

EXEMPLAR DE PREZENTARE

MINISTERUL EDUCAȚIEI ȘI CERCETĂRII

Fizică

Trunchi comun
și curriculum de
specialitate (TC+CS),
filiera teoretică, profilul
real, specializarea
matematică-informatică
și specializarea științe ale
naturii – clasa a IX-a

9

CRISTIAN PRESURĂ (coordonator)
DANIELA BERCHEZ · KÁROLY BOGDAN
GABRIELA DELIU · PETRONELA ANGELA IOJA
ANETA-AURELIA MIHALCSIK · DANIELA ȚEPEȘ

CORINT
LOGISTIC

Fizică

Trunchi comun
și curriculum de
specialitate (TC+CS),
filiera teoretică, profilul
real, specializarea
matematică-informatică
și specializarea științe ale
naturii – clasa a IX-a

9

CRISTIAN PRESURĂ (coordonator)
DANIELA BERCHEZ • KÁROLY BOGDAN
GABRIELA DELIU • PETRONELA ANGELA IOJA
ANETA-AURELIA MIHALCSIK • DANIELA ȚEPEȘ

Date despre autori:

CRISTIAN PRESURĂ (coordonator) – doctor în fizică (doctorat obținut la Universitatea Groningen, Olanda). A lucrat la Institutul de Fizică Atomică, apoi a devenit cercetător la compania Philips, Olanda. În prezent este lector la Universitatea Tehnică Delft, Olanda. Autor al multor lucrări publicate în reviste de specialitate, al unor cărți și brevete de invenție, coordonator al manualelor de fizică pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a și al culegerilor *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice* pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a. Are o activitate intensă de popularizare a științei în limba română, scriind articole pentru ziare, reviste și televiziune.

DANIELA BERCHEZ – prof. gr. I la Colegiul Național „Emanuil Gojdu” din Oradea, formator „Fizica Altfel”, coordonator județean al grupului de sprijin pentru profesori – în cadrul programului „Fizica Altfel”, membru al grupurilor de lucru pentru elaborarea *Programelor școlare* pentru disciplina Fizică – *clasa a IX-a* (2025); formator al Centrului de pregătire profesori Oradea – în cadrul programului *Samsung Ecosystem for Education Development* (SEED); coautor al unor lucrări dedicate profesorilor, al manualelor de fizică pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a și al culegerilor *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice* pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a, coautor al *Reperelor metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019-2020*.

KÁROLY BOGDAN – prof. gr. I la Liceul Teoretic „Ady Endre” din Oradea, distins cu gradația de merit „Gheorghe Lazăr” –clasa I, coordonatorul Centrului de Excelență – Fizică din Oradea și fost membru al Comisiei Naționale de elaborare a subiectelor pentru Olimpiada Națională de Fizică. Este inițiatorul și organizatorul principal al Concursului Regional de Fizică și Inventică „Irenaeus”, coautor al cărților dedicate acestui concurs, al manualelor de fizică pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a și al culegerilor *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice* pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a.

GABRIELA DELIU – doctor în *Fizica educațională*, prof. gr. I la Colegiul Național de Informatică „Gr. Moisil” din Brașov. Membru în grupul de lucru la *Programa școlară de gimnaziu – Fizică* (2017), membru al grupurilor de lucru pentru elaborarea *Programelor școlare* pentru disciplina Fizică – *clasa a IX-a* (2025); coautor *Ghid CRED pentru predarea Fizicii în gimnaziu* (2022), coautor *Repere metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019-2020*, coautor *Repere metodologice pentru aplicarea curriculumului la nivel liceal* (2021, 2022, 2023, 2024), coautor curs de formare (acreditat CNFPE) – *Învățarea centrată pe competențe de la proiectare la evaluare*, coautor al manualelor de fizică pentru clasele a VII-a și a VIII-a și al culegerii *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice* pentru clasa a VIII-a; colaborare cu Centrul de Evaluare și Analize Educaționale în proiecte de cercetare și inovare educațională. Profesor „MERITO” (2024).

PETRONELA ANGELA IOJA – prof. gr. I la Colegiul Național „Vasile Goldiș” din Arad. Profesor mentor, membru al Consiliului Consultativ al profesorilor de fizică și al Consiliului Consultativ al Directorilor, formator național, creator de resurse educaționale deschise (RED) și de materiale didactice digitale interactive; coautor al manualelor de fizică pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a și al culegerilor *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice* pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a, coautor al *Reperelor metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019-2020*. Activitatea sa este orientată spre dezvoltarea unor resurse educaționale moderne și inovatoare, care sprijină învățarea activă și utilizarea tehnologiilor digitale în predarea fizicii.

ANETA AURELIA MIHALCSIK – prof. gr. I la Liceul Teologic Baptist „Alexa Popovici” din Arad, coordonator județean al grupului de sprijin pentru profesori – în cadrul programului „Fizica Altfel”, membru fondator al Asociației „Comunitatea Fizica Altfel”, formator, metodist, membru în grupul de lucru la *Programa școlară de gimnaziu – Fizică* (2017), membru al grupurilor de lucru pentru elaborarea *Programelor școlare* pentru disciplina Fizică – *clasa a IX-a* (2025); coautor al manualului de științe ale naturii pentru clasa a IV-a, al manualelor de fizică pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a și al culegerilor *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice* pentru clasele a VI-a, a VII-a și a VIII-a, coautor al auxiliarului *Teste de antrenament pentru Evaluarea Națională MATEMATICĂ ȘI ȘTIINȚE* pentru clasa a VI-a, coautor al *Reperelor metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019-2020*; responsabil de Cerc Pedagogic.

