

Jegyezd meg!



Amikor egy testet egy kifeszített fonálhoz rögzítenek, a test és a fonál között mechanikai kölcsönhatás lép fel. A fonál a testre a saját irányába ható erőt fejt ki, miközben a test ugyanakkora nagyságú, de ellentétes irányítású erőt fejt ki a fonálra, a hatás–visszahatás törvénye alapján. Azt az erőt, amellyel a fonál a testre hat, a fonálban fellépő feszítőerőnek nevezzük, és általában T betűvel jelöljük. Ennek az erőnek az iránya a fonál mentén halad. Hasonló erők jelenhetnek meg más, testeket összekötő elemekben is, például rudakban vagy pálcákban.

A fonálban fellépő feszítőerő jellemzői:

- ▶ Jele: $\vec{T}$
- ▶ A fonál részéről hat a testre.
- ▶ A támadáspontja a testen van, ott, ahol a fonál a testhez kapcsolódik.
- ▶ Iránya azonos a fonál/rúd irányával.
- ▶ Irányítása: Az irányítása a testtől a fonál, illetve a rúd felé mutat (húzás esetén), míg a rúd összenyomásakor ennek az ellenkezője.
- ▶ Nincs képlete – nagyságát a testre ható erők közötti matematikai összefüggésekből határozhatjuk meg.
- ▶ Mértékegysége az SI-ben: $\langle T \rangle_{SI} = \text{N}$ (newton)
- ▶ Mérőeszköze a dinamométer.

...gondolatkísérlet

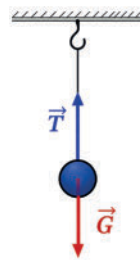
Vizsgáljunk meg egy fonálra felfüggesztett testet.

- Amikor a felfüggesztett test nyugalomban van, két erő hat rá: a gravitációs erő, amely függőlegesen lefelé mutat és fonálban fellépő feszítőerő, amely függőlegesen felfelé mutat. Mivel a test mechanikai egyensúlyban van, az eredő erő nulla, ezért a fonál feszítőereje nagyságban megegyezik a testre ható gravitációs erővel: $T = G$
- Amikor a felfüggesztett test függőleges irányban mozog, a fonálban fellépő feszítőerő nem mindig egyenlő a gravitációs erővel.

Ha a test gyorsulva emelkedik, a feszítőerő nagyobb, mint a gravitációs erő, mert a fonálnak nemcsak tartania, hanem még gyorsítania is kell a testet. Ebben az esetben Newton II. törvénye így írható fel: $m \cdot a = T - G$.

Ha a test gyorsulva ereszkedik, a feszítőerő kisebb, mint a gravitációs erő. Ebben az esetben: $m \cdot a = G - T$.

Fizika feladatok megoldásánál a fonalat gyakran ideálisnak tekintjük, vagyis tömegnélkülinek, nyújthatatlannak és tökéletesen rugalmasnak. Ilyen feltételek mellett, a fellépő feszítőerő a fonál minden pontjában azonos.



...megoldott feladat

Egy fonál feszítőerejének tanulmányozásához egy $m = 3 \text{ kg}$ tömegű testet függőlegesen emelünk $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$ gyorsulással. Határozd meg a fonálban fellépő feszítőerő nagyságát. ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

Megoldás: $m = 3 \text{ kg}$

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}, g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$T = ?$$

Newton II. törvénye alapján:

$$m \cdot a = T - G \Rightarrow T = m \cdot a + m \cdot g = m \cdot (a + g)$$

$$T = 3 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 36 \text{ N}$$

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

Képzeld el, hogy a tornateremben egy, a mennyezethez rögzített erős szálon függ egy 2 kg tömegű medicinlabda. A labda mozdulatlan, egyensúlyban van. Mekkora erő hat a labdát tartó szálon? (Legyen $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

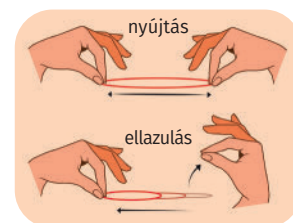
A deformáló erő. A rugalmas erő

A mindennapi életben számos olyan helyzettel találkozunk, amikor a testek erő hatására megváltoztatják alakjukat vagy méretüket. Amikor összenyomunk egy szivacsot, megnyújtunk egy gumiszalagot vagy összenyomunk egy rugót, azt tapasztaljuk, hogy ezek a tárgyak deformálódnak. Az ilyen változásokat előidéző erőket **deformáló erőknek** nevezzük.

A deformáló erő tehát olyan erő, amely megváltoztatja egy test alakját vagy méreteit. Hatása nemcsak az erő nagyságától, hanem a test anyagának tulajdonságaitól is függ. Egyes anyagok könnyebben deformálódnak, míg mások jobban ellenállnak az alakváltozásnak.

...gondolatkísérlet

Vegyél a kezvedbe egy fémrugót, egy gumiszalagot vagy akár egy hajgumit. Finoman húzd meg, és figyeld meg, mi történik. Ezután engedd el.



...gondolatkísérlet

Ha egy rugót függőlegesen felfüggesztünk, majd a szabad végére egyre nagyobb tömegű testeket akasztunk megfigyelhetjük, hogy a rugó egyre jobban megnyúlik, ahogy a rá ható erő növekszik. A testek eltávolítása után a rugó visszatér eredeti hosszára. Ez azt mutatja, hogy a változás visszafordítható; ezt nevezzük rugalmas alakváltozásnak, vagy rugalmas deformációnak.

A test visszatérését az eredeti alakjához egy belső erő, az úgynevezett rugalmas erő magyarázza. Ez az erő a rugalmasan deformált testben jelenik meg, és ellentétes irányítású az alakváltoztató erővel. A rugalmas erő nagysága attól függ, mennyire deformálódott a test. Amikor a deformáció oka megszűnik, a rugalmas erő visszaállítja a test eredeti alakját és méreteit.

A rugó hosszának a változását abszolút megnyúlásnak nevezzük. Ez a fizikai mennyiség azt mutatja, mennyivel változott meg a rugó hossza a deformáció következtében. Lineáris megnyúlás esetén az abszolút megnyúlás a végső és a kezdeti hossz különbsége: $\Delta l = l_1 - l_0$

Jegyezd meg!

Amikor egy rugalmas szálát vagy rugót egy **F deformáló erő** megnyújt vagy összenyom, **rugalmas alakváltozás** jön létre. Az erőhatás megszűnése után a belső **rugalmas erő** (F_r) hatására, a rugó visszanyeri eredeti alakját. A rugalmas erő ellentétes irányítású a deformáció irányával, és arra törekszik, hogy a szálát vagy rugót eredeti alakjára és méretére állítsa vissza.

A rugalmas erő jellemzői:

- ▶ Jele: $\vec{F}_r$
- ▶ Támadáspontja egybeesik a rugó végével, ha ide egy testet függesztünk fel, akkor erre a testre gyakorol hatást.
- ▶ Iránya megegyezik a deformáló erő, illetve a rugó tengelyével.
- ▶ Nagyságát a rugalmas alakváltozás törvénye (Hooke törvénye) adja meg:

- ▶ Irányítása ellentétes a deformáló erő irányításával, vagyis az alakváltozás irányával.

$$F_r = k \cdot \Delta l$$

k — rugóállandó ($\frac{\text{N}}{\text{m}}$)
 Δl — abszolút megnyúlás (m)
 F_r — rugalmas erő (N)

- ▶ Mértékegysége az SI-ben: $\langle F_r \rangle_{\text{SI}} = \text{N}$ (newton).
- ▶ Mérőeszköze a dinamométer.

Kísérletileg megállapították, hogy kellően kis deformációk esetén a rugalmas erő és a létrejövő alakváltozás között egyenes arányosság áll fenn. Ezt az összefüggést **Hooke törvénye** fejezi ki:

A rugalmas erő nagysága egyenesen arányos a test megnyúlásával, vagy összenyomódásával (lásd az előző képletet).

Hooke törvénye csak a rugalmas alakváltozás tartományában érvényes. Ha a deformáló erő meghaladja az úgynevezett **rugalmasági határt**, a test már nem nyeri vissza teljesen eredeti alakját, az alakváltozás maradónak válik. Ilyenkor az erő és az alakváltozás közötti egyenes arányosság már nem teljesül.

A rugalmas alakváltozás törvényének vektoriális alakja: $\vec{F}_r = -k \cdot \Delta \vec{l}$

A fenti összefüggésben szereplő „-” előjel azt fejezi ki, hogy a rugalmas erő az alakváltozással ellentétes irányú, vagyis ellentétes irányba hat.

Skaláris alakban: $F_r = k \cdot \Delta l \Rightarrow k = \frac{F_r}{\Delta l} \Rightarrow \langle k \rangle_{SI} = \frac{N}{m}$

A rugóállandó a test rugalmas tulajdonságait jellemzi, és függ a rugó anyagi minőségétől, alakjától és méreteitől. Minél nagyobb a rugóállandó értéke, annál merevebb a test, és annál nehezebben változtatja alakját a deformáló erő hatására.

A különböző anyagok rugalmas viselkedésének összehasonlítására a hosszirányú (longitudinális) rugalmasági modult, más néven Young-modult használjuk, amelynek jele: E . Ez a fizikai mennyiség az anyagot jellemzi, és azt mutatja, mennyire nehezen deformálható az adott anyag. Minél nagyobb a Young-modulus értéke, annál kisebb alakváltozást okoz ugyanaz az erő.

Fontos különbséget tenni a Young-modulus és a rugóállandó között. A Young-modulus az anyag tulajdonsága, míg a rugóállandó egy konkrét testet — például egy adott rugót — jellemez. Ezért két azonos anyagból készült test rugóállandója eltérő lehet, ha alakjuk vagy méretük különbözik. Például két azonos acélból készült rugó keménysége eltérő lehet: az egyik könnyebben, a másik nehezebben deformálódik a hosszától, vastagságától vagy formájától függően. A Young-modulus viszont ugyanaz marad, mert kizárólag az anyagtól függ.

...megoldott feladat

Egy rugó 4 cm-rel nyúlik meg, amikor egy 8 N nagyságú erő hat rá.

a) Határozd meg a rugó rugóállandóját!

b) Hogyan változna a rugóállandó, ha nagyobb Young-modulusú anyagból készülné?

Megoldás: $\Delta l = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$
 $F = 8 \text{ N}$

$$\text{a) } F = k \cdot \Delta l \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta l} \Rightarrow k = \frac{8 \text{ N}}{0,04 \text{ m}} = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

b) Ha a rugó nagyobb Young-modulusú anyagból készülné, akkor ugyanakkora erő kisebb deformációt okozna, és a rugóállandó értéke nagyobb lenne.

a) $k = ?$

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. Mi a különbség a deformáló erő és a rugalmas erő között?
2. Mi történik a rugalmas erővel, miközben a test visszatér eredeti alakjához?
3. Hogyan befolyásolja a rugóállandó értéke egy test deformációját?
4. Két rugót ugyanakkora erővel nyújtunk meg. Melyik nyúlik meg jobban: a kisebb vagy a nagyobb rugóállandójú? Miért?
5. Miért deformálódik két különböző anyagból készült test eltérő módon ugyanazon erő hatására?
6. Egy rugó 6 cm-rel nyúlik meg, amikor egy 12 N nagyságú erő hat rá.
 - a. Határozd meg a rugó rugóállandóját!
 - b. Számítsd ki a rugalmas erőt, amikor ugyanazt a rugót 4 cm-rel nyújtjuk meg!
 - c. Néhány mondatban magyarázd meg, mi történne a rugó alakváltozásával, ha merevebb anyagból készülné!

Távolhatás: a gravitációs kölcsönhatás



A mindennapi életben számos olyan jelenséget figyelhetsz meg, amelyek teljesen természetesnek tűnnek: a kézből kiejtett labda leesik a földre, az eső a felhőkből lefelé esik, ősszel lehullanak a falevelek. Ezek a jelenségek azonban nem véletlenszerűek, azért következnek be, mert a Föld és a közelében lévő testek kölcsönhatásban vannak. Ezt gravitációs kölcsönhatásnak nevezzük. A gravitációs kölcsönhatás nemcsak a Földön érvényesül, hanem az Univerzum minden égiteste között is: a Föld és a Hold, a Nap és a bolygók, valamint a csillagok és a galaxisok között egyaránt.

A XVII. században Isaac Newton, angol fizikus fogalmazta meg azt a törvényt, amely magyarázatot ad erre a jelenségre. A legenda szerint Newtont egy fáról lehulló alma ihlette meg. Megfigyelte, hogy az alma mindig a Föld felé esik, és felvetette a kérdést: „Miért esik az alma mindig a Föld felé? Ha a Föld vonzza az almát, akkor vajon a Holdat is vonzza?” Ebből a megfigyelésből kiindulva Newton egy forradalmi jelentőségű felismerésre jutott: ugyanaz az erő okozza az alma leesését, amely a Holdat a Föld körüli pályán tartja, és a bolygók Nap körüli mozgását is meghatározza. Newton kimutatta, hogy az Univerzum bármely két teste kölcsönösen vonzza egymást; ezt nevezzük **gravitációs kölcsönhatásnak**. Ezt az elképzelést matematikai formában az egyetemes tömegvonzás törvénye írja le.



Jegyezd meg!

A Newton-féle gravitációs törvény szerint:

Bármely két anyagi pontnak tekinthető test között, fellép egy gravitációs vonzóerő, amely egyenesen arányos a testek tömegével, és fordítottan arányos a közöttük lévő távolság négyzetével.

$$F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

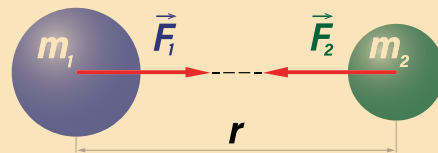
gravitációs vonzási állandó ($\frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$) ————— a két test tömege (kg)
 gravitációs vonzóerő (N) ————— a testek középpontjai közötti távolság (m)



A k arányossági tényezőt gravitációs állandónak nevezzük, értéke: $k = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{\text{N} \cdot \text{m}^2}{\text{kg}^2}$ (az értéke, az Univerzum bármely két teste esetén ugyanaz). A gravitációs állandó értéke nagyon kicsi, ami azt mutatja, hogy a gravitációs kölcsönhatás csak igen nagy tömegű testek esetében válik jelentőssé.

A gravitációs vonzóerő jellemzői:

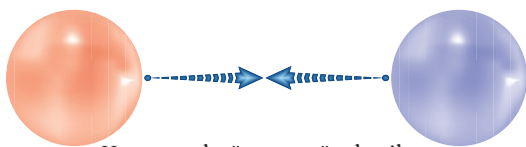
- ▶ Jele: $\vec{F}$
- ▶ Támadáspontja a test súlypontjában van.
- ▶ Iránya a testek középpontját összekötő egyenes.
- ▶ Irányítása a másik test felé mutat.
- ▶ Nagyságát a Newton-féle gravitációs törvény adja meg.
- ▶ Mértékegysége az SI-ben: $\langle F \rangle_{\text{SI}} = \text{N}$ (newton)



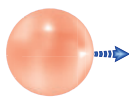
Hogy megértsük, mennyire különböző lehet a gravitációs vonzóerő, hasonlítsunk össze két helyzetet.

- Egyrészt a Föld és a Hold között fellépő nagyon nagy gravitációs vonzóerőt, amelynek értéke körülbelül $2 \cdot 10^{20} \text{ N}$. Ez az erő elég nagy ahhoz, hogy a Holdat Föld körüli pályán tartsa.
- Másrészt képzeljünk el két, egyenként $1\,000 \text{ kg}$ tömegű testet, amelyek 1 méter távolságra vannak egymástól. Köztük mindössze $6,7 \cdot 10^{-5} \text{ N}$ a gravitációs vonzóerő, amely az előzőhöz képest rendkívül kicsi.

Összehasonlításképpen: a Föld és a Hold közötti gravitációs erő körülbelül 1024-szer nagyobb, mint a két, 1 000 kg tömegű égitest közötti vonzóerő. Ez az összehasonlítás azt mutatja, hogy a gravitációs vonzás minden tömeggel rendelkező test között fennáll, de hatása főként akkor válik észrevehetővé, ha legalább az egyik test tömege nagyon nagy, mint például a csillagok vagy bolygók tömege. A mindennapi életben előforduló szokásos tárgyak esetében ez az erő olyan kicsi, hogy hatása észrevehetetlen.



Ha a testek tömege növekszik, a gravitációs vonzóerő is növekszik



Ha a testek közötti távolság növekszik, a gravitációs vonzóerő csökken

Vizsgálat a virtuális laboratóriumban – A gravitációs erő feltárása (Newton törvénye)

Forrás: PhET Interactive Simulations (University of Colorado Boulder)

Utasítások a diákok számára:

1. Olvasd be a QR-kódot, hogy megindítsd a Gravitációs erő szimulációt, amellyel megmérheted két test között a gravitációs vonzóerőt, és ellenőrizheted az egyetemes tömegvonzás törvényét.
2. A jobb oldali panelen jelöld be az „Erőértékek” és a „Távolság” lehetőségeket.
3. Első feladat (Tömegfüggés): Tartsd a gömbök közötti távolságot állandóan 4 km-en! Kétszerezd meg az első gömb tömegét (m_1). Figyeld meg, hányszorosára nő a gravitációs vonzóerő.
4. Második feladat (Távolságfüggés): Tartsd állandó értékeken a tömegeket ($m_1 = 2$ milliárd kg, $m_2 = 4$ milliárd kg). Növeld a gömbök közötti távolságot 2 km-ről 4 km-re. Figyeld meg, hogy bár a távolság kétszeresére nőtt, az erő négyszer lett kisebb! Milyen következtetést vonhatsz le az erő és a távolság négyzete közötti kapcsolatról?



A gravitáció törvénye fokozatosan alakult ki több tudós megfigyelései és elképzelései alapján. Tycho Brahe rendkívül pontos csillagászati megfigyeléseket végzett, Johannes Kepler leírta a bolygók mozgását, Galileo Galilei a testek esését tanulmányozta, míg Robert Hooke felvetette az égitestek közötti vonzóerő létezésének gondolatát. Ezekre az elképzelésekre építve, valamint új matematikai módszereket alkalmazva Isaac Newton 1687-ben egyetlen egyetemes törvényben egyesítette az égitestek és a földi testek mozgását.

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?



1. Hogyan befolyásolja a testek közötti távolság a gravitációs erő nagyságát?
2. Miért nem esik a Hold a Földre?

...PORTFÓLIÓ téma – Óriások vállán... Hogyan jutott el Newton az egyetemes tömegvonzás törvényéhez?

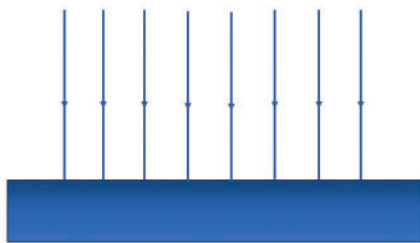
Isaac Newton maga is azt mondta: „Ha messzebb láttam, az azért van, mert óriások vállán álltam”. Ez a téma arra hív, hogy fedezd fel, kik voltak ezek az „óriások”, és felfedezéseik hogyan vezettek a tudomány történetének egyik legnagyobb felismeréséhez.

Készíts egy három részből álló egyéni portfóliót:

1. **A tudás térképe (1-2 oldal)** – Készíts vizuális vázlatot (gondolattérképet, idővonalat vagy diagramot), amely bemutatja azokat a tudósokat, akik hozzájárultak a gravitáció törvényének megfogalmazásához és tüntesd fel mindegyik tudós legfontosabb felismerését!
2. **Tudósportrék (legalább 3 portré)** – Válassz ki három tudóst a térképről, és készíts róluk rövid ismertetőt: ki volt, mit talált fel, hogyan befolyásolta Newton gondolkozását.
3. **A felfedezés elemzése (1 oldal)** – Magyarázd el saját szavaiddal, hogyan sikerült Newtonnak ezeket az elképzeléseket egyetlen matematikai törvényben egyesítenie! Mi volt igazán új az ő hozzájárulásában?

Az egyetemes tömegvonzás törvénye kimondja, hogy minden tömeggel rendelkező test vonzza egymást. De hogyan hathat ez az erő távol lévő testek között közvetlen érintkezés nélkül? Ennek magyarázatára a fizika a gravitációs mező fogalmát használja. Minden tömeggel rendelkező test gravitációs mezőt hoz létre maga körül, és egy másik, ebben a mezőben lévő testre gravitációs vonzóerőt gyakorol. Például a labda azért esik a Föld felé, mert a Föld gravitációs mezejében van, de a Hold is azért marad a pályáján, mert ebben a gravitációs mezőben mozog.

A gravitációs mező magyarázza meg, hogyan érvényesül a gravitációs vonzás távolról is. Minden tömeggel rendelkező test gravitációs mezőt hoz létre maga körül. Ha egy másik test ebbe a mezőbe kerül, **gravitációs vonzóerő** fog hatni rá.



Sugár irányú gravitációs mező esetén (például egy bolygó körül) az erővonalak a bolygó középpontja felé mutatnak. A mező radiális jellegű, ezért az erővonalak a bolygó közelében sűrűbben helyezkednek el, ami azt jelzi, hogy ott a mező erősebb. Ezzel szemben a homogén gravitációs mező esetén (a Föld felszínének közelében) az erővonalak párhuzamosak és egyenlő távolságra vannak egymástól. Ez azt mutatja, hogy kisebb tartományokban a gravitációs mező egyenletesnek tekinthető.



Jegyezd meg!

A **mező** az anyagnak az a létezési formája, amely egy távolhatást továbbít két test között.

A **gravitációs mező** két tömeggel rendelkező test között továbbítja a gravitációs vonzóerőt.

A mezőt irányított vonalakkal (erővonalakkal) ábrázoljuk, amelyek megmutatják a testre ható erő irányát és irányítását.

A gravitációs mező megmagyarázza, hogyan vonzzák egymást a testek távolról, közvetlen érintkezés nélkül, távolhatással. A gravitációs mező testekre gyakorolt hatásának leírására a **gravitációs gyorsulás** elnevezésű fizikai mennyiséget használjuk. Ez mutatja meg, hogyan hat a gravitációs mező egy szabadon eső testre.

A Föld felszínének közelében a szabadesésben mozgó testek gyorsulása megközelítőleg $g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$. Ez azt jelenti, hogy sebességük másodpercenként körülbelül $9,8 \text{ m/s}$ -al nő.

A gravitációs gyorsulás egy adott pontban a gravitációs mező erősségét is jellemzi: minél nagyobb a g értéke, annál erősebb a gravitációs mező.

Jegyezd meg!

A **gravitációs gyorsulásnak** alapvető szerepe van a gravitációs kölcsönhatás leírásában: megmutatja, milyen erős a gravitációs mező, meghatározza a szabadesésben mozgó testek gyorsulását, lehetővé teszi a testre ható gravitációs erő meghatározását. Így a gravitációs gyorsulás az a fizikai mennyiség, amely leírja, hogyan befolyásolja a gravitációs mező a testek mozgását.

...PORTFÓLIÓ téma – A gravitációs mező a mindennapi életben

Készíts rövid bemutatót (1-2 oldal), amelyben bemutatsz, hogyan befolyásolja a Föld gravitációs mezeje a természet különböző jelenségeit vagy az emberi tevékenységeket. Ehhez:

1. válassz ki 3, a valós életből vett példát, amelyekben szerepet játszik a gravitációs mező (például tárgyak esése, mesterséges holdak mozgása, sportok – magasugrás stb.);
2. röviden magyarázd el a gravitációs mező szerepét mindegyik helyzetben;
3. minden példához mellékelj legalább egy képet vagy magyarázó ábrát;
4. fogalmazd meg 3-4 soros következtetést a gravitáció jelentőségéről a földi élet szempontjából! Opcionálisan a portfólió készülhet plakát, digitális bemutató vagy fogalomtérkép formájában is.

A tanulók tevékenységének és viselkedésének folyamatos megfigyelése a fejezet során

Töltsd ki az alábbi kérdőívet:

1. A legjobban az tetszett, hogy
2. A legkevésbé ez érdekelt
3. Nehézségeim voltak a következő témák megértésében
4. További magyarázatra lenne szükségem a következőkkel kapcsolatban .

Az órák során így éreztem magam:



1. KUTATÁS

A csúszósúrlódás törvényeinek ellenőrzése

Elgondolkodtál már azon, hogy egyes látványos táncmozdulatok miért csak bizonyos felületeken működnek? Vagy azon, hogy egy falba vert szöveget miért olyan nehéz kihúzni? Sokszor a súrlódást „negatív szereplőnek” tekintjük, mert lassítja a mozgást, és közben megfélemezünk arról, milyen fontos szerepet játszik életünkben.

A. Ebben a kutatásban kísérletileg tanulmányozzuk, hogyan változik a csúszósúrlódási erő, ha változik a felületre ható nyomóerő. Megérted majd, hogy vannak esetek, amikor egy nagyobb nyomóerő jelenti majd a különbséget a kontrollálatlan csúszás és az egyensúly között.



Emlékezz!

A csúszósúrlódási erő két érintkező felület között lép fel, amikor az egyik test a másik felületén csúszik. Iránya megegyezik az érintkezési felület irányával, irányítása pedig ellentétes a mozgás irányával. Nagysága függ az érintkező felületek anyagától, a felületek megmunkáltságától, valamint a közöttük fellépő nyomóerőtől.



Kutatandó kérdés:

Hogyan függ a csúszósúrlódási erő a felületre ható nyomóerő nagyságától?



Feltételezés:

Írd le a füzetedbe a hipotézisedet! Fogalmazd meg, szerinted hogyan változik a csúszósúrlódási erő, amikor a nyomóerő növekszik.



A kísérlet megtervezése:

- Szükséges eszközök:** egy ismert tömegű, fából vagy más anyagból készült téglatest; dinamométer; jelölt tömegek; egy vízszintes és sík felület.
- Változók azonosítása:**

FÜGGETLEN VÁLTOZÓ	ELLENŐRZÖTT VÁLTOZÓK
felületre ható merőleges nyomóerő	- az érintkező felületek anyaga - az érintkezési felület területe - a test formája és tömege - a mérési módszer - a test (állandó) sebessége
FÜGGŐ VÁLTOZÓ	
csúszósúrlódási erő	

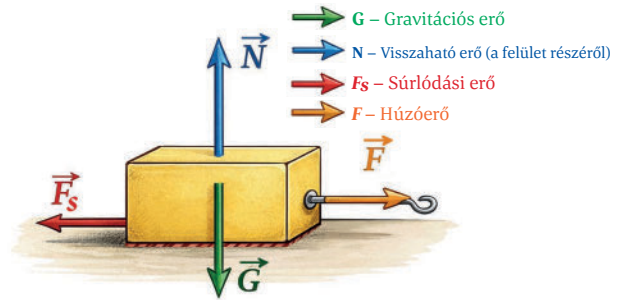
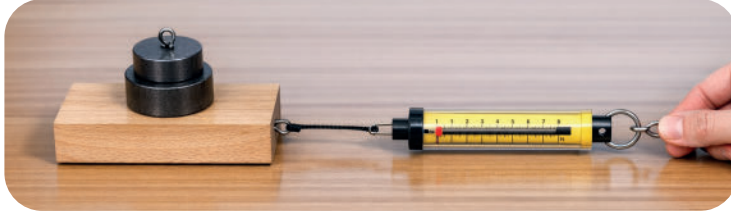
3. Munkamenet:

- Jegyezd fel a füzetedbe a téglatest formájú test tömegét (M_t).
- Helyezd a testet a vízszintes felületre! Kösd hozzá a dinamométert, és tartsd vízszintes helyzetben.
- Húzd a dinamométert úgy, hogy a test egyenletesen mozogjon (közel állandó sebességgel).
- Jegyezd fel a dinamométer által mutatott **húzóerő** (F) értékét. Ebben az esetben a húzóerő nagysága megegyezik a csúszósúrlódási erővel (F_s).
- Ismételd meg a kísérletet különböző tömegértékekkel úgy, hogy jelölt tömegeket helyezel a testre! Minden esetben mérd meg újra a csúszósúrlódási erőt.

Megjegyzés: Minden kísérleti helyzetben jegyezd fel:

- ▶ a téglatest teljes tömegét ($M = M_t + m$), ahol m a hozzáadott jelölt tömeg;
- ▶ az egyenletes mozgást biztosító húzóerőt (F).

Figyelem! A testet úgy húzd, hogy mozgása egyenletes legyen! Csak ebben az esetben egyezik meg a dinamométer által mutatott F erő az F_s csúszósúrlódási erővel.



A kísérleti adatok rögzítése:

Jegyezd le a kísérletileg meghatározott mennyiségeket egy hasonló táblázatba a teljes tömeg növekvő sorrendjében:

A mérés száma	M (kg)	F_s (N)



A kísérleti adatok feldolgozása és elemzése:

- Számítsd ki minden mérés esetében a test által a felületre gyakorolt nyomóerőt az alábbi összefüggéssel: $N = G = M \cdot g$, ahol $g \approx 9,81$ N/kg.
- Hasonlítsd össze az N értékeit az F_s értékeivel
- Számold ki az F_s/N arányt.
- Az adatokat foglald össze egy új táblázatba:

Nr.	M (kg)	N (N)	F_s (N)	F_s/N



A következtetések megfogalmazása:

Tisztázd:

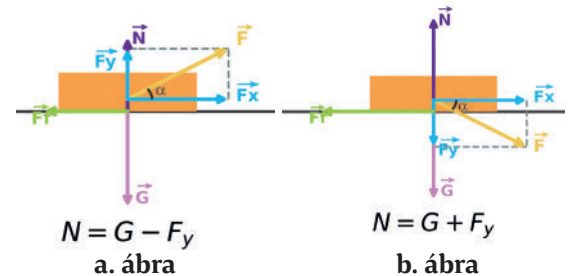
- Hogyan változik a csúszósúrlódási erő, amikor a nyomóerő növekszik?
- Milyen az F_s/N arány?
- Igazolódott-e a kísérlet elején megfogalmazott hipotézis?

...gondolkodtató kérdések

1. Miért fontos, hogy a test egyenletes mozgást végezzen a mérés során?
2. Miért kellett a többi kísérleti feltételt változatlanul tartani?
3. Milyen hibaforrások befolyásolhatják a kísérleti eredményeket?

Figyelem!

- ▶ Ha egy testet ferdén felfelé húzunk, akkor a húzóerő függőleges komponense csökkenti a felületre gyakorolt nyomóerőt, ezért a csúszósúrlódási erő is kisebb lesz (a. ábra).
- ▶ Ha ugyanezt a testet ferdén lefelé nyomjuk, akkor a nyomóerő függőleges komponense növeli a felületre gyakorolt nyomóerőt, ezért a súrlódási erő is nagyobb lesz (b. ábra).



Jegyezd meg!

A felületre merőleges nyomóerő nem mindig egyenlő a test súlyával, a testre ható gravitációs erővel.

- ▶ Ferde húzás esetén a felületre gyakorolt nyomóerő csökken, ezért a súrlódási erő is kisebb lesz.
- ▶ Ferde nyomás esetén a felületre gyakorolt nyomóerő növekszik, ezért a súrlódási erő is nagyobb lesz.

B. Eddig azt figyelhetted meg, hogy a súrlódási erő növekszik, ha a test erősebben nyomja a felületet. Vajon változik-e a súrlódási erő akkor is, ha a nyomóerő ugyanakkora marad, de a test más felületen csúszik? És mi történik, ha a testet más helyzetbe állítjuk és ezzel megváltoztatjuk az érintkező felület nagyságát?

...kihívás

Készítsetek társaiddal egy olyan kutatási tervet, amely során kísérletekkel vizsgáljátok, hogy a súrlódási erő függ-e az érintkező felület anyagától és nagyságától. Az alábbi szempontok segítségével fogalmazzatok meg hipotéziseket, szervezzétek meg a kísérletet, rögzítétek és elemezzétek az adatokat, majd vonjatok le következtetéseket.



Kutatandó kérdés:

Jegyezd le az új kutatási kérdéseket! Hasonlítsd össze kérdéseidet osztálytársaiddal, és ha valami nem világos, kérj segítséget tanárodtól!



Feltételezés:

Jegyezd fel válaszaidat a következő kérdésekre:

- Mit gondolsz, hogyan változik a súrlódási erő, ha ugyanazt a testet különböző oldalaira helyezzük?
- Mit gondolsz, hogyan változik a súrlódási erő, ha ugyanazt a testet más csúszási felületre helyezzük?



A kísérlet megtervezése:

A kutatás során két kísérletet fogsz megtervezni (egy-egyét mindkét vizsgált kérdéshez).

1. Szükséges eszközök:

- Milyen eszközökre van szükséged annak ellenőrzésére, hogy a súrlódás függ-e az érintkező felület nagyságától? És annak vizsgálatához, hogy függ-e a felület anyagától?
 - Miért hasznos ugyanazt a téglatest és ugyanazt a dinamométert használni, mint az előző vizsgálatban?
 - Milyen felületeken csúszathatnád a testet a súrlódási erő összehasonlításához (például: fa, textil stb.)?
- Készíts listát a szükséges eszközökről! Osztálytársaiddal közösen, ellenőriztétek, hogy teljes-e a felsorolás!*

2. Változók azonosítása:

a. Független változó

- Mit változtatsz az első kísérlet során?
- Mit változtatsz a második kísérlet során?

b. Függő változó

- Melyik mennyiséget figyeled meg annak eldöntésére, hogy változik-e a súrlódás?
- Mit fogsz ténylegesen mérni a dinamométerrel?

c. Kontrollváltozók

- Mit kell változatlanul tartani mindkét kísérletben, amikor két helyzetet hasonlítasz össze?
- Hogyan biztosítod azt, hogy a nyomóerő ugyanakkora maradjon?
- Miért fontos, hogy egyszerre ne változtass meg több feltételt?



Jegyezd le a változókat külön-külön, a három kategória szerint! Ha nem vagy biztos abban, hogy helyesen azonosítottad őket, kérdezd meg a tanárodat!

FÜGGETLEN VÁLTOZÓ	FÜGGŐ VÁLTOZÓ	ELLENŐRZÖTT VÁLTOZÓK
?	?	?

3. Munkamenet

- Hogyan helyezed el a testet úgy, hogy változzon az érintkező felület nagysága, de a test maradjon ugyanaz?
- Hogyan jársz el annak érdekében, hogy csak a csúszási felület anyaga változzon?
- Hogyan biztosítod, hogy a súrlódási erő megegyezzen a húzóerővel?
- Elegendő-e egyetlen mérés minden esetben?

Határozd meg és jegyezd le a kísérlet lépéseit! Egyeztess a csoporttársaiddal! Ha elakadtok, térjete vissza a következő kérdésekhez: „Mit változtatunk meg?” és „Mit tartunk állandónak?”.



A kísérleti adatok rögzítése:

Jegyezd fel az értékeket minden egyes mérés után! Csoportban ellenőriztétek, hogy az adatokat helyesen és hiánytalanul jegyeztétek-e le!

- Milyen adatokat kell feljegyezni minden mérésnél?
- Hogyan jelölöd a táblázatban ezt a helyzetet: a test azon lapját, amelyen fekszik, vagy a felület típusát?
- Hogyan kell rendezned az adatokat úgy, hogy az összehasonlítás könnyű legyen?



A kísérleti adatok feldolgozása és elemzése:

Elemezd az ugyanazon kísérlet során kapott súrlódási erő értékeket.

- A megfigyelt különbségek mérési hibákkal magyarázhatók, vagy valódi összefüggést jeleznek?

Hasonlítsd össze megfigyeléseidet osztálytársaidéval, és ellenőriztétek, hogy ugyanarra a következtetésre jutottatok-e?



A következtetések megfogalmazása

- Függ-e a csúszási súrlódási erő az érintkező felület nagyságától?
- Függ-e a csúszási súrlódási erő az érintkező felületek nagyságától?

Írd le a következtetéseket világos és teljes mondatokban! Ne csak azt jegyezd fel, hogy „igen” vagy „nem”, hanem magyarázd meg azt is, milyen kísérleti bizonyítékok támasztják alá a következtetéseidet!

Jegyezd meg!

► A csúszási súrlódási erő a következő összefüggéssel számítható ki:

$$F_f = \mu N$$

ahol: μ csúszási súrlódási együttható, amely az érintkező felületek típusától és minőségétől függ, N pedig a merőleges vízszelhető erő a felület részéről.

► A súrlódási erő **nem függ** az érintkező felületek nagyságától.

2. KUTATÁS

A rugóállandó meghatározása

Mindennapjainkban számos olyan tárgygal találkozunk, amelyek erő hatására deformálódnak, majd rugalmas tulajdonságaik miatt visszanyerik eredeti alakjukat. Ilyenek például a rugók, amelyek gyakran fordulnak elő különböző, alakváltozásnak kitett eszközökben vagy bonyolultabb szerkezetekben, például matracokban, esernyőkben, golyóstollakban, játékokban, trambulinokban vagy fitnessgépekben.



Emlékezz!

A rugalmasan deformált testben fellépő erőt *rugalmas erőnek* nevezzük. A rugalmas erő iránya meg egyezik a deformáló erő irányával, de azzal ellentétes irányítású. A rugalmas erő nagyságát a következő összefüggés adja meg $F_r = k \cdot \Delta l$. Egyensúlyi állapotban a rugalmas erő és a deformáló erő nagysága egyenlő ($F_r = F_d$), ezért a rugóállandó a következő összefüggéssel számítható: $k = \frac{F_d}{\Delta l}$, ahol k a test rugóállandója, Δl pedig a megnyúlás.



Kutatandó kérdés:

Hogyan befolyásolja a rugó kezdeti hossza a rugóállandó értékét?



Feltételezés

Szerinted két, azonos anyagból készült és azonos vastagságú, de különböző hosszúságú rugónak ugyanakkora lesz a rugóállandója? Írd le a füzetedbe a hipotézisedet és indokold röviden!



A kísérlet megtervezése:

- Szükséges eszközök:** Két, azonos vastagságú, azonos anyagból készült rugó, melyeknek különböző a kezdeti hosszúsága; állvány; vonalzó; tömegtartó kampó hozzá való tömegekkel vagy ismert tömegű testek.
- A változók azonosítása:**

FÜGGETLEN VÁLTOZÓK	FÜGGŐ VÁLTOZÓK	ELLENŐRZÖTT VÁLTOZÓK
a rugó kezdeti hossza	a rugó kísérleti- leg meghatározott rugóállandója	- a rugók anyaga és vastagsága - ugyanaz a mérési módszer, ugyanazok a használt tömegek - azonos kísérleti feltételek

3. Munkamenet:

- Függeszd fel az első rugót az állványra, mérd meg és jegyezd fel a kezdeti hosszát (l_0).
- Akaszd a rugóra egymás után, növekvő sorrendben az ismert tömegű testeket. Jegyezz fel minden tömeg értékét a táblázatba. Minden esetben várd meg, amíg a rugó mozgása lecsillapodik, majd mérd meg a megnyúlt rugó hosszát (l).
- Minden mérésnél számítsd ki a rugó megnyúlását a következő összefüggéssel: $\Delta l = l - l_0$.
- Függeszd fel a második rugót az állványra, mérd meg és jegyezd fel a kezdeti hosszát (l_0).
- Ismételd meg ugyanazokat a lépéseket a második rugóval is, minden esetben jegyezd fel a megnyúlt rugó hosszát, majd számítsd ki a megnyúlást.

Figyelem! A tömegeket fokozatosan, növekvő sorrendben add hozzá! Olyan kis értékeket válassz, hogy a rugó megnyúljon, de a terhelés eltávolítása után vissza tudjon térni eredeti hosszára.



A kísérleti adatok rögzítése:

Töltsd ki a mért értékekkel a mellékelt táblázatokat

rugó	tömeg (g)	megnyúlás (cm)	rugó	tömeg (g)	megnyúlás (cm)
1			2		



A kísérleti adatok feldolgozása és elemzése:

- Számítsd ki a rugóra ható erőt a következő összefüggéssel: $F_d = m \cdot g$, ahol $g \approx 9,8 \text{ N/kg}$.
- Határozd meg minden mérésnél a rugó rugóállandóját a következő összefüggéssel: $k = \frac{F_d}{\Delta l}$
- Rendezd a kapott adatokat az alábbihoz hasonló táblázatba:

Nr.	Tömeg (kg)	$F_d (G = mg)$ (N)	Δl_1 (cm)	Δl_2 (cm)	k_1 (N/cm)	$k_{1\text{átlag}}$ (N/cm)	k_2 (N/cm)	$k_{2\text{átlag}}$ (N/cm)
-----	------------	--------------------	-------------------	-------------------	--------------	----------------------------	--------------	----------------------------

- Hasonlítsd össze az ugyanazon rugóra kapott értékeket, majd a két rugó átlagos rugóállandóit is.
- Vizsgáld meg, vannak-e különbségek közöttük, és hogy ezek kapcsolatba hozhatók-e a rugók kezdeti hosszával.



A következtetések megfogalmazása:

Fogalmazd meg a következtetést. Térj ki a következőkre:

- az ugyanarra a rugóra kapott rugóállandó értékek közel állnak-e egymáshoz;
- a két rugó rugóállandója megegyezik-e;
- beigazolódott-e a kezdetben megfogalmazott hipotézis.

...gondolkodtató kérdések

1. Milyen kapcsolatot figyeltél meg a deformáló erő és az egyes rugók megnyúlása között?
2. Az ugyanarra a rugóra kapott rugóállandó-értékek azonosak, vagy csak közel azonosak? Hogyan magyarázod ezt?
3. Mit tapasztaltál a két rugó összehasonlításakor?
4. Milyen hibaforrások befolyásolhatják a kísérleti eredményeket?
5. Miért fontos, hogy az összehasonlított rugók azonos vastagságúak legyenek és ugyanabból az anyagból készüljenek??

Érdekességek...

Egyetlen test sem tökéletesen rugalmas, vagy tökéletesen rugalmatlan. Bármely test mutathat rugalmas tulajdonságokat, de csak bizonyos feltételek mellett és viszonylag kicsi alakváltozások esetében. Ha az alakváltozást okozó erő túllépi a test jellemzőitől függő határt, a test már nem tér vissza eredeti méreteire.

JAVASOLT FELADATOK

I. Ha az állítást igaznak tartod, írd utána I betűt, ha hamisnak, akkor H betűt.

A mozgásban lévő test mindig a tehetetlenség miatt áll meg.	
A hatás és visszahatás erői egyenlő nagyságúak és ellentétes irányításúak.	
Súrlódási erő csak akkor lép fel, ha a két felület mozog egymáshoz képest.	
A súrlódási erő mindig a test mozgásával azonos irányú.	
Nyomóerő csak akkor létezik, ha a test érintkezik egy alátámasztási felülettel.	
Csak a Föld közelében van gravitációs mező.	
Két kis tömegű test között nincs gravitációs vonzás.	

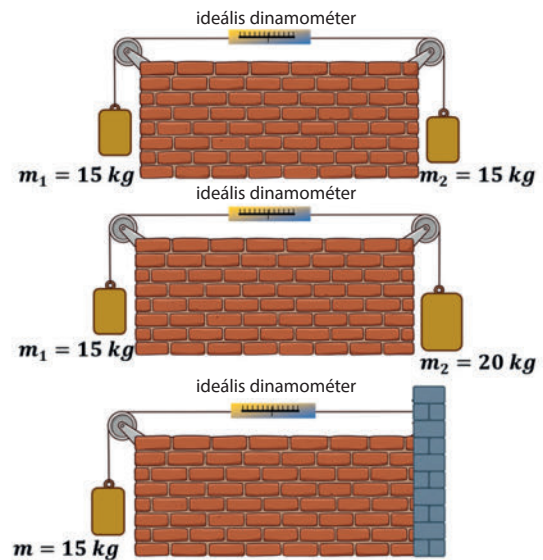
II. Magyarázd meg a jelenséget:

1. Miért nehéz szöget verni egy instabil deszkakerítésbe? Hogyan lehetne mégis szöget verni bele?
2. Miért csúszhat el vagy borulhat fel egy tárgy az autó műszerfalán, ha az hirtelen fékezik? Mi történik a tárggyal, ha az autó gyorsan elindul?
3. Miért nehezebb egy szekrényt eltolni akkor, ha csúszós felületen (például jégen) állunk, mint akkor, ha szárazon?

III. Oldd meg az alábbi feladatokat:

1. Egy testet nyújthatatlan fonállal emelnek úgy, hogy a fonál feszítőereje háromszor akkora, mint a test súlya. Mekkora gyorsulással mozog a test?

2. Határozd meg az alábbi esetek mindegyikében mit mutat a dinamométer:



3. Egy 3 kg tömegű testre 12 N eredő erő hat. Határozd meg a test gyorsulását! Mekkora lesz a gyorsulása, ha az erő a felére csökken?
4. Egy doboz $a_1 = 2 \text{ m/s}^2$ gyorsulással mozog, ha $F_1 = 10 \text{ N}$ erő hat rá. Mekkora gyorsulással fog mozogni ugyanaz a doboz, ha $F_2 = 25 \text{ N}$ erővel hatunk rá?
5. Egy vízszintes felületen mozgó kiskocsira egy, a felülettel párhuzamos állandó erő hat, amely $a = 0,2 \text{ m/s}^2$ gyorsulást hoz létre. Határozd meg a kiskocsi gyorsulását, ha az erő a háromszorosára nő tudva, hogy a súrlódási erők elhanyagolhatók.
6. Egy 60 kg tömegű atléta kötélén mászik felfelé. Számítsd ki a kötélen fellépő feszítőerőt, ha az atléta:
 - a. nyugalomban csüng a kötélén;
 - b. egyenletesen mászik felfelé;
 - c. $0,2 \text{ m/s}^2$ gyorsulással mászik felfelé;
 - d. $0,5 \text{ m/s}^2$ gyorsulással ereszkedik.

7. Egy gyermek egyenletesen húz egy szánkót a vízszintes úton, egy $F = 20 \text{ N}$ nagyságú erővel, amely $\alpha = 60^\circ$ szöget zár be a vízszintessel. Határozd meg a súrlódási erőt!
8. Egy gyermek állandó sebességgel mozgat egy 3 kg , tömegű szánkót úgy, hogy egy $F = 5\sqrt{3} \text{ N}$ nagyságú állandó erővel húzza egy kötel segítségével. A kötel a mozgás irányával 30° -os szöget zár be.
- Határozd meg a szánkó és a talaj között fellépő súrlódási erőt.
 - Mekkora nyomóerőt fejt ki a szánkó a talajra?
9. Egy rugó $F_1 = 10 \text{ N}$ erő hatására $\Delta l_1 = 1 \text{ cm}$ -rel nyúlik meg. Mekkora erő szükséges ahhoz, hogy a rugót $\Delta l_2 = 4 \text{ cm}$ -rel nyújtsuk meg?
10. Egy $m = 2 \text{ t}$ tömegű teherautót, $a = 0,5 \text{ m/s}^2$ gyorsulással vontatnak, egy $k = 100 \text{ kN/m}$ rugóállandójú kábel segítségével. Elhanyagolva a súrlódást, határozd meg a kábel megnyúlását.
11. A Föld és a Hold kölcsönös gravitációs vonzása biztosítja a Hold Föld körüli pályán maradását. Ismerve a Föld tömegét $m_p = 6 \cdot 10^{24}$, a Hold tömegét $m_L = 7,4 \cdot 10^{22} \text{ kg}$, és a középpontjaik közötti átlagos távolságot $r = 3,8 \cdot 10^8 \text{ m}$, határozd meg a Föld és a Hold közötti gravitációs vonzóerő nagyságát! (Adott az általános gravitációs tömegvonzási állandó $k = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2$.)

ÉRTÉKELŐ TESZT

I. (1p) Igaz / Hamis

1. Egy test akkor őrzi meg mozgásállapotát, ha a rá ható erők eredője nulla.	
2. A súrlódási erő iránya megegyezik a mozgás irányával.	
3. A rugalmas erő akkor jelenik meg, amikor egy test deformálódik.	
4. Egy ideális huzalban fellépő feszültség a huzal minden pontjában azonos.	

II. (2p) Válaszd ki a helyes választ

- A. Egy test gyorsulása:
- fordítottan arányos az erővel;
 - egyenesen arányos a tömeggel;
 - egyenesen arányos az erővel;
 - független az erőttől.
- B. A súrlódási erő:
- azonos irányú a mozgással;
 - ellentétes a mozgással;
 - nulla;
 - nem függ a felülettől.
- C. A rugalmas erő:
- állandó;
 - nő az alakváltozással;
 - nem függ az anyagtól;
 - nulla.
- D. Egy ideális szál mentén a feszítő erő nagysága:
- változik;
 - nulla;
 - állandó;
 - a hosszúságtól függ.
- E. Két test között fellépő gravitációs vonzóerő:
- nő a köztük lévő távolság növekedésével;
 - csökken, ha a testek tömegeinek szorzata nő;
 - sökken a köztük lévő távolság növekedésével;
 - nem függ a testek tömegétől.

III. (2p) Egészítsd ki!

- A ható erő és a visszaható erő nagyságúak és irányításuk.
- A súrlódási erő függ a együtthatótól.
- A rugalmas erő függ a
- A gravitációs tömegvonzási erő függ a testek közötti.....

IV. Oldd meg a következő feladatokat:

- A. (1p) Egy 2 kg tömegű testre 6 N eredő erő hat. Határozd meg a test gyorsulását.
- B. (1p) Egy 5 kg tömegű testet vízszintes felületen 20 N erővel húznak. A súrlódási erő 5 N
- Határozd meg a ható erőt.
 - Határozd meg a test gyorsulását.
 - Milyen irányú a gyorsulás a mozgáshoz viszonyítva.
- C. (1p) Egy 3 kg tömegű test nyugalomban függ egy szálon. A gravitációs gyorsulást $g = 10 \text{ m/s}^2$ -nak tekintjük.
- Határozd meg a test súlyát.
 - Határozd meg a szálon fellépő feszítőerőt.
- D. (1p) Két, egyenként 1000 kg tömegű gömb 2 m távolságra van egymástól.
- Írd le, milyen tényezőktől függ a köztük lévő gravitációs vonzóerő.
 - Add meg, hogyan változik ez az erő, ha a távolság a kétszeresére nő.

Hivatalból 1 pont jár.



4

MECHANIKAI ENERGIA

Képzeld el egy hullámvasút szerelvényt, amely lassan emelkedik, majd nagy sebességgel lesiklik, egy súlyemelő sportolót, vagy egy íjat, amint kilövi a nyílveesszőt. Ezeknek a látványos jelenségeknek a háttérben olyan fizikai mennyiségek állnak, mint a mechanikai munka, a teljesítmény, a hatásfok és a mechanikai energia. Ebben a fejezetben felfedezheted, hogyan jön létre a mozgás, hogyan adódik át az energia, és mennyire hatékonyan működik a körülöttünk lévő világ.

Mechanikai munka



Dolgozunk vagy munkát végzünk? A kérdés elsőre furcsának tűnhet, mégis van értelme. Gyakran mondjuk, hogy keményen dolgozunk, amikor vizsgára vagy versenyre készülünk, de akkor is, amikor súlyokat emelünk az edzőteremben, vagy amikor a szüleinknek segítünk a kertet felásni. Az első esetben szellemi munkáról, a másodikban pedig fizikai munkáról beszélünk.

Ha az elvégzett munkát helyesen akarjuk jutalmazni, mérni is tudnunk kell. A fizikusoknak ez csak a fizikai munkák esetében sikerült, és azt a fizikai mennyiséget, amely a fizikai munkát méri, *mechanikai munkának nevezték*.

...kihívás

Szerinted milyen feltételek mellett végezhető mechanikai munka?

...esettanulmány

Egy súlyemelő felemeli a súlyzót, majd lassan leengedi.

- Első fázis: a sportoló megfeszíti izmait, de ereje nem elegendő a súlyzó megmozdításához. Nincs munkavégzés.
- Második fázis: a súlyemelő ereje legyőzi a súlyerőt, ezért a súlyzó felfelé mozog, és a súlyemelő munkát végez.
- Harmadik fázis: a súlyemelő mozdulatlanul tartja a súlyzót egy adott magasságban, ezért itt sincs mechanikai munkavégzés.
- Negyedik fázis: a súlyemelő lassan leengedi a súlyzót. Az általa kifejtett erő negatív mechanikai munkát végez, mivel fékezi a súlyzó mozgását.

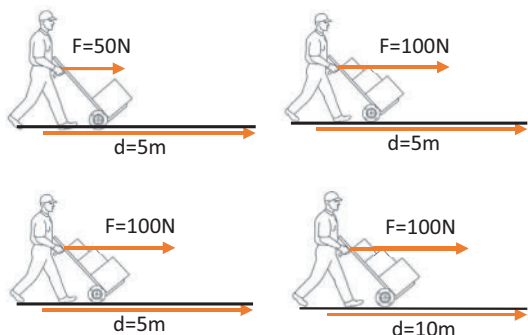


Jegyezd meg!

A mechanikai munkavégzés egy erő hatásához és a test elmozdulásához kapcsolódik.

...gondolatkísérlet

Hogyan függ az elvégzett mechanikai munka az erő és az elmozdulás nagyságától?



Miközben a nagyobb tömegű testet mozgatja, a munkás nagyobb mechanikai munkát végez.

Ha az erő a kétszeresére nő, a mechanikai munka is kétszeresődik.

A mechanikai munka egyenesen arányos az erő nagyságával.

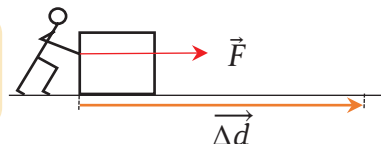
A munkás akkor is nagyobb mechanikai munkát végez, amikor a testet nagyobb távolságra mozdtja el.

Ha kétszer nagyobb az elmozdulás, kétszer nagyobb a munka is.

A mechanikai munka egyenesen arányos az elmozdulással.

Jegyezd meg!

A mechanikai munka egyszerű meghatározása – A mechanikai munka az a skaláris fizikai mennyiség, amely egyenlő az erő és az elmozdulás szorzatával, ha az erő iránya és irányítása megegyezik az elmozdulás irányával és irányításával.



A végzett mechanikai munka (J)

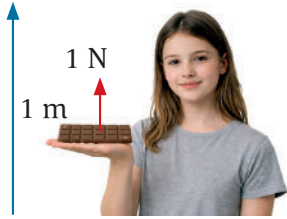
$$L = F \cdot \Delta d$$

a testre ható erő (N)

az elmozdulás (m)

$$\langle L \rangle_{\text{SI}} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J (joule)}$$

Mekkora az 1 J mechanikai munka?



Ha egy 100 g tömegű (megközelítőleg 1 N súlyú) csokoládét 1 m magasra emelünk egyenletesen, akkor körülbelül 1 J mechanikai munkát végzünk.

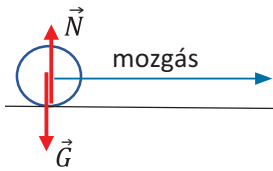
Tudományos, pontos megfogalmazásban:

1 J az a mechanikai munka, amelyet az 1 N nagyságú erő végez, miközben a hatás-pontját 1 m-rel elmozdítja az erő irányával és irányításával megegyezően.



A mechanikai munka folyamatmennyiség, mivel egy test egyik helyzetből a másikba való elmozdulását írja le. A mechanikai munkát nem egy adott pillanatban végzik, hanem a teljes folyamat során.

Az elmozdulásra merőleges erő által végzett mechanikai munka



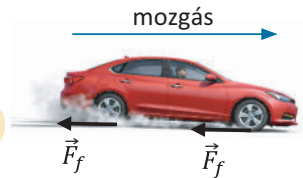
Vizsgáljuk meg egy biliárdgolyó mozgását az asztalon. Bár a golyóra ható súlyerő nagy, nem befolyásolja közvetlenül a golyó vízszintes mozgását. Ha nem lenne súrlódás, a golyó egyenletesen haladna az asztal végéig. Mivel merőlegesek az elmozdulás irányára, a $\vec{G}$ súlyerő és az $\vec{N}$ tartóerő nem végeznek mechanikai munkát.

Az elmozdulásra merőleges erők nem végeznek mechanikai munkát.

A mozgással ellentétes irányítású erő által végzett mechanikai munka

Amikor egy autó fékez, a súrlódási erő a mozgás irányításával ellentétes irányítású, ezért csökkenti az autó sebességét. Ebben az esetben a súrlódási erő negatív mechanikai munkát végez.

A mozgás irányításával ellentétes irányítású erő negatív mechanikai munkát végez.



...megoldott feladat

Egy testet vízszintes felületen $\Delta d = 50 \text{ cm} = 0,50 \text{ m}$ távolságon mozdítunk el, egy $F = 20 \text{ N}$ nagyságú vízszintes erővel.

a) Mekkora mechanikai munkát végez ez az erő?

b) Mekkora mechanikai munkát végez a súrlódási erő, ha a testre ható összes erő mechanikai munkájának összege nulla?

Megoldás:

$$\Delta d = 50 \text{ cm}$$

$$F = 20 \text{ N}$$

a) $L = F \cdot \Delta d = 20 \text{ N} \cdot 0,5 \text{ m} = 10 \text{ N} \cdot \text{m} = 10 \text{ J}.$

b) A súlyerő és a tartóerő merőlegesek az elmozdulásra, ezért: $L_G = L_N = 0,$

a) $L = ?$

b) $L_{F_f} = ?$

$$L_{\text{tot}} = L_F + L_G + L_N + L_{F_f} \Rightarrow L_{F_f} = L_{\text{tot}} - (L_F + L_G + L_N) = 0 - 10 \text{ J} = -10 \text{ J}.$$

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

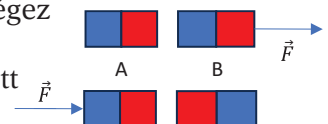
- Milyen előjelű mechanikai munkát végez:
 - a daru által kifejtett húzóerő, amikor felemel egy testet;
 - a súlyerő, miközben lépcsőn felfelé haladunk;
 - a sínek által, a vízszintesen haladó villamos kerekeire kifejtett tartóerő.
- Mikor végzünk nagyobb mechanikai munkát, és hányszor? Amikor egy 10 kg tömegű kocsit 30 m távolságon tolunk, vagy amikor egy 30 kg tömegű kocsit tolunk 20 m távolságon?

- Képzeld el két mágnesset, A-t és B-t, amelyek kölcsönhatásban vannak, és a rajzon ábrázolt $\vec{F}$ erő hatására jobbra mozognak.

a) Rajzold be az egyes mágnesekre ható mágneses erőket.

b) Az erők közül melyik végez pozitív munkát?

Elemezd a rajzon bemutatott $\vec{F}$ mindkét esetet!





Különböző erőtipusok mechanikai munkája

1. A súlyerő által végzett mechanikai munka homogén gravitációs mezőben

...kihívás

Ha szeretsz túrázni, biztosan megfigyelted már, hogy sokkal nehezebb felmenni egy hegyre, mint leereszkedni róla. Felfelé haladva le kell győznöd a Föld gravitációs vonzását, míg lefelé a gravitáció segít.

Azt is észrevehetted, hogy a hegyi utak gyakran kanyargósak. Ez megkönnyíti mind a felfelé, mind a lefelé való haladást. Mikor végzel nagyobb mechanikai munkát: ha meredeken, egyenesen mész fel a hegyen, vagy ha a kanyargós (szerpentin) úton haladsz felfelé?

Jegyezd meg!

A Föld felszínén egy test súlya állandónak tekinthető. Ezért, ha egy G súlyú test a h_1 magasságból a h_2 magasságba ereszkedik le, akkor a súlyerő által végzett mechanikai munka:

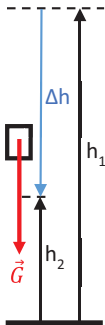
a test tömege (kg)

kezdeti magasság, innen indul a test (m)

$$L_G = G \cdot |\Delta h| = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$

gravitációs gyorsulás (m/s²)

végso magasság, ide érkezik a test (m)

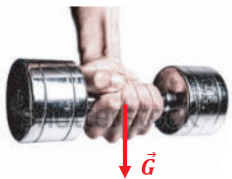


Elemezve a kapott összefüggést, észrevehető, hogy:

1. emelkedéskor, $h_2 > h_1 \rightarrow L_G < 0$ (a súlyerő negatív előjelű mechanikai munkát végez);
2. ereszkedés, $h_2 < h_1 \rightarrow L_G > 0$ (a súlyerő pozitív előjelű mechanikai munkát végez);
3. vízszintes mozgás esetén, $h_2 = h_1 \rightarrow L_G = 0$ (a súlyerő nem végez mechanikai munkát).

Az összefüggés a Világegyetem bármely pontján alkalmazható, ha az adott hely gravitációs gyorsulását használjuk. Például a Holdon $g = 1,62 \text{ m/s}^2$, a súlytalanság állapotában pedig $g = 0$.

...megoldott feladat



Mekkora mechanikai munkát végez a súlyerő egy $m = 5 \text{ kg}$ tömegű súlyzó esetében, miközben azt a $h_1 = 1 \text{ m}$ magasságból a $h_2 = 1,5 \text{ m}$ magasságba emeljük?

Megoldás: $m = 5 \text{ kg}$

$h_1 = 1 \text{ m}, h_2 = 1,5 \text{ m}$

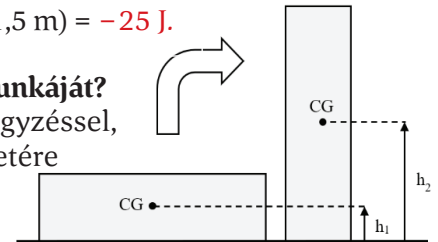
$L_G = ?$

$$L_G = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2) =$$

$$= 5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (1 \text{ m} - 1,5 \text{ m}) = -25 \text{ J.}$$

Hogyan számoljuk ki a nagy méretű testek súlyának a mechanikai munkáját?

Az előző képlet nagy kiterjedésű testekre is érvényes, azzal a megjegyzéssel, hogy a h_1 és h_2 magasságok a test súlypontjának kezdeti és végso helyzetére vonatkoznak.



...megoldott feladat

Egy téglát tömege $m = 3 \text{ kg}$ méretei pedig $a = b = 10 \text{ cm}$ és $c = 20 \text{ cm}$. Számítsátok ki a súlyerő által végzett mechanikai munkát, amikor a téglát függőleges helyzetbe állítjuk.

Megoldás: $m = 3 \text{ kg}$

$a = b = 10 \text{ cm}$

$c = 20 \text{ cm}$

$L_G = ?$

Mivel a téglát súlypontja mindig a geometriai középpontjában helyezkedik el, ezért kezdetben a $h_1 = a/2 = 5 \text{ cm}$ magasságban van, a végso helyzetben pedig a $h_2 = c/2 = 10 \text{ cm}$ ágbán. A súlyerő által végzett mechanikai munka, amikor a téglát függőleges helyzetbe emeljük, a következő:

$$L_G = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = 3 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0,05 \text{ m} - 0,1 \text{ m}) = -1,5 \text{ J.}$$

2. A csúszási súrlódási erő által végzett mechanikai munka



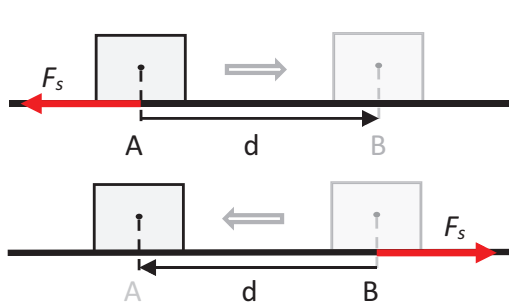
Egy kézilabda-meccs hevében előfordul, hogy a térdeden megcsúszol a sportszarnok parkettjén. Ez bizony fájdalmas élmény! A csúszási súrlódási erő gyorsan megállít, és a térdeden keletkező égő horzsolások akár arra is kényszeríthetnek, hogy feladd a játékot. Hogy elkerüld a sérüléseket, viselj térdvédőt!

...kihívás

Milyen előjelű a csúszó súrlódási erő által végzett munka ebben az esetben? És milyen előjelű egy elinduló autó esetében?

Jegyezd meg!

Vízszintes felületen történő csúszás esetén a súrlódási erő a jól ismert képlettel számítható ki: $F_s = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$. Mivel a mozgás irányításával ellentétesen hat, a súrlódási erő negatív munkát végez. Meghatározás szerint:



a test tömege (kg)

$$L_{F_s} = -F_s \cdot d = -\mu \cdot m \cdot g \cdot d$$

a test elmozdulása,
a megtett út (m)

csúszási súrlódási
együttható, $\langle \mu \rangle_{sl} = 1$

gravitációs
gyorsulás (m/s²)

Az ábrán megfigyelhetjük, hogy a súrlódási erő mind az A-ból B-be, mind a B-ből A-ba történő elmozdulás esetén negatív munkát végez, mivel mindkét esetben a mozgással ellentétes irányítású.

A súrlódási erő által végzett munka lehet pozitív is, ha a test mozgásával megegyező irányába és irányítással hat.

Ez történik egy gyorsulva induló autó esetében. A hajtott kerék alsó része a talajhoz képest hátrafelé csúszna el, ezért az út a kerékre előrefelé irányuló súrlódási erőt fejt ki. Ez az erő gyorsítja az autót, tehát pozitív mechanikai munkát végez.

Fékezéskor viszont a súrlódási erő negatív munkát végez, mert a mozgással ellentétes irányítású.



Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. Két azonos tömegű testet ugyanabból a magasságból engedünk le a talaj felszínéig: az egyiket a Földön, a másikat a Holdon. Melyik esetben végez nagyobb mechanikai munkát a súlyerő?
2. Mekkora munkát végez egy kocka súlya, miközben a kocka egyik lapjáról a másikra gördül egy vízszintes asztalon?
3. Milyen előjelű a súlyerő által végzett mechanikai munka, miközben a hullámvasúton utazunk?
4. Egy kisméretű téglatest szabadon lecsúszik egy lejtőn, amely $\alpha = 30^\circ$ -os szöget zár be a vízszintessel, majd tovább halad egy vízszintes úton, végül pedig felmegy egy ugyancsak α hajlásszögű lejtőn. Mekkora szöget zár be a súrlódási erő az elmozdulással a mozgás három szakaszán?
5. Egy cirkuszi artista egykerekes kerékpárral egyenletesen halad felfelé egy lejtőn. Milyen előjelű a talaj által a kerékre kifejtett súrlódási erő munkája?
6. Egy ládát, amelynek tömege $m = 20$ kg, egy érdes vízszintes felületen húzunk $d = 10$ m távolságon. A láda és a felület közötti csúszó súrlódási együttható értéke $\mu = 0,4$. Számítsd ki a ládára ható súrlódási erő által végzett mechanikai munkát!

Mechanikai teljesítmény

Gyakran mondjuk, hogy egyes emberek nagyobb erő kifejtésre képesek, mint mások. Ugyanez megfigyelhető a gépeknél is: bizonyos berendezések nagyobb teljesítményt adnak le, mint mások. Például egy rakétahajtómű teljesítménye jelentősen meghaladja egy repülőgép hajtóművének teljesítményét.

...kihívás

Mit gondolsz? Mit jelent az, hogy az egyik motor teljesítménye nagyobb, mint a másiké?

...esettanulmány

Egy daru 40 másodperc alatt emel fel egy testet egy adott magasságba. Egy másik daru ugyanezt a testet ugyanabba a magasságba 20 másodperc alatt emeli fel. Bár a két daru ugyanakkora mechanikai munkát végez, teljesítményük nem azonos. A második daru teljesítménye kétszer akkora, mivel ugyanazt a munkát feleannyi idő alatt végzi el. Azt mondhatjuk, hogy a második gép kétszer gyorsabban végzi a mechanikai munkát. A mechanikai teljesítmény a munkavégzés „sebességét”, vagyis az egységnyi idő alatt végzett munka mennyiségét fejezi ki.



Jegyezd meg!

A **mechanikai teljesítmény** olyan skaláris fizikai mennyiség, amely számszerűen megegyezik az egységnyi idő alatt végzett mechanikai munkával.

$$P = \frac{L}{\Delta t}$$

mechanikai teljesítmény *A végzett mechanikai munka (J)* *a munkavégzés időtartama (s)*

$$\langle P \rangle_{SI} = \frac{\langle L \rangle_{SI}}{\langle \Delta t \rangle_{SI}} = \frac{J}{s} = W \text{ (watt)}$$

Mit jelent az 1 W teljesítmény?

1 Watt annak a berendezésnek a teljesítménye, amely 1 J mechanikai munkát végez el 1 másodperc alatt.

Így az a gyermek, aki egy másodperc alatt, 1 méter magasra emel egy 100 g tömegű csokoládét, körülbelül 1 watt teljesítményt fejt ki.

...megoldott feladat

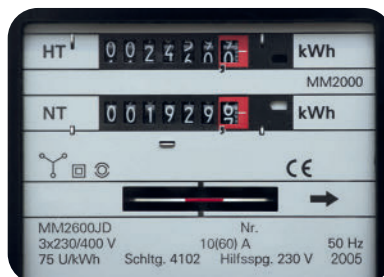
Mekkora a teljesítménye annak a darunak, amely egy 6 t tömegű betontömböt 20 m magasra emel 1 perc alatt?

Megoldás: $m = 6 \text{ t}$
 $h = 20 \text{ m}$
 $P = ?$

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{F \cdot h}{\Delta t} = \frac{G \cdot h}{\Delta t} = \frac{m \cdot g \cdot h}{\Delta t} = \frac{6000 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 20 \text{ m}}{60 \text{ s}} = \frac{1200000 \text{ J}}{60 \text{ s}} = 20000 \text{ W} = 20 \text{ kW}$$

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

- Egészítsd ki a mondatokat a hiányzó szavakkal úgy, hogy az állítás helyes legyen! Két motor esetén annak nagyobb a teljesítménye, amelyik:
 a) ugyanannyi idő alatt mechanikai munkát végez;
 b) ugyanazt a mechanikai munkát idő alatt végzi el.
- Mit mérünk kWh-ban?
- Hogyan mondjuk helyesen: „kilowattóra” vagy „kilowatt per óra”?



Érdekességek...

A **kilowattóra (kWh)** nem a teljesítmény, hanem a mechanikai munka és az energia mértékegysége. Leggyakrabban a villanyórák kijelzőjén és a villanyszámlákon találkozhatunk vele.

A kilowattóra joule-ba is átalakítható:
 $1 \text{ kWh} = 3\,600\,000 \text{ J}$

Megjegyzés a jövő TV-bemondóinak és műsorvezetőinek: soha ne mondják azt, hogy „kilowatt per óra”, mert ez tudományos szempontból hibás. A helyes kifejezés: „kilowattóra”. A kilowatt és az óra között nem osztás, hanem szorzás történik — ezért az egység neve is ezt fejezi ki.

Hatásfok

A mindennapi tevékenységeink során egyszerűbb vagy bonyolultabb gépeket használunk.



...esettanulmány

Egy nagyobb kő elmozdításához használhatunk egy vasrudat (feszítővasat), amely megnöveli az általunk kifejtett erőt. Ilyenkor azonban nemcsak a követ mozgatjuk meg, hanem magát a vasrudat is, és a rúd érintkezési felületein súrlódási erők lépnek fel, amelyek akadályozzák a mozgást. Ennek következtében az ember által a rúdra kifejtett mechanikai munka – **a befektetett munka** – nagyobb, mint a rúd által a kőnek átadott mechanikai munka. Ez utóbbi közvetlenül a kő felemelésére vagy elmozdítására szolgál, ezért **hasznos munkának** nevezzük. A két munka közötti különbség veszteségként jelentkezik, de ez a veszteség elkerülhetetlen, hiszen a rúd nélkül nem tudnánk felemelni a követ. A **hatásfok** azt mutatja meg, hogy a befektetett mechanikai munkának hány százaléka alakul át hasznos munkává.

...kihívás

Mit gondolsz? Mikor végzünk nagyobb mechanikai munkát: amikor egy 20 kg tömegű zsákot 1 m magasra úgy viszünk fel, hogy közvetlenül kézzel felemeljük vagy amikor egy lejtőn húzzuk fel?

Jegyezd meg!

A **hatásfok** az a skaláris fizikai mennyiség, amely a hasznos és a befektetett (összes) mechanikai munka hányadosával egyenlő.

$$\eta = \frac{L_h}{L_b} \quad \text{hatásfok} \quad \text{hasznos mechanikai munka (J)} \quad \text{befektetett mechanikai munka (J)}$$

$$\langle \eta \rangle_{SI} = \frac{J}{J} = 1 \quad (\text{nincs mértékegysége})$$

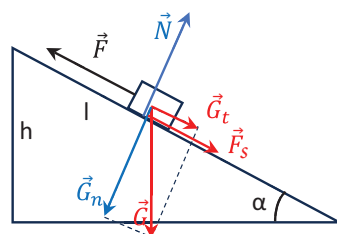
Egy gép vagy berendezés annál hatékonyabb (jobb), minél nagyobb a hatásfoka!

A lejtő hatásfoka

A lejtőt arra használjuk, hogy egy testet kisebb erővel emeljünk magasba, mint amekkora a test súlya. Ebben az esetben:

- a hasznos mechanikai munka az a munka, amely a testet a lejtő segítségével nélkül függőlegesen h magasságba emelné: $L_h = G \cdot h$
- a befektetett mechanikai munka az legkisebb munka, amelyet a testet húzó F erő végez a lejtő mentén, az l út megtétele során $L_b = F \cdot l$
- a hatásfok a kettő aránya:

$$\eta = \frac{L_h}{L_b} = \frac{G \cdot h}{F \cdot l} = \frac{G \cdot \sin \alpha}{F} = \frac{G_t}{G_t + F_s} < 1$$



Megjegyzések:

- A lejtő hatásfoka mindig kisebb 1-nél, mivel a súrlódási erők veszteséget okoznak. A súrlódás csökkenthető például a lejtő felületének olajozásával vagy azzal, hogy a test alá görgőket (kerekeket) helyezünk.
- Ha a test tömegét növeljük, minden erő arányosan nő, ezért a hatásfok változatlan marad.

...megoldott feladat

Két egyenként $l = 2$ m hosszú gerendát egy teherautó rakfelületéhez támasztunk. A gerendák által kialakított lejtőn egy $m = 40$ kg tömegű hordót görgetünk felfelé, amíg el nem éri a platót, amelynek magassága $h = 1$ m.

a) Mennyi hasznos mechanikai munkát végeztünk?

b) Mennyi a befektetett mechanikai munka, ha a lejtőn való felemelés hatásfoka $\eta = 80\%$?

Megoldás: $l = 2$ m, $m = 40$ kg, $h = 1$ m

a) $L_h = ?$; b) $L_b = ?$

a) $L_h = G \cdot h = m \cdot g \cdot h = 40 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 1 \text{ m} = 400 \text{ J}.$

b) $\eta = \frac{L_h}{L_b} \Rightarrow L_b = \frac{L_h}{\eta} = \frac{400 \text{ J}}{0,8} = 500 \text{ J}.$

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

- Mi az előnyösebb, ha a hatásfok kicsi vagy ha nagy?
- Mit jelent, ha hatásfok 50%?
- Egy berendezés hatásfoka 80%. Számítsd ki a veszteségi (haszontalanul elvégzett) mechanikai munkát, ha a befektetett mechanikai munka 1 000 J.

Mechanikai energia



Vannak olyan helyzetek, amikor egy test teljesen ártalmatlan: például a nyugalomban levő levegő az udvaron, egy laza gumiszál, vagy a kertben felgyűlt hó. Máskor ugyanezek a testek veszélyessé válhatnak: a levegő egy heves viharban, a megfeszített gumiszál, vagy a meredek lejtőn felhalmozódott hó.

...kihívás

Mi okozza a különbséget? A levegő azért válik veszélyessé, mert mozog; a rugalmas szál azért, mert meg van feszítve; a hó pedig azért, mert magasan van. Ezekben a helyzetekben azt mondjuk, hogy a testeknek *van valamijük*, ami korábban nem volt: energiájuk van, és képesek mechanikai munkát végezni.

Jegyezd meg!

Az **energia** az a skaláris fizikai mennyiség, amely a rendszer munkavégző képességét fejezi ki.

Miközben a rendszer mechanikai munkát végez, az energiája annyival csökken, amennyi mechanikai munkát végzett. Ha a rendszer kezdeti energiája E_0 és L nagyságú mechanikai munkát végzett, akkor a végső energiája: $E = E_0 - L$, ahonnan:

a rendszer végső energiája (J)

a rendszer kezdeti energiája (J)

$$E - E_0 = -L, \text{ vagy } \Delta E = -L$$

$$\Delta E = E - E_0 \text{ a rendszer energiaváltozása (J)}$$

a végzett mechanikai munka (J)

Ahhoz, hogy összeadhassuk vagy kivonhassuk őket, az energiának és a mechanikai munkának ugyanaz kell legyen a mértékegysége.

Az **energia állapothatározó mennyiség**, mert egy rendszer (például egy akkumulátor) adott pillanatban fennálló állapotát jellemzi. Egy folyamat során a rendszer energiája: növekedhet (például amikor az akkumulátor töltődik), csökkenhet (amikor az akkumulátor egy fogyasztót működtet), vagy változatlan maradhat (ha nem használjuk az akkumulátort).



A **mechanikai energia** az az energiatípus, amely a testek makroszkopikus tulajdonságaihoz (tömeg, sebesség, helyzet vagy deformáltság) kapcsolódik.

Az energia más formái – például az elektromos, hő-, fény- és nukleáris energia – a testek mikroszkopikus tulajdonságaihoz kapcsolódnak.

...megoldott feladat

Egy elektromos fűró akkumulátora 100%-ra van feltöltve, és ekkor $E_0 = 50$ kJ energiát tárol. Mekkora mechanikai munkát végzett a fűró, ha a töltöttségi szint 20%-ra csökkent?

Megoldás: $E_0 = 50$ kJ

Az akku energiája 100% -ról 20%-ra csökken

$L = ?$

Az elektromos fűró elhasználta a kezdeti energia 80% -át, így a végzett mechanikai munka:

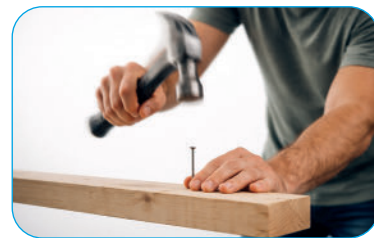
$$L = 80\% \cdot E_0 = 0,8 \cdot 50 \text{ kJ} = 40 \text{ J.}$$

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. Meg tudjuk-e határozni, mennyi energiája volt egy embernek, mielőtt 1000 J mechanikai munkát végzett?
2. Egy autó teljesen feltöltött akkumulátora 2 MJ energiát tárol. A motor indításakor az indítómotor 40 kJ mechanikai munkát végez. Mennyi energia marad az akkumulátorban?
3. Kifejezhető-e az energia kilowattban (kW)? És kilowattórán (kWh)?

Mozgási energia

Minden mozgásban levő test (a levegő, a víz, az autó, a kalapács vagy akár a meteorok) képes mechanikai munkát végezni, ezért energiával rendelkezik. Ezt az energiát mozgási energiának vagy kinetikus energiának nevezzük. Nagysága a test tömegétől és sebességétől függ.



...kihívás

Mennyivel nő egy kalapács mozgási energiája, ha megduplázzuk a tömegét? És mennyivel növekszik akkor, ha megkétszerezzük a sebességét?

...esettanulmány

mélység (mm)	sebesség (m/s)		
	1	2	3
tömeg (g)			
100	1	4	9
200	2	8	18
300	3	12	27

A mellékelt táblázatból leolvasható, hogy a szög milyen mélyen hatol be a deszkába a kalapács tömegétől és sebességétől függően. Például egy 200 g tömegű kalapács, amely 3 m/s sebességgel üti meg a szöget, 18 mm mélységig juttatja azt a fába. Ha feltételezzük, hogy a szög behatolási mélysége a kalapács mozgási energiájának mértéke, akkor a következőket figyelhetjük meg:

1. ha a kalapács tömege n -szeresére nő, akkor a mozgási energiája is n -szeresére nő;
2. ha a sebessége n -szer nő, akkor a mozgási energia nem n -szer, hanem n^2 -szer lesz nagyobb.

Jegyezd meg!

A **mozgási energia** (kinetikus energia) az az energia, amellyel a mozgásban lévő testek rendelkeznek.

„A mozgási energia egyenesen arányos a test tömegével és a sebességének négyzetével.

$$E_m = m \frac{v^2}{2}$$

a test mozgási energiája (J) *a test sebessége ($\frac{m}{s}$)*
a test tömege (kg)

A mozgási energia változási tétele

$$E_m - L_{m_0} = L_{teljes}$$

a test végső mozgási energiája (J) *a test kezdeti mozgási energiája (J)*
a testre ható erők által végzett mechanikai munka (J)

Megfigyelhetjük, hogy ha a végzett teljes mechanikai munka pozitív, akkor a test mozgási energiája nő, ha pedig negatív, akkor csökken.

...megoldott feladat

Egy $m = 4$ kg tömegű test vízszintes asztalon $v_0 = 2$ m/s kezdősebességgel kezd mozogni. Az asztal és a test közötti csúszó súrlódási együttható $\mu = 0,4$. Határozd meg:

- a) a test kezdeti mozgási energiáját;
- b) a test által a megállásig megtett utat.

Megoldás: $m = 4$ kg
 $v_0 = 2$ m/s
 $\mu = 0,4$

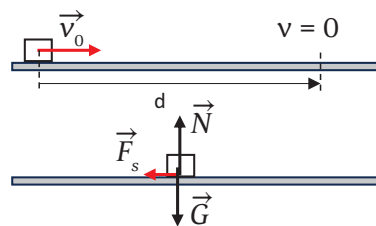
a) $E_{m_0} = m \frac{v_0^2}{2} = 4 \text{ kg} \frac{(2 \frac{m}{s})^2}{2} = 8 \text{ kg} \frac{m^2}{s^2} = 8 \text{ J}$

b) A mozgási energia változásának tételét használjuk, tudva azt, hogy a végső mozgási energia nulla: $0 - E_{m_0} = L_{F_s} + L_G + L_N \Rightarrow -E_{m_0} = -\mu \cdot m \cdot g \cdot d + 0 + 0 \Rightarrow E_{m_0} = \mu \cdot m \cdot g \cdot d \Rightarrow$

$$\Rightarrow d = \frac{E_{m_0}}{\mu \cdot m \cdot g} = \frac{8 \text{ J}}{0,4 \cdot 4 \text{ kg} \cdot 10 \frac{m}{s^2}} = 0,5 \text{ m}$$

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. Mennyi a mozgási energiája annak a testnek, amelynek tömege $m = 1$ kg és $v = 1$ m/s sebességgel mozog?
2. Hogyan fog változni a test mozgási energiája az előző feladatban, ha:
 - a. megkétszerezzük a tömegét;
 - b. megkétszerezzük a sebességét;
 - c. felezzük a tömegét és megkétszerezzük a sebességét?
3. Mennyi lesz a mozgási energiája, annak a testnek, amelynek a kezdeti mozgási energiája $E_{m_0} = 100$ J és:
 - a. 20 J;
 - b. -50 J;
 - c. -100 J?



Gravitációs helyzeti energia



Előfordul, hogy egy nyugalomban lévő test is képes mechanikai munkát végezni. A magasban lévő víztározó vize meghajthatja a vízierőmű turbináját; a cölöpverő berendezés súlya a talajba süllyeszti a betonpillért; a hegytetőn álló kerékpáros pedig pedálozás nélkül is le tud ereszkedni. Ezekben az esetekben a testek előre felhalmozott energiával rendelkeznek, mert korábban magasabb helyre kerültek (a víz elpárolgáskor emelkedett fel felhőket képezve, a cölöpverő súlyát motor emelte fel, a kerékpáros pedig erőfeszítéssel jutott fel a hegyre).

Jegyezd meg! A testeknek egyszerűen a Földhöz viszonyított helyzetük miatt is lehet energiájuk.

*Ezt az energiát **gravitációs helyzeti energiának** nevezzük.*



...kihívás

Mit gondolsz? A gravitációs helyzeti energia értéke csak a testtől függ?

...esettanulmány

Képzeld el, hogy egy golyó véletlenül a lábunkra esik. A fájdalom, amit érzünk (vagy nem), annak az energiának a mértéke, amellyel a golyó rendelkezik mielőtt a lábunkat megütné. Ez pedig annál nagyobb, minél nehezebb a golyó, és minél magasabbról esik le.

Ha ugyanezt a kísérletet a Holdon végeznénk el, az ütközés energiája kisebb lenne, a Nemzetközi Űrállomáson pedig egyáltalán nem következne be ott a golyó le sem esne!

Jegyezd meg! A gravitációs helyzeti energia nem a testben tárolódik, hanem a test–Föld rendszer (általánosabban: a gravitációsan kölcsönható testek rendszerének) tulajdonsága.

Jegyezd meg!

A **gravitációs helyzeti energia** a testek Földhöz viszonyított magasságától függő energia.

Amikor a test leesik, ezt az energiát a rendszer mechanikai munkavégzésre használja.

A **gravitációs helyzeti energia képlete** levezethető a súlyerő által végzett mechanikai munkából, miközben a test lefelé esik

$$E_{pg} = L_G = m \cdot g \cdot h$$

gravitációs helyzeti energia (J) — *a test tömege (kg)* — *az a magasság, ahol a test található (m)*
a súlyerő által végzett mechanikai munka (J) — *gravitációs gyorsulás ($\frac{m}{s^2}$)*

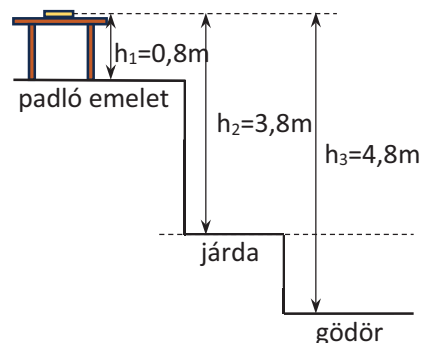
Az összefüggésből látszik, hogy a gravitációs helyzeti energia egyenesen arányos a test tömegével, a helyi gravitációs gyorsulással és a viszonyítási szinthez mért magassággal. A h magasságot mindig egy nulla helyzeti energiájú szinthez viszonyítjuk.

...megoldott feladat

Az ábrán egy asztalon elhelyezett könyv látható, amelynek tömege $m = 400 \text{ g}$. Az ábra alapján határozd meg, milyen magasságban található a könyv. Határozd meg a könyv–Föld rendszer gravitációs helyzeti energiáját.

Megoldás:

A megoldás attól függ, hogy mit választunk viszonyítási szintnek. Ez lehet a padló, a járda vagy akár a gödör alja.



$$m = 400 \text{ g}$$

$$h_1 = 0,8 \text{ m}$$

$$h_2 = 3,8 \text{ m}$$

$$h_3 = 4,8 \text{ m}$$

$$E_{pg} = ?$$

1. Ha a padló a viszonyítási szint, a könyv $h_1 = 0,8 \text{ m}$ magasságban található. A keresett helyzeti energia pedig: $E_{pg1} = m \cdot g \cdot h_1 = 0,4 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 0,8 \text{ m} = 3,2 \text{ J}$.
2. Ha a járda a viszonyítási szint, a könyv $h_2 = 3,8 \text{ m}$ magasságban található. A keresett helyzeti energia pedig: $E_{pg2} = m \cdot g \cdot h_2 = 0,4 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 3,8 \text{ m} = 15,2 \text{ J}$.
3. Ha a gödör alja a viszonyítási szint, a könyv $h_3 = 4,8 \text{ m}$ magasságban található. A keresett helyzeti energia pedig: $E_{pg3} = m \cdot g \cdot h_3 = 0,4 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 4,8 \text{ m} = 19,2 \text{ J}$.

Megjegyzések:

- A gravitációs helyzeti energia értéke mindig a *választott viszonyítási szinttől* függ.
- Bár a viszonyítási szintet elvileg *tetszőlegesen* választhatjuk meg, a gyakorlatban célszerű abban a *leg-
alacsonyabb pontban* venni, amelyet a test az adott feladatban mozgása során elér.

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. Melyik testnek nagyobb a gravitációs helyzeti energiája? Az 1 kg tömegű testnek, amely 1 m magasban van a Föld felszínétől vagy a 6 kg tömegű testnek, amely 6 m magasban van a Hold felszínétől. Ismert, hogy a Föld felszínén a gravitációs gyorsulás 6-szor nagyobb, mint a Holdon.
2. Hogyan változik egy felfelé dobott test gravitációs helyzeti energiája?
3. Hogyan változik egy víztározó gravitációs helyzeti energiája, miközben esik az eső?

Érdekességek...

- Az „energia-széf” (*energy vault*) egy gravitációs energiatároló rendszer, amely egy nagyon egyszerű alapelvre épül. Nappal, amikor a napelemek által termelt villamosenergia mennyisége nagyobb a fogyasztásnál, és így az elektromosenergia nagyon olcsóvá válik, elektromos daruk egy csoportja működésbe lép: ezek hatalmas betonb-tömböket emelnek fel, és egymásra helyezve egyre magasabb tornyokat építenek. Éjszaka, amikor a napelemek nem termelnek energiát, a daruk visszaengedik a betontömböket a talajra, és közben a tömbök gravitációs helyzeti energiáját villamos energiává alakítják.



- Az „ellentömeges ostromgép” egy középkori, kínai eredetű katapulttípus volt, amellyel követ vagy gyúlékony anyagokkal teli hordókat lőttek ki az ellenség felé. Működési elve rendkívül egyszerű volt. A katonák a szerkezet hosszabb karját húzták lefelé, hogy a rövidebb karhoz rögzített, hatalmas tömegű ellensúlyt a magasba emeljék. Az ellensúlyban felhalmozott gravitációs helyzeti energiát ezután arra használták, hogy nagy sebességgel kilőjék a lövedéket (a képen látható golyót), amely a hosszú kar végéhez volt rögzítve. A lőpor feltalálása után ezeket az ostromgépeket fokozatosan ágyúkra cserélték

- A Békás-i víztározó vizében tárolt gravitációs helyzeti energia nagysága körülbelül $10^{15} \text{ J} \approx 300 \text{ GWh}$. Ez az energiamennyiség nagyjából 100 000 háztartás egyéves villamosenergia-igényét fedezné. Az a tény, hogy az Izvorul Muntelui vízerőmű évente 500 GWh villamos energiát termel – tehát többet, mint amennyi energia egyszerre a tóban felhalmozódik –, jól mutatja, hogy a tó energiakészlete folyamatosan megújul a beömlő mellékfolyók által szállított víz révén.



Rugalmas helyzeti energia



Vannak olyan helyzetek, amikor szándékosan megfeszítünk egy rugót, hogy az később mechanikai munkát végezzen. Például amikor megnyomjuk a kerékpár-csengő karját, nemcsak a kalapácsot működtetjük, hanem egyúttal megfeszítjük a képen pirossal jelölt rugót is. Amikor elengedjük a kart, a rugó visszatér eredeti, egyensúlyi hosszára, mozgásba hozza a mechanizmust, és a csengő ismét megszólal. A visszatérés során már nem mi végezzük a mechanikai munkát, hanem a rugó. Amíg a rugó meg volt feszítve, addig mechanikai munkavégző képességgel rendelkezett.

Ugyanez történik egy zenélő doboz esetében is: először felhúzzuk a szerkezetet, hogy energiát tároljunk a benne lévő rugóban, majd a rugó lassan kienged, mechanikai munkát végez, és működésbe hozza a zenélő doboz szerkezetét.

Jegyezd meg! Azok a testek, amelyek rugalmas alakváltozást szenvedtek, képesek mechanikai munkavégzésre, tehát energiával rendelkeznek. Ezt *rugalmas helyzeti energiának* nevezzük.



...kihívás

Mit gondolsz? El lehet az energiát szállítani egyik helyről a másikra?

...esettanulmány

Az ajándékdoboz története a vámhivatallal



Tegyük fel, hogy meg akarom tréfálni a tengerentúlon élő barátomat, és küldök neki egy rugós bohócot, szépen elrejtve egy dobozban. Összenyomom a rugót, belegyömöszölöm a bohócot, majd gondosan rákötök egy színes szalagot, hogy igazi ajándéknak tűnjön. A vámot is előre kifizetem, nehogy emiatt maradjon el a meglepetés. Egy hét múlva csörög a telefonom: a barátom nevetve meséli, milyen jól szórakoztak a gyerekek, amikor a doboz kinyitásakor a bohóc hirtelen kiugrott, és jól ráijesztett.

Mi köze a történetnek a fizikához?

Fizikatanárként pontosan tudtam, hogy a rugó összenyomásakor végzett mechanikai munkám a rugóban rugalmas helyzeti energia formájában tárolódik. Ez az energia együtt utazik a rugóval a tengeren túlra, és akkor „fogy el”, amikor a barátom kinyitja a dobozt, és a rugó munkát végezve kilöki a bohócot a dobozból.

De mi köze mindennek a vámhivatalhoz?

Hoppá! Elfelejtettem kifizetni a vámot a szállított energiára is!

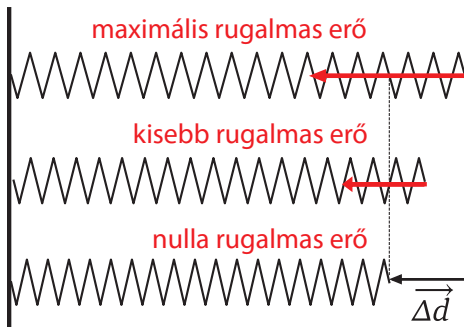
Jegyezd meg! Az energia egyik helyről a másikra szállítható, gyakran rugalmas helyzeti energia formájában. Azokat a testeket, amelyek képesek „magukkal vinni” az energiát, *energiahordozóknak* nevezzük. A tüzelőanyagok is ilyen energiahordozók: elképzelhetjük ezeket úgy, mintha atomjaikat apró, láthatatlan, összenyomott rugók tartanák össze. Égéskor, ezek a képzeletbeli „rugók” kiszabadulnak, és a tárolt energia hő formájában jelentkezik.

Jegyezd meg!

A rugalmas helyzeti energia a rugalmasan deformált testek energiája.

Amikor egy rugalmas test visszanyeri eredeti alakját, a rugalmas helyzeti energiája annyival csökken, amennyi mechanikai munkát végez a rugalmas erő.

Egy rugó esetében a rugalmas helyzeti energia pontosan megegyezik azzal a munkával, amelyet a rugalmas erő végez, miközben a rugó megnyúlása fokozatosan nullára csökken.



A rugalmas erő munkájának kiszámítása nehezebb, mint a nehézségi erőé, mert miközben a rugó visszatér az alapállapotába, a rugalmas erő nagysága folyamatosan csökken: a kezdeti, legnagyobb értékről $F_r = k \cdot \Delta l$, a végső, nulla értékre. Tehát a rugalmas erő középértéke: $F_{rk} = \frac{F_r + 0}{2} = \frac{k \cdot \Delta l}{2}$, az elmozdulás $\Delta d = \Delta l$, és a rugalmas erő által végzett mechanikai munka:

$$L_{Fr} = F_{rk} \cdot \Delta l = \frac{k \cdot \Delta l}{2} \cdot \Delta l = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}.$$

Mivel $E_{pr} = L_{Fr}$,

a rugó rugalmassági állandója ($\frac{\text{N}}{\text{m}}$) a rugó megnyúlása (m)

$$E_{pr} = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}$$

rugalmas helyzeti energia (J)

A képletből láthatjuk, hogy a rugalmas helyzeti energia egyenesen arányos a rugóállandóval és a megnyúlás négyzetével. Ez azt jelenti, hogy ha a megnyúlás kétszereződik, a rugóban tárolt energia négyszer nagyobb lesz; ha pedig a megnyúlás a háromszorosára nő, az energia kilencszer lesz nagyobb.

...megoldott feladat

Egy $k = 100 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ rugóállandójú rugót $\Delta l_1 = 5 \text{ cm}$ -rel nyújtunk meg.

a) Mennyi rugalmas energia halmozódik fel a rugóban?

b) Mennyivel növekszik a rugó rugalmas energiája, ha a rugót még $\Delta l = 5 \text{ cm}$ -rel megnyújtjuk?

Megoldás:

$$\begin{aligned} k &= 100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \\ \Delta l_1 &= 5 \text{ cm} \\ \Delta l &= 5 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\text{a) } E_{pr1} = ?$$

$$\text{b) } \Delta E_{pr} = ?$$

$$\text{a) } E_{pr1} = \frac{k \cdot \Delta l_1^2}{2} = \frac{100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,05 \text{ m})^2}{2} = 0,125 \text{ J}$$

$$\text{b) } \Delta l_2 = \Delta l_1 + \Delta l = 0,05 \text{ m} + 0,05 \text{ m} = 0,1 \text{ m};$$

$$E_{pr2} = \frac{k \cdot \Delta l_2^2}{2} = \frac{100 \frac{\text{N}}{\text{m}} \cdot (0,1 \text{ m})^2}{2} = 0,500 \text{ J};$$

$$\Delta E_{pr} = E_{pr2} - E_{pr1} = 0,375 \text{ J}.$$

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

- Egészítsd ki a pontozott helyeket a következő szavakkal: *pozitív, negatív, nő, csökken* úgy, hogy az állítás helyes legyen. Keresd meg mindkét helyes megoldást!
Amikor a rugalmas erő, mechanikai munkát végez, a rugó rugalmas helyzeti energiája
- Hogyan változik a rugó rugalmas helyzeti energiája az alábbi esetekben?
 - a nyújtatlan rugót 2 cm-rel megnyújtjuk;
 - a 2 cm-rel megnyújtott rugó visszatér eredeti állapotába;
 - a 2 cm-rel megnyújtott rugót 2 cm-rel összenyomjuk;
 - a 2 cm-rel összenyomott rugót összenyomjuk még 5 cm-rel;
 - az 5 cm-rel összenyomott rugót megnyújtjuk 2 cm-rel;
- Mennyi energiát tárol egy 1 N/m rugóállandójú rugó, ha azt 10 cm-rel megnyújtjuk?
- Hányszorosára nő egy rugó rugalmas helyzeti energiája, ha a rugóállandót és a megnyúlást is megduplázzuk?

Érdekességek...

Egy megfeszített íj húrjában tárolt energia általában 40–80 J, míg egy középkori harci íjban tárolt energia elérheti a 120–200 J-t is.

...megoldott feladat

Számítsd ki egy 4 kg tömegű golya mechanikai energiáját, amikor egyenes vonalban és egyenletesen repül 300 m magasságban, $54 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel. A gravitációs gyorsulás értéke: $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$.

Megoldás:

$$m = 4 \text{ kg}; h = 300 \text{ m}$$

$$v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

$$E = ?$$

$$\text{A teljes mechanikai energia: } E = E_m + E_p.$$

$$\text{A mozgási energia: } E_m = \frac{m \cdot v^2}{2} = \frac{4 \text{ kg} \cdot (15 \frac{\text{m}}{\text{s}})^2}{2} = 450 \text{ J}.$$

$$\text{A gravitációs helyzeti energia: } E_p = m \cdot g \cdot h = 4 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 300 \text{ m} = 12\,000 \text{ J}$$

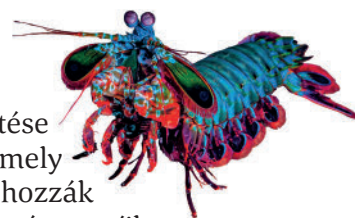
$$\text{A teljes mechanikai energia: } E = 450 \text{ J} + 12\,000 \text{ J} = 12\,450 \text{ J}$$

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. Egy vízcsepp és egy acélgolyó azonos térfogatúak, és ugyanakkora sebességgel esnek. Egyenlő a mozgási energiájuk is?
2. Egy rúdugró atléta futással vesz lendületet, mielőtt a rudat a talajba szúrná. Miért?
3. Egy sétatrepülés során a 600 kg tömegű vitorlázórepülő egyenes vonalban és egyenletesen mozog 500 m magasban, $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel. Számítsd ki a vitorlázórepülő mechanikai energiáját! A kapott eredményt fejezd ki a mértékegység megfelelő többszörösében. A gravitációs gyorsulás $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$.
4. Egy síelő egyenes vonalú gyorsasági lesiklóversenyen vesz részt. Számítsd ki a síelő maximális sebességét a mérési pontnál, ha a rajtvonal és a mérési pont közötti szintkülönbség 180 m. A súrlódási erőket elhanyagoljuk, a gravitációs gyorsulás: $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$.
5. Egy hullámvasút kocsiját a talajszint felett 40 m magasra emelik, majd nyugalomból indul lefelé a sínek. A súrlódásokat elhanyagoljuk. Számítsd ki:
 - a. a kocs sebességét a pálya legalsó pontján;
 - b. a kocs sebességét egy olyan pontban, amely 15 m-rel van a talaj fölött;
 - c. mekkora maximális magasságot érhet el a kocs a következő emelkedőn.
 A gravitációs gyorsulás $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

Érdekességek...

- A sáskarák (különösen az *Odontodactylus scyllarus* fajnál) végtagjainak az ütése azon alapul, hogy az izmokban rugalmas helyzeti energia halmozódik fel, amely aztán nagyon gyorsan mozgási energiává alakul. Az izmok nem közvetlenül hozzák létre az ütést, hanem egy rugalmas rostköteget „feszítenek ki”, hasonlóan egy számszerűhöz vagy katapultához. Amikor ez a mechanizmus kiold, a rugalmas helyzeti energia nagyon gyorsan mozgási energiává alakul, és az ütés rendkívül erőssé válik. Ütközés előtt a „kalapács” sebessége eléri a 12–23 m/s értéket, az energiája pedig körülbelül 50–118 J, amely nagyjából egy golyó mozgási energiájának felel meg. Ütközés közben a gyorsulás értéke a gravitációs gyorsulás 10 000-szerese, az ütés ereje pedig 1 500 N.
- A bungee jumping egy másik példa az energiaátalakulásra. Amikor egy személy leugrik, a gravitációs helyzeti energia mozgási energiává alakul, majd a rugalmas kötél megfeszül és a mozgási energia rugalmas helyzeti energiává alakul át.



A tanulók tevékenységének és viselkedésének rendszeres megfigyelése a fejezet során

Töltsd ki a következő kérdőívet:

1. A legjobban tetszett:

2. A legkevésbé érdekelt:

3. Nehézségeim voltak a megértés során:

4. Több magyarázatra van szükségem a következő témák esetén:

Így éreztem magam az órákon:



1. KUTATÁS

A lejtő hatásfokának meghatározása egy test egyenletes emelése során

Gondtál már arra, hogy miért nem a legrövidebb, egyenes út vezet egy hegy-csúcsra, hanem kanyargósan (szerpentineken) halad felfelé? Vagy hogy miért könnyebb egy gurulós bőröndöt egy lejtőn felhúzni, mint függőlegesen felemelni?

A lejtő az egyik legegyszerűbb olyan eszköz, amely csökkenti a test felemeléséhez szükséges erőt. A következőkben megvizsgáljuk, mennyire hatékony a lejtő, és meghatározzuk a hatásfokát.



Emlékezz!

A lejtő egy egyszerű gép, amelyet egy olyan síkfelület alkot, amely hegyes szöget zár be a vízszintessel. A lejtő elemei: az L hossza, a h magassága és az α hajlásszöge. A lejtő lehetővé teszi egy test felemelését egy olyan erővel, amely hosszabb úton hat, de kisebb, mint a lejtő nélküli, függőleges felemeléshez szükséges erő. Ahhoz, hogy megtudjuk, mennyire hatékony egy lejtő, kiszámítjuk a *hatásfokát* (η) a következő összefüggéssel: $\eta = \frac{L_h}{L_b}$ ahol: $L_h = \mathbf{G} \cdot \mathbf{h}$ a *hasznos mechanikai munka*, vagyis az a legkisebb mechanikai munka, ami ahhoz szükséges, hogy a G - súlyú testet függőlegesen h magasságba emeljük; $L_b = \mathbf{F} \cdot \mathbf{L}$ a *befektetett mechanikai munka*, vagyis az a mechanikai munka, amelyet a lejtővel párhuzamos F húzóerő végez, miközben ugyanazt a testet L távolságon mozgatja egészen a h magasságig.



A vizsgálandó kérdés:

Hogyan változik egy lejtő hatásfoka, amikor növekszik a hajlásszöge?



Hipotézis:

Írd le a füzetedbe a hipotézisedet, és magyarázd meg röviden, miért gondolod így. A kísérlet végén hasonlítsd össze a korábban megfogalmazott feltételezéseidet a kapott eredményekkel.



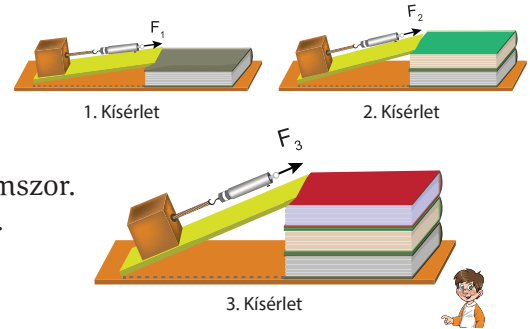
A kísérlet megtervezése:

- Szükséges anyagok:** egy fa kocka, rugós erőmérő (dinamométer a húzóerő méréséhez), vonalzó vagy mérőszalag, egy sima deszka vagy bármilyen sík, merev felület, valamint alátámasztó testek a lejtő magasságának változtatásához (például könyvek).
- Változók azonosítása:**
- Munkamódszer:**

FÜGGETLEN VÁLTOZÓ	FÜGGŐ VÁLTOZÓ	ELLENŐRZÖTT VÁLTOZÓK
a lejtő hajlásszöge	a lejtő hatásfoka	- a felhasznált test - a lejtő hosszúsága - a lejtő felületének érdessége, természete - mérési módszer - mérőeszközök

- Mérd meg a test G súlyát a dinamométerrel, majd jegyezd le.
- Mérd meg a lejtő L hosszúságát, majd jegyezd le.

- Az alátámasztó testek segítségével állítsd be a lejtőt bizonyos magasságra, majd mérd meg a h magasságot.
- A testet húzd felfelé egyenletesen a lejtőn, és olvasd le a rugós erőmérőről az F húzóerő értékét.
- Minden magasság esetén ismételd meg a mérést legalább háromszor.
- Ismételd meg a fenti lépéseket a lejtő másik két magasságára is.



A kísérleti adatok rögzítése:

Írd be a mért értékeket az alábbi táblázatba:

Nr.det	G (N)	L (m)	h (m)	$L_h = G \cdot h$ (J)	F (N)	$L_b = F \cdot L$ (J)	η	$\eta_{\text{átlag}}$



A kísérleti adatok feldolgozása és értékelése:

- Számítsd ki minden egyes mérésnél a hasznos mechanikai munkát, a befektetett mechanikai munkát és a hatásfokot.
- Számítsd ki a hatásfok átlagértékét a lejtő minden hajlásszögére.
- Hasonlítsd össze a kapott értékeket.



A következtetések megfogalmazása:

Elemezd a kapott értékeket, és határozd meg, hogyan változik a lejtő hatásfoka, amikor nő a hajlásszög.

...gondolkodtató kérdések

1. Hogyan változott a hatásfok, amint egyre meredekebbre emelted a lejtőt?
2. Hová „tűnik el” a befektetett mechanikai munka és a hasznos munka közötti különbség?
3. Hogyan változna a hatásfok, ha bekennénk a lejtő felületét olajjal?
4. Szerinted függ-e a lejtő hatásfoka attól, hogy mekkora tömegű testet húzunk fel rajta egyenletesen? Hogyan tudnád ellenőrizni a saját hipotézisedet?

2. KUTATÁS

A mozgási energia változási tételének ellenőrzése

Laboratóriumi kísérlet

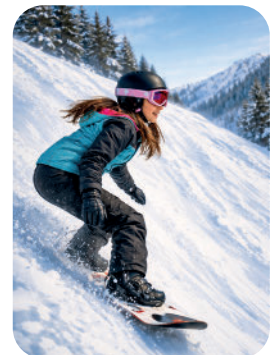
Gondolkodtál már azon, hogy...?

Miért nő a sebesség snowboardozás közben lejtőn lefelé, és miért csökken vízszintes terepen?

A mindennapi életben gyakran tapasztaljuk a mozgásállapot különböző változásait. Hogyan magyarázhatjuk ezeket?

Ahhoz, hogy válaszoljunk ezekre a kérdésekre, kísérletileg fogjuk vizsgálni, milyen kapcsolat van egy adott test mozgási energiájának változása és a rá ható erők által végzett mechanikai munka között.

Igazoljuk, hogy egy test sebességének változása nem véletlenszerű, hanem közvetlen következménye a kölcsönhatások során átadott energiának.



Elméleti alapok

A lejtőn lévő testre három erő hat: a $\vec{G}$ súlyerő, az $\vec{N}$ merőleges visszaható erő és az $\vec{F}_s$ súrlódási erő.

A súlyerőnek egyszerre két hatása is van a testre (lefelé mozgatja és nekinyomja a lejtőnek) ezért felbontjuk a két hatás irányai szerint. Az egyik a mozgás iránya és párhuzamos a lejtővel, a másik a nyomás iránya és merőleges a lejtőre. Felbontás után két összetevőt kapunk:

- a $\vec{G}_n$ normális összetevő, amely merőleges a lejtőre és neki nyomja a testet a felületnek;
- a $\vec{G}_t$ tangenciális összetevő, amely párhuzamos a lejtővel és lefelé mozgatja rajta a testet.

Az $\vec{N}$ merőleges visszaható erő és a $\vec{G}_n$ normális összetevő kiegyensúlyozzák egymást mivel a test nem mozoghat a lejtőre merőleges irányba.

A test mozgását csak a $\vec{G}_t$ tangenciális összetevő és az $\vec{F}_s$ súrlódási erő határozza meg:

- Ha $G_t > F_s$ a test lefelé gyorsulva mozog.
- Ha $G_t = F_s$ a test nyugalomban áll a lejtőn vagy egyenletesen mozog lefelé (ha meglökjük egy kicsit). Ez a helyzet csak akkor alakulhat ki, ha a lejtő hajlásszöge egy bizonyos értéket vesz fel, amelyet **súrlódási szögnek** (α_f) nevezzünk. A súrlódási szögből ki lehet számítani a súrlódási együtthatót.

$$G_t = F_s \Rightarrow G \sin \alpha_f = \mu G \cos \alpha_f$$

$$\mu = \tan \alpha_f$$

Innen pedig:

- ▶ Ha a lejtő hajlásszöge nagyobb, mint a súrlódási szög ($\alpha > \alpha_f$), a test egyenletesen gyorsul lefelé a lejtőn, mivel a súlyerő $\vec{G}_t$ összetevője nagyobb a súrlódási erőnél.
- ▶ Ha nyugalomból indul, d távolság megtétele után,

a test sebessége: $v = \frac{2d}{t}$

a test mozgási energiája: $E_m = m \frac{v^2}{2} = \frac{Gv^2}{2g}$

a test mozgási energiaváltozása: $\Delta E_m = \frac{2Gd^2}{gt^2}$ (1)

ahol: G – a test súlya

g – a gravitációs gyorsulás

t – a mozgás időtartam

d – a megtett út

FONTOS! A környezettel való kölcsönhatások következtében a testek energiát nyerhetnek vagy veszíthetnek. A felvett, vagy leadott energia mennyiségét a testre ható erők által végzett mechanikai munka adja:

- ha a teljes mechanikai munka pozitív, a test mozgási energiája és sebessége nő;
- ha a teljes mechanikai munka negatív, a test mozgási energiája és sebessége csökken.

A **mozgási energia változásának tétele** szerint a test mozgási energiájának változása egyenlő a testre ható erők által végzett összes mechanikai munkával:

$$\Delta E_m = L_t \quad (2)$$

ahol: ΔE_m – a mozgási energia változása, L_t – az erők által végzett teljes mechanikai munka.

A lejtőn szabadon lecsúszó test esetében a **teljes mechanikai munka** (L_t) a test súlyereje által végzett munka és a súrlódási erő által végzett munka összege, mivel a merőleges visszaható erő nem végez munkát:

$$L_t = L_G + L_{F_s} \quad (3)$$

Ha a test lefelé mozog, a **súlyerő által végzett mechanikai munka** (L_G) pozitív, mivel a súlyerő segíti a test mozgását:

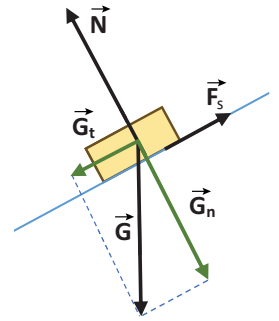
$$L_G = G h \quad (4)$$

ahol: G – a test súlya, h – a kezdeti és a végső állapot közötti szintkülönbség.

A **súrlódási erő mechanikai munkája negatív**, mivel a súrlódási erő ellenszegül a test mozgásának. Miközben a test megtesz egy d távolságot az α hajlásszögű lejtőn, a súrlódási erő által végzett mechanikai munka a következő képlettel számítható ki:

$$L_{F_s} = -\mu G d \cos \alpha \quad (5)$$

A mozgási energia változási tételének ellenőrzéséhez kísérletileg meg kell határozni: a test G súlyát, a test és a lejtő közötti μ súrlódási együtthatót, a lejtő α hajlásszögét, a lecsúszás t időtartamát, valamint a test által a



lejtőn megtett d távolságot. A kísérletileg meghatározott értékeket felhasználjuk: a ΔE_m mozgási energia változásnak a kiszámításához az (1) összefüggés alapján, valamint az L_t teljes mechanikai munka kiszámításához a (3), (4) és (5) összefüggések szerint. Az így kapott értékeket összehasonlítjuk a (2) összefüggés ellenőrzéséhez..

A kísérlet megtervezése:

a. Szükséges eszközök: mérőszalag, asztal, stopper, 1,5–2 m hosszú állítható hajlásszögű lejtő, fából készült téglatest, dinamométer, szögmérő.

b. Munkamódszer:

Első lépés: A súrlódási együttható meghatározása

- Helyezd a lejtőt az asztalra nagyon kicsi dőlésszöggel.
- Tedd a testet a lejtőre.
- Növeld fokozatosan a lejtő hajlásszögét, amíg a test **egyenletesen** el nem kezd csúszni lefelé (ekkor a lejtő hajlásszöge megegyezik a súrlódási szöggel).
- Mérd meg a súrlódási szöget.
- Ismételd meg a mérést legalább háromszor.
- Töltsd ki a táblázatot, és számítsd ki a súrlódási együtthatót minden egyes mérés esetén.
- Végül számítsd ki a **súrlódási együttható középértékét** (a kapott értékek számtani középáránya).



M. sz.	α_F	$\mu = \tan \alpha_F$	μ_k
1			
2			
3			

Második lépés: A mozgási energia változási tételének ellenőrzése

- Állítsd be a lejtőt egy kicsivel nagyobb hajlásszögűre, mint a súrlódási szög ($\alpha > \alpha_F$).
- Jelöld ki egy pontot a lejtőn (elég távol a lejtő aljától), ahonnan a testet szabadon engeded csúszni.
- Határozd meg, hogy ez a pont milyen magasan (h) található a lejtő alapjától.
- Mérd meg a test által megtett d – távolságot.
- Mérd meg a test súlyát.
- Helyezd a testet a kijelölt kiindulási pontra, és engedd szabadon lecsúszni a lejtőn.
- Mérd meg a test mozgási idejét a lejtőn.
- Ismételd meg a kísérletet legalább háromszor, és számítsd ki a lecsúszási időtartamok középértékét.
- Számítsd ki a test mozgási energiájának változását, a súlyerő által végzett munkát, a súrlódási erő által végzett munkát, valamint a teljes mechanikai munkát (a súrlódási együtthatóhoz használd a kísérlet első lépésénél meghatározott átlagértéket).
- Jegyezd fel a mért és számított értékeket az alábbihoz hasonló táblázatba.
- Hasonlítsd össze a narancssárga oszlopokban szereplő értékeket.

Ssz.	G (N)	α	$\cos \alpha$	h (m)	d (m)	t (s)	$\Delta E_m = \frac{2Gd^2}{gt^2}$ (J)	$L_G = G h$ (J)	$L_{F_s} = -F_f d$ (J)	$L_t = L_G + L_{F_s}$

Megjegyzés: A lecsúszási időtartamot pontosabban tudjuk megmérni, ha a kísérletet lassított felvételen (slow-motion) rögzítjük. A felvételt képkockáról képkockára elemezve pontosan meghatározható az a pillanat, amikor a testet elengedjük, illetve az, amikor eléri a lejtő alját. Ha a felvétel f képkocka/másodperc frekvenciával készült, és a két pillanat között N képkockát számolunk meg, akkor a lecsúszási idő a következőképpen számolható ki: $t = \frac{N}{f}$, ahol N – a képkockák száma, f – a filmezési frekvencia.

...gondolkodtató kérdések

- Miért gyorsul a test a lejtőn?
- Melyik erő növeli a test mozgási energiáját?
- Mi a súrlódási erő szerepe a mozgás során?
- Miért nem egyenlőek teljesen a ΔE_m és az L_t a kísérlet során?
- Milyen mérési hibák fordulhatnak elő?
- Miért nő a snowboard sebessége a lejtőn, és miért csökken vízszintes terepen?

JAVASOLT FELADATOK

- Egyik tanuló egy 1 kg tömegű atlaszt tart a kezében, a másik pedig egy 3 kg tömegű atlaszt. Melyik tanuló végez nagyobb mechanikai munkát?
- Számítsd ki egy 5 kg tömegű vándorsólyom súlya által végzett mechanikai munkát amikor 2 km magasságról 1 km-re zuhan.
- Egy gyerek 40 N állandó erővel húz egy szánkót a havon, és 160 J mechanikai munkát végez 40 s alatt. Számítsd ki:
 - a szánkó által megtett távolságot;
 - a szán sebességét;
 - a mechanikai teljesítményt.
- Egy delfin $18 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel úszik a víz alatt. A teljesítménye 1 kW. Számítsd ki:
 - mennyi mechanikai munkát végez egy óra alatt;
 - Milyen hosszú utat tesz meg ez idő alatt;
 - mekkora erőt fejt ki a vízre.
- Határozd meg az alábbi feladatok helyes válaszait, tudva, hogy mindegyik esetben csak egyetlen helyes válasz van.
 - A helyzeti energia mértékegysége:
 - m;
 - N;
 - J;
 - W.

- Ha egy gepárd és egy autó ugyanazzal a sebességgel haladnak, akkor a gepárd mozgási energiája:
 - nagyobb, mint az autóé;
 - kisebb, mint az autóé;
 - egyenlő az autóéval;
 - nulla.
- Egy 500 N súlyú leopárd 8 m magasban ül egy ágon. Mennyi a gravitációs helyzeti energiája?
 - 40 kJ;
 - 4 kJ;
 - 40 J;
 - 4 J.
- Egy 1,2 tonnás személyautó sebessége 72 km/h-ról 108 km/h-ra növekszik. Számítsd ki:
 - a kezdeti mozgási energiáját;
 - a végső mozgási energiáját;
 - a gyorsításhoz szükséges mechanikai munkát.
- Határozd meg milyen magasan van az a 80 kg tömegű alpinista, akiknek a gravitációs helyzeti energiája 12 kJ.
- Egy gyerek egy 1200 N/m rugóállandójú ugróasztalon (trambulin) ugrál. Számítsd ki a rugalmas helyzeti energiát, amikor az ugróasztal 30 cm-rel nyomódik le.
- Számítsd ki egy 8 kg tömegű büttykös hattyú mechanikai energiáját, amikor 5 m magasban $72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel repül.

ISMERETFELMÉRŐ TESZT

I. (1p) Igaz/Hamis

1. A mechanikai munka nulla, amikor az erő merőleges az elmozdulásra	
2. A mechanikai teljesítmény az egységnyi idő alatt végzett mechanikai munka.	
3. Egy rendszer hatásfoka lehet nagyobb, mint 100%.	
4. Egy nyugalomban lévő test mozgási energiája nem zero.	

II. (2p) Válaszd ki a helyes választ.

- A mechanikai munka mértékegysége az SI-ben:
 - volt;
 - watt;
 - joule;
 - newton.
- A mechanikai munka maximális, ha:
 - az erő merőleges az elmozdulásra;
 - az erő megegyező irányú és irányítású az elmozdulással;
 - az elmozdulás nulla;
 - az erő nulla.
- A mechanikai teljesítmény:
 - az erő és az elmozdulás szorzata;
 - a mechanikai munka és az időtartam hányadosa;
 - az energiák összege;
 - a tömeg és a gyorsulás szorzata.
- Egy rendszer hatásfoka:
 - mindig nagyobb, mint 1;
 - mindig egyenlő 1-el;
 - negatív;
 - kisebb vagy egyenlő, mint 1;

E. A gravitációs helyzeti energia nő amikor:

- csökken a tömeg;
- csökken a magasság;
- nő a sebesség;
- nő a magasság.

III. (2p) Egészítsd ki az alábbi kijelentéseket:

- A mechanikai munka fizikai mennyiség, amely egyenlő az és az elmozdulás szorzatával, ha az elmozdulás az erő irányában és irányításával megegyezően történik.
- Az az erő, amely az elmozdulással ellentétes irányításban hat mechanikai munkát végez.
- A mechanikai hatásfok skaláris fizikai mennyiség, amely egyenlő a és a mechanikai munka hányadosával.

IV. Oldd meg a következő feladatokat:

- (1p) Számítsd ki egy 1,2 tonnás autó mozgási energiáját, amikor $90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ sebességgel halad.
- (3p) Egy motor által működtetett berendezés felemel egy 50 kg tömegű testet 10 m magasra, 5 s alatt. A berendezés hatásfoka 0,8. Számítsd ki:
 - a hasznos mechanikai munkát;
 - a motor által végzett mechanikai munkát;
 - a motor teljesítményét.

Hivatalból 1 pont jár.



5

INTEGRÁLÓ TÉMA

Naponta emberek milliói közlekednek a közutakon: gyalogosként, kerékpárosként, utasként vagy járművezetőként. A mozgás hétköznapi és természetesnek tűnik, mégis minden fékezés, kanyarodás vagy megállás mögött a fizika pontos törvényei állnak. Ebben a fejezetben a fizika törvényeire támaszkodva próbáljuk megmagyarázni a gépkocsiközlekedés legfontosabb jelenségeit, vagyis a fizikát a közlekedés témakörével összekapcsolva, integrált módon alkalmazzuk.

Közlekedésbiztonsági fogalmak

Reakcióidő.

Fékút, féktávolság

...kihívás

Egy járművezető ezt állítja egy közúti baleset után: „Azonnal fékeztem!” Az autó mégsem állt meg időben. Ha a fékezés azonnali volt, miért nem volt a megállás is azonnali?



...esettanulmány

A városban közlekedő gépkocsi elé gurul egy labda és egy gyermek szalad utána. A figyelmes gépkocsivezető észreveszi a veszélyt, és rálép a fékre. Ennek ellenére az autó nem áll meg azonnal.

Ha a sofőr azonnal reagált, a jármű miért nem állt meg azonnal?

A megállás nem egy pillanat, hanem egy folyamat. A mellékelt grafikon azt mutatja, hogyan változik az autó sebessége az idő függvényében attól a pillanattól kezdve, amikor bekövetkezik egy olyan vészhelyzet, amely fékezést igényel.

A D féktávolság két részre osztható: a d_r reakciótávolságra és a d_f fékútra.

- **A reakció távolság** annak az útszakasznak a hossza, amelyet az autó a veszély észlelése és a fékpedál lenyomása közötti időintervallumban tesz meg. A t_r reakcióidő az az időintervallum, amelyre a vezetőknek szüksége van ahhoz, hogy a fékre lépjen. Ez alatt az autó sebessége állandó. A reakciótávolság a grafikonon látható téglalap területéből számítható ki:

$$d_r = v_0 \cdot t_r \quad (1)$$

- **A fékút** az az úthossz, amelyet az autó a fékpedál lenyomása után tesz meg. Ez alatt a jármű sebessége nullára csökken. A grafikonon a féktávolságot a háromszög területe adja:

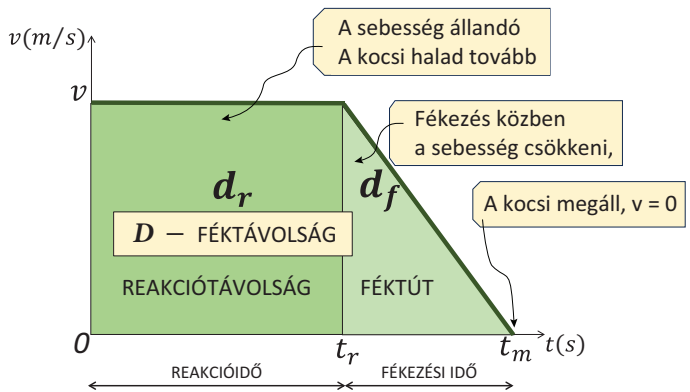
$$d_f = \frac{v_0 \cdot t_f}{2} \quad (2)$$

Egyenletesen változó, lassuló mozgás esetén tudjuk, hogy a fékezési idő: $t_f = \frac{v_0}{|a|} \quad (3)$

Behelyettesítve a (3) képletet a (2)-be: $d_f = \frac{v_0^2}{2a} \quad (4)$

- A féktávolság a reakciótávolság és a fékút összege: $D = d_r + d_f \quad (5)$

Összegezve: a fenti grafikonon láthatjuk, hogy a sebesség nem esik hirtelen nullára, hanem fokozatosan csökken. A megálláshoz időre van szükség, amely alatt a kocsi tovább halad, a megtett út pedig a fékezés előtti sebességtől függ.



1. ábra: A figyelemelterelő tevékenységek növelik a reakciótávolságot

A t_f **fékezési idő** az az időintervallum, amely a fékpedál lenyomásától az autó megállásáig tart.

A D **féktávolság** az a távolság, amelyet a jármű a veszély észlelésének pillanatától a megállásáig megtesz.

$$D = d_r + d_f$$

féktávolság (m) fékút (m)
reakciótávolság (m)

Még ha a vezető gyorsan is reagál, a nagy sebesség miatt a jármű jelentős távolságot tesz meg mielőtt megállna.

...megoldott feladat

Egy tanuló kísérletet végez a reakcióidő meghatározására: osztálytársa egy vonalzót tart függőlegesen, majd minden figyelmeztetés nélkül elengedi. A tanulónak a lehető leggyorsabban el kell kapnia a vonalzót. A mérés azt mutatja, hogy a vonalzó 20 cm-t esik szabadon, mielőtt elkapná. A szabadon eső vonalzó által megtett távolságot az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás egyenlete írja le $h = \frac{gt_r^2}{2}$, ahol a gravitációs gyorsulás $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.



- Mekkora a tanuló reakcióideje?
- Ha egy autó 36 km/h (10 m/s) sebességgel haladna, és a vezető reakcióideje megegyezne a kísérletben kapott értékkel, mekkora távolságot tenne meg az autó a fékezés megkezdése előtt?

Megoldás:

$$h = 20 \text{ cm}$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$v = 10 \text{ m/s}$$

$$t_r = ?$$

$$d_r = ?$$

- Az esés időtartamát a vonalzó által szabadesésben megtett távolságból számoljuk ki az egyenes vonalú egyenletesen változó mozgás egyenletéből.

$$h = \frac{gt_r^2}{2} \Rightarrow t_r = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2 \text{ m}}{9,8 \text{ m/s}^2}} \approx 0,2 \text{ s}$$

- Az autó által a reakcióidő alatt megtett távolság:

$$d_r = v \cdot t_r = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,2 \text{ s} = 2 \text{ m}$$

A tanuló reakcióideje körülbelül 0,2 s, ami egy 36 km/h sebességgel haladó autó esetében 2 m reakciótávolságnak felel meg. Tehát még egy nagyon rövid reakcióidő is számottevő távolságot jelent a fékezés megkezdése előtt. A vonalzós kísérlet segít a reakcióidő megértésében.

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. Ha a sebesség megduplázódik, hogyan változik a reakciótávolság? Hát a fékút?
2. Miért fontosabb az 50 km/h és 70 km/h közötti különbség, mint ahogy elsőre tűnik?
3. Melyik tényező befolyásolja a reakciótávolságot, a fékutat viszont nem?
4. Egy fáradt vezetőnek nagyobb a reakcióideje. A jármű megállásának melyik szakaszát befolyásolja ez?
5. Két autó azonos sebességgel halad, de az egyik fékjei hatékonyabbak. Hogyan befolyásolja ez a megállás folyamatát?
6. Miért alapvető fontosságú a követési távolság betartása?

A kanyarodás sugara, stabilitás kanyarodás közben

Tapadási és csúszási súrlódási erő

...kihívás

Igaz-e, hogy amikor az autó kifelé sodródik a kanyarban, még jobban el kell fordítani a kormánykereket? Mi történik, ha az úttest nedves vagy jeges?

Jegyezd meg!

A valóságban, főleg nedves vagy jeges úttesten, megtörténik, hogy bár a kormánykereket elfordítottuk, az autó továbbra is szinte egyenes vonalban sodródik ki a kanyarból.

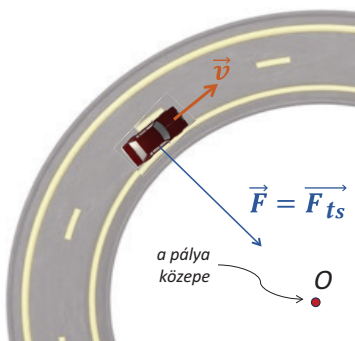
A kanyarodáshoz az autónak a kanyar belseje felé irányuló erőre van szüksége (1. ábra). Ezt a kerekek és az úttest közötti súrlódás biztosítja (3. ábra). Ha a súrlódás nem elégséges, a kerekek megcsúsznak, és a kormány további elfordítása már nem segít.

Amikor egy jármű vízszintes úton kanyarodik, görbe vonalú pályán halad (1. és 2. ábra).

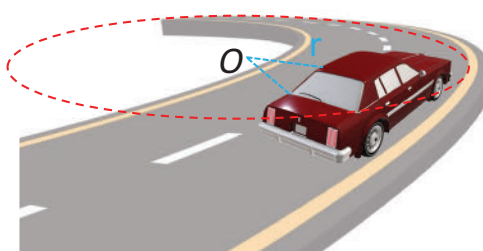
Az **r kanyarodási sugár** annak a körnek a sugara, amelyet a jármű kanyarodás közben leír. Minél élesebb a kanyar, annál kisebb a kanyarodási sugár.

A járműre a következő erők hatnak: (3. ábra):

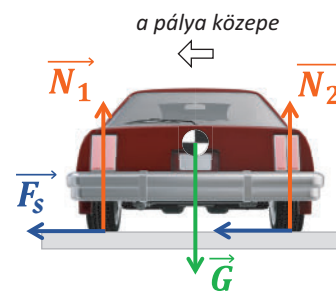
- a jármű súlya;
- az úttest által kifejtett merőleges visszaható erő (tartóerő);
- a gumibroncsok és az útfelület közötti tapadási súrlódási erő $\vec{F}_{ts}$. Ez teszi lehetővé a jármű hatékony fékezését és gyorsítását, kanyarban pedig az irány megtartását. Minél élesebb a kanyar, annál nagyobb tapadásra van szükség.



1. ábra: Tapadási súrlódási erő



2. ábra: A kanyarodási sugár azt mutatja, mennyire éles a kanyar.



3. ábra: Kanyarodás közben az úttest és a kerekek közötti súrlódási erő a kanyar közepe felé irányul.

A maximális sebességet, amellyel egy jármű megcsúszás nélkül kanyarodhat a tapadási súrlódási erő lehető legnagyobb értéke határozza meg. A maximális sebesség kifejezése:

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_t g r} \quad (1)$$

maximális sebesség (m/s) ————— $v_{\max}$ ————— súrlódási együttható
 gravitációs gyorsulás (m/s²) ————— g ————— a pálya sugara (m)

A *maximális sebességet* befolyásoló tényezők:

- a kanyarodási sugár: minél élesebb a kanyar, annál kisebb sebességgel lehet bevenni;
- a gumibroncsok és az út közötti tapadási súrlódási együttható; a valóságban ez változhat nedves, sáros vagy jeges úttest esetén. Ilyenkor csökken a μ , ezért csökkenteni kell a sebességet is.

Megjegyzés: vízszintes úton a jármű biztonságos maximális sebessége nem függ a jármű tömegétől.

Csúszási súrlódás akkor jelenik meg, amikor a kerekek megcsúsznak az úttesten (kisodródás), hirtelen fékezéskor vagy nagy sebességgel bevett kanyarban, ami a jármű feletti uralom elvesztéséhez vezet. A csúszási súrlódási erő kisebb a maximális tapadási súrlódási erőnél.

A **kanyarstabilitás** egy jármű azon képessége, hogy biztonságosan és irányíthatóan képes bevenni a kanyarokat anélkül, hogy kisodródna, megcsúszna vagy felborulna.

A stabilitás feltétele a következőképpen írható fel:

A kanyarodáshoz szükséges erő < Maximális súrlódási erő

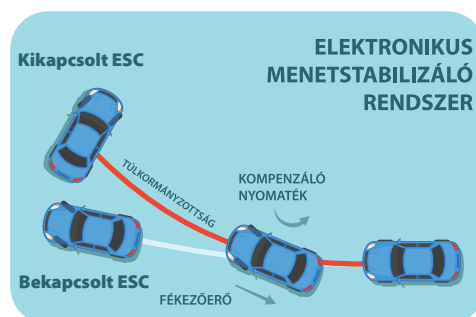
A *kanyarstabilitást* befolyásoló tényezők:

- a jármű sebessége;
- a kanyarodási sugár;
- az úttest állapota;
- a súlypont helyzete (a magas járművek könnyebben felborulhatnak).

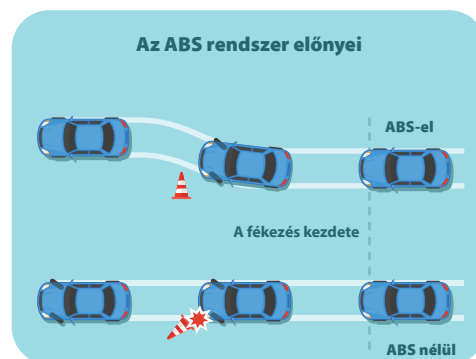
Az **ESP vagy ESC** (elektronikus stabilitás- vagy menetstabilizáló program) (4. ábra) egy olyan elektronikus rendszer, amely segít megőrizni az autó stabilitását hirtelen manőverek során vagy csúszós úton. Sok európai országban ezeket kötelező beszerezni az új személyautókba. Ezek a rendszerek segíthetik a vezetőt, de nem képesek semlegesíteni a túl nagy sebesség hatásait.

Az **ABS** (blokkolásgátló fékrendszer) (5. ábra) egy alapvető technológia, amely megakadályozza a kerekek blokkolását erős fékezés során. Hirtelen blokkoláskor a kerekek megcsúsznának az úttesten, mivel a csúszási súrlódási erő kisebb a tapadásinál. Ehelyett a rendszer úgy szabályozza a fékezést, hogy a kerekek továbbra is ellenőrzöttén forogjanak; így megmarad a tapadás, ami lehetővé teszi az irányítás megtartását és legtöbbször a féktávolság csökkenését.

Az **ABS** rendszer segíti a biztonságos fékezést, az ESP rendszer pedig segít megőrizni a stabilitást kanyarodás közben.

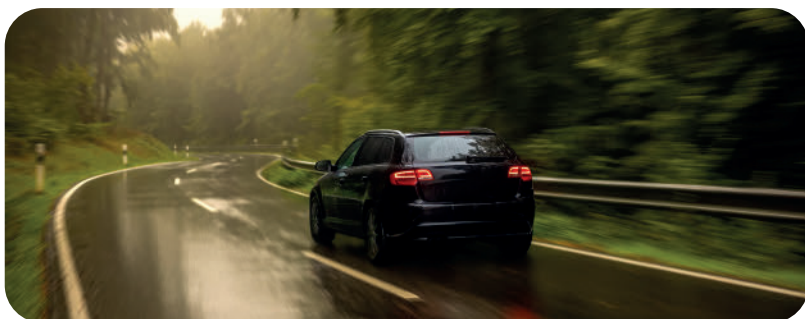


4. ábra: Az elektronikus stabilitásprogram hatása kicsúszáskor



5. ábra: A blokkolásgátló fékrendszer előnyei

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?



1. Miért nem segít a kormány további elfordítása, ha a kerekek megcsúsznak?
2. Mi történik a jármű stabilitásával, ha nő a sebessége?
3. Milyen tényezők befolyásolják a kerekek és az úttest közötti súrlódást?
4. Miért ajánlott a sebességet a kanyar előtt csökkenteni, és nem a kanyarban?

Ütközésbiztonság

...kihívás

Szerinted mi a veszélyesebb egy balesetben: a nagy sebesség vagy a hirtelen megállás?



...esettanulmány

Számoljuk ki, mekkora erő hat egy 60 kg tömegű emberre, ha egy 90 km/h sebességgel haladó autóval fálnak ütközik (1. ábra).



1. ábra: A légszák szerepe az ütközési erő csökkentésében

A kocsí 90 km/h = 25 m/s sebességgel halad, így az ember kezdeti impulzusa:

$$p_0 = m v_0 = 60 \text{ kg} \cdot 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 1500 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

A végső impulzusa:

$$p = 0$$

Az impulzusváltozása pedig:

$$\Delta p = 0 - p_0 = -1500 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

Mivel az impulzusváltozás adott, az ütközési erő attól függ, hogy mennyi idő alatt áll meg az ember (megállási idő), ez pedig attól, hogy mekkora távolságon áll meg (megállási távolság).

$$\Delta t = \frac{d}{v_m} = \frac{d}{\frac{v_0 + 0}{2}} = \frac{2d}{v_0}$$

A dinamika második törvénye szerint az ütközési erő:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$$

- Biztonsági öv és légszák használata nélkül a kocsí ütközése után az ember teste gyakorlatilag lassulás nélkül folytatja a mozgását mindaddig, amíg neki nem ütközik a kormányznak vagy a műszerfalnak, amely hirtelen megállítja. Ebben az esetben a megállási távolság nagyon kicsi, megközelítőleg $d = 2 \text{ cm}$, a megállási idő $\Delta t = 0,0016 \text{ s}$, az ütközési erő pedig $F = -937,5 \text{ kN}$. A “-” előjel azt mutatja, hogy az erő lassítja a test mozgását. Ez a hatalmas erő egy több mint 93 tonnás test súlyának felel meg. Egy ilyen balesetet nem lehet túlélni!
- A biztonsági öv, a légszák és a kocsí könnyen roncsolható hosszú orra akár 1 m-re is növelhetik a megállási távolságot, így az ütközési erő $F = -18,75 \text{ kN}$ -ra csökken. Ez az erő sem kicsi, de így a balesetet már meg lehet úszni néhány töréssel.

Következtetés:

A légszák, a biztonsági öv és a hosszú, könnyen roncsolható motorház, mind azt a célt szolgálják, hogy növeljék a leállási időt (amely alatt az utas sebessége nullára csökken), ezáltal csökkentve az ütközési erőt.

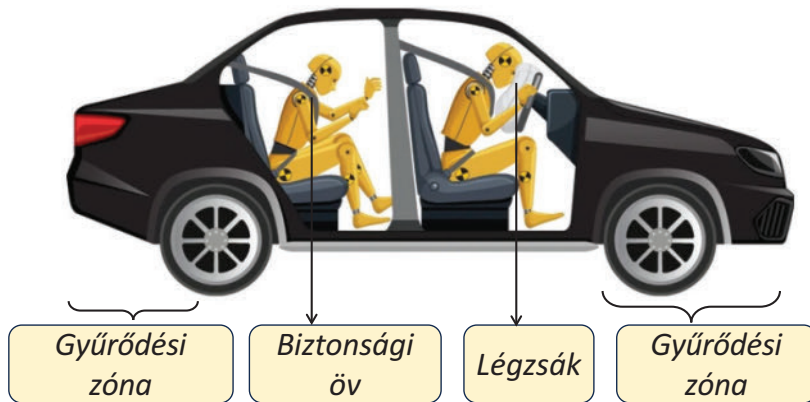
Jegyezd meg!

A **tehetetlenség elve szerint**, amikor egy jármű ütközés következtében hirtelen megáll, az utasok a jármű ütközés előtti mozgásának irányába haladnának tovább.

Az ütközésvédelmi biztonsági rendszereket úgy tervezik, hogy csökkentsék az emberi testre ható erőket. Ezek elnyelik az ütközési energiát, így növelik az utasok biztonságát.

A járművek akkor válnak még biztonságosabbá, ha **az impulzusváltozás nagyobb idő alatt megy végbe**, vagyis ha a test lassulása fokozatos.

A járművek alapvető biztonsági elemei a következők:



- **A biztonsági öv**
 - ▶ megakadályozza a kormányba vagy szélvédőbe csapódást, és nagy felületre osztja szét az ütközési erőt;
 - ▶ fokozatosan állítja meg a testet, növelve a megállási időt.
- **A légzsák**
 - ▶ növeli a megállási időt, ezáltal csökkenti az ütközési erőt.
- **gyűrődési zóna**
 - ▶ meghosszabbítja az ütközés idejét, így csökkenti a testre ható erőket;
 - ▶ a kocs mozgási energiáját a karosszéria alakváltozása nyeli el, így kevesebb energia jut az utasokra.
- Egyéb ütközésvédelmi eszközök:
 - ▶ fejtámlák az ostorcsapás-sérülés megelőzésére hátulról történő ütközésnél;
 - ▶ ISOFIX rendszerek a gyermekülések rögzítésére;
 - ▶ merevített utastér az utasok védelmére (a utastér nagy szilárdságú acélból készül).

Ellenőrizd, hogy megértetted-e?

1. Egy tanuló azt állítja: „A légzsák veszélyes, mert megüti az utast”.
 - a. Egyetértesz ezzel az állítással?
 - b. Indokold válaszodat az impulzus és az erő fogalmának felhasználásával.
2. Szerinted melyik hatékonyabb ütközésvédelmi szempontból: a nagyon merev autó vagy az ütközéskor deformálódó autó?
3. Mi történik az ütközési erővel, ha a megállási távolság megduplázódik?
4. Az alábbi biztonsági elemek közül melyik növeli meg a jármű megállási idejét: a légzsák, a biztonsági öv vagy a deformációs zóna?

PROJEKT – A kormány mögötti fizika

A vezetés biztonsága nem csak szabályok kérdése, hanem az emberi test és az autó fizikai korlátairól is szól. Fedezd fel ezeket az alábbi három feladat segítségével.

A projekt végére képes leszel:

- **meghatározni** a biztonságos megálláshoz szükséges távolságot;
- **megmagyarázni**, miért teszik veszélyessé a kanyarodást a kopott gumiabroncsok vagy a nedves útfelület;
- **kritikusan elemezni** egy modern jármű védelmi rendszereinek hatékonyságát;
- **kialakítani** egy felelős közlekedési magatartást, amely a fizikai jelenségek megértésén alapul, nem csupán a szabályokon.

A. „A másodperc, amely döntő lehet” kampány

- Készíts plakátot, oktató videót vagy figyelemfelkeltő szórólapot, amely az alábbi követelményeknek megfelelő infografikát is tartalmaz:
 - ▶ vizuális metaforát használ: egy nagy objektum (például kék bálna, autóbusz stb.) segítségével szemlélteti a megállási távolságot;
 - ▶ grafikusán szemlélteti, hogy a sebesség megduplázása (pl. 50 km/h-ról 100 km/h-ra) négyszeresére növeli a fékutat;
 - ▶ bemutatja, hogy esőben a fékút azonos sebességnél kétszer akkora, mint száraz időben.

B. Esettanulmány: „Egy baleset anatómiája”

- Egy törésteszt videó (pl. EuroNCAP/IIHS) megtekintése után készíts egy egyoldalas esszét vagy egy 5–7 diából álló prezentációt, amely tartalmazza a következőket:
 - ▶ elmagyarázza az energiaátadás szempontjából, hogy mi történne, ha az autó merev (nem deformálódó) anyagból készülné;
 - ▶ ismerteti a deformációs zónák szerepét az ütközési energia elnyelésében, és azt, hogy miért veszélyes a légzsák biztonsági öv nélkül;
 - ▶ elmagyarázza, hogy miért folytatja az utasok teste a mozgást azután is, hogy az autó hirtelen megállt.

C. Kísérlet: „A reakcióidő”

- Nyisd meg a <https://humanbenchmark.com/tests/reactiontime> linket, nyomd meg a kék képernyőt és amikor pirosra nem vált, kövesd a képernyőn megjelenő utasításokat. Készíts kísérleti jegyzőkönyvet az alábbi lépések szerint:
 - ▶ Mérd meg a reakcióidődet. Végezz öt-öt mérést az alábbi két helyzetben:
 - A.** maximális koncentrációval;
 - B.** zavaró körülmények között (beszélgetés vagy hangos zene hallgatása közben);
 - ▶ Töltsd ki a lenti táblázatot feltételezve, hogy a tapadási súrlódási együttható értéke száraz úton $\mu = 0,8$;
 - ▶ Vonj le következtetést a városi és autópályás közlekedésről, és elemezd a figyelemelterelés hatását a megállási távolságra mindkét esetben.

Sebesség (km/h)	Sebesség (m/s)	Reakcióidő (s)	Reakció távolság (m)	Fékút (m)	Féktávolság (m)
50					
90					

Értékelési szempontok:

Minden projektet a következő szempontok alapján fogunk értékelni (1 pont jár hivatalból):

Szempont	Mutatók	Pontszám
Tudományos pontosság	A fogalmak (sebesség, tehetetlenség, reakcióidő) helyes használata	3p
A bemutató színvonala	Gondozott külalak, kreativitás, a videó szerkesztése, logikus érvelés	3p
Összegzés és következtetések	A kísérleti eredmények alapján biztonsági szabályokat tud meg fogalmazni.	3p

Csatold a portfóliódhoz a projektet és annak termékeit (kísérleti jegyzőkönyv, poszter, esszé), hogy követni tudd a fejezet során elért fejlődésedet.

Útmutatások és válaszok

Év eleji felmérő

Önértékelés:

I FELADAT					II FELADAT					III. A. FELADAT	III. B. FELADAT	III. C. FELADAT
0,3p	0,3p	0,3p	0,3p	0,3p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	2p	2p	1,5p
A	F	A	F	A	d)	b)	d)	c)	c)	6,6 N	990 000 J	200 000 N

1. Fejezet

1. a) 3; **b)** függ a kontextustól; **c)** 3. **2. a)** 1,6 mA; b) $(1,6 \pm 0,1)$ mA. **3. a)** 10^{-6} m; 10^4 m; 10^9 m; **b)** a D távolság 10^5 -szer nagyobb, mint a h ; **c)** 0,0000025 m. **4. a)** az 1,20 s érték egy durva hiba, eltávolítjuk; az egyéni eltérések: 0,02 s; 0,01 s; 0,01 s; 0,02 s; b) $t = (0,640 \pm 0,015)$ s.

Önértékelés:

I FELADAT				II FELADAT				III FELADAT				IV FELADAT			
1	2	3	4	A	B	C	D	a	b	c	d	a	b	c	d
0,25p	0,25p	0,25p	0,25p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	1p	1p	1p	1p
F	A	F	A	c	b	c	b	3 számjegy	0,01	nagyobb	kisebb	0,05 cm	1,14%	$(4,30 \pm 0,05)$ cm	*

*Igen, mivel a 4,32 cm-es érték benne van a fiatalember mérésének bizonytalansági intervallumában; $L \in [4,25; 4,35]$ cm.

2. Fejezet

1. a). **2. a)** A; b) F; c) A; **3. A.** a); B. c); C. a). **4.** 720 s. **5.** $2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. **6. a)** 10 m/s; b) 25 m.

Önértékelés:

1 FELADAT				2 FELADAT					3 FELADAT				4 FELADAT	5 FELADAT	
0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,75p	0,25p	0,5p	0,5p	1,5p	1,5p	1p
A	F	A	A	d)	c)	c)	d)	a)	vonatkoztatási pont, mérőléc, stopperóra	pálya	egyenesek, sebesség	sebesség, gyorsulás	$3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	5 s	62,5 m

3. Fejezet

I. F, A, F, F, A, F, F. **III. 1.** 20 m/s^2 . **2. a)** $T = 150 \text{ N}$; b) $T = \frac{1}{7} \frac{200}{\text{N}} \cong 171,4 \text{ N}$; c) $T = 150 \text{ N}$. **3.** $a_1 = 4 \text{ m/s}^2$; $a_2 = 2 \text{ m/s}^2$. **4.** $a_2 = 5 \text{ m/s}^2$. **5.** $a = 0,6 \text{ m/s}^2$. **6. a)** $T = 600 \text{ N}$; b) $T = 600 \text{ N}$; c) $T = 612 \text{ N}$; d) $T = 570 \text{ N}$. **7.** $F_f = 10 \text{ N}$. **8. a)** $F_f = 7,5 \text{ N}$; b) $N \cong 25,67 \text{ N}$. **9.** $F_2 = 40 \text{ N}$. **10.** $\Delta l = 1 \text{ cm}$. **11.** $F \approx 2,05 \cdot 10^{20} \text{ N}$.

Önértékelés:

I FELADAT				II FELADAT					III FELADAT	IV. A FELADAT	IV. B FELADAT	IV. C. FELADAT	IV. D. FELADAT
0,25p	0,25p	0,25p	0,25p	0,4p	0,4p	0,4p	0,4p	0,4p	2p	1p	3p	3p	3p
A	F	A	A	c)	b)	b)	c)	c)	a) egyenlők; ellentétes; b) súrlódás; c) alakváltozás; d) távolság	$a = 3 \text{ m/s}^2$	a) $R = 15 \text{ N}$; b) $a = 3 \text{ m/s}^2$; c) az eredő erővel, vagyis a mozgással azonos irányítású	a) $G = 30 \text{ N}$; b) $T = 30 \text{ N}$.	a) a testek tömegei és a köztük lévő távolságok; b) 4-szer csökken.

4. Fejezet

1. $L_1 = L_2 = 0 \text{ J}$. **2.** 50 000 J. **3. a)** 4 m; b) 0,1 m/s; c) 4 W. **4. a)** $3,6 \cdot 10^6 \text{ J}$; b) 18 000 m; c) 200 N. **5.** A. c); B. b); C. b). **6.** 240 000 J; 540 000 J; 300 000 J. **7.** 15 m. **8.** 54 J. **9.** 2 m; nu.

Autoevaluare:

1 FELADAT				2 FELADAT					3 FELADAT				4 FELADAT	5 FELADAT		
0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	0,5p	1p	1p	1p	1p
A	A	F	F	c)	b)	b)	c)	d)	skaláris, erő	negatív	hasznos, befektetett	mechanika	375 000	5 000 J	6 250 J	1 250 W

CRISTIAN PRESURĂ (coordonator)
DANIELA BERCHEZ · KÁROLY BOGDAN
GABRIELA DELIU · PETRONELA ANGELA IOJA
ANETA-AURELIA MIHALCSIK · DANIELA ȚEPEȘ

FIZICĂ

în limba maghiară pentru școlile/ secțiile cu predare
în limba maghiară, trunchi comun (TC),
filiera teoretică, profilul umanist, filiera vocațională,
toate specializările, filiera tehnologică, toate calificările –
clasa a IX-a