DANIELA ȚEPEȘ – prof. gr. I la Liceul Teoretic „Ioan Cotovu” din Hârșova, jud. Constanța. Membru în grupul de lucru la *Programa școlară de gimnaziu – Fizică* (2017), membru al grupurilor de lucru pentru elaborarea *Programelor școlare* pentru disciplina Fizică – *clasa a IX-a* (2025), formator național în proiectele CRED și „Fizica Altfel”; coautor *Ghid CRED pentru predarea Fizicii în gimnaziu* (2022), coautor *Repere metodologice pentru consolidarea achizițiilor din anul școlar 2019-2020*, coautor *Repere metodologice pentru aplicarea curriculumului la nivel liceal* (2021, 2022, 2023, 2024), coautor curs de formare (acreditat CNFPE) – *Învățarea centrată pe competențe de la proiectare la evaluare*; coautor al manualelor de fizică pentru clasele a VII-a și a VIII-a și al culegerii *Călătorie prin lumea fizicii. Probleme. Activități practice* pentru clasa a VIII-a; colaborare cu Centrul de Evaluare și Analize Educaționale în proiecte de cercetare și inovare educațională. Profesor „MERITO” (2023).

Ghid de utilizare a manualului	4	Energia cinetică. Teorema de variație	
Competențe generale și competențe specifice	6	a energiei cinetice	118
Test inițial	7	Energia potențială gravitațională	120
1. NOȚIUNI INTRODUCTIVE		Energia potențială elastică	122
 ȘI METODE DE LUCRU ÎN FIZICĂ		Teorema variației energiei mecanice.	
Măsurări în fizică. Mărimi fizice și unități de măsură ..	10	Legea conservării energiei mecanice	124
Tipuri de erori. Incertitudinea măsurării	13	Impulsul punctului material. Teorema variației	
Propagarea incertitudinii în calcule.	17	impulsului punctului material. Legea conservării	
Metode de lucru în fizică. Investigația științifică.		impulsului punctului material	128
Experimentul	19	Impulsul unui sistem de puncte materiale.	
Hartă conceptuală	20	Teorema variației impulsului unui sistem de puncte	
2. ELEMENTE DE CINEMATICĂ		materiale. Legea conservării impulsului	
Descrierea mișcării corpurilor	22	unui sistem de puncte materiale	130
Viteza și accelerația	26	Ciocniri unidimensionale	133
Tipuri de mișcări	32	Investigații	136
• Mișcarea rectilinie uniformă	33	Probleme propuse. Test de evaluare	140
• Mișcarea rectilinie uniform variată	36	Hartă conceptuală	142
• Mișcarea circulară uniformă	42	5. ECHILIBRUL MECANIC	
Investigații	46	Momentul forței	144
Probleme propuse. Test de evaluare	51	Modelul solid rigid. Echilibrul de translație	
Hartă conceptuală	54	și echilibrul de rotație	147
3. PRINCIPIILE MECANICII NEWTONIENE		Centru de greutate. Echilibrul în câmp gravitațional ..	153
 ȘI APLICAREA ACESTORA		Probleme propuse. Test de evaluare	158
Principiile dinamicii newtoniene	56	Hartă conceptuală	160
• Principiul inerției	56	6. TEMĂ INTEGRATOARE	
• Principiul fundamental al mecanicii newtoniene ..	58	Elemente de siguranță rutieră	162
• Principiul acțiunilor reciproce	61	Raza de viraj, stabilitatea la viraj. Forța de frecare statică	
• Principiul independenței acțiunii forțelor	64	(aderența) și frecarea dinamică	167
• Principiul relativității, transformările Galilei	66	Măsurile de siguranță la impact	170
Interacțiuni prin contact	69	Proiect	172
• Forțe de apăsare, forțe de frecare	69	Test de evaluare	173
• Forța deformatoare. Legea lui Hooke. Forța elastică.		Hartă conceptuală	174
Tensiunea mecanică	74	7. ELEMENTE DE MECANICĂ CEREASCĂ*	
Dinamica mișcării circulare uniforme	82	Scurtă istorie a conceptelor despre Univers,	
Interacțiuni prin câmpuri: interacțiunea gravitațională ..	85	până la Johannes Kepler*	176
• Legea atracției gravitaționale	85	Legile lui Kepler*	177
• Câmpul gravitațional	87	Mișcarea planetelor și a sateliților*	184
Proiect	89	Probleme propuse. Test de evaluare	187
Investigații	90	8. NOȚIUNI DE MECANICA FLUIDELOR	
Probleme propuse. Test de evaluare	95	Noțiuni de statica fluidelor	190
Hărți conceptuale	99	• Presiunea	190
4. TEOREME DE VARIAȚIE ȘI LEGI DE CONSERVARE		• Presiunea hidrostatică	192
 ÎN MECANICĂ		• Presiunea atmosferică	195
Lucrul mecanic	102	• Legea lui Pascal	198
Lucrul mecanic efectuat de diferite forțe	106	• Legea lui Arhimede	201
• Lucrul mecanic efectuat de forța de greutate		Fluidul ideal. Curgerea laminară	206
în câmp gravitațional uniform	106	Debit. Ecuația de continuitate	207
• Lucrul mecanic efectuat de forța de frecare		Legea lui Bernoulli. Aplicații practice	210
la alunecare	108	Probleme propuse	218
• Lucrul mecanic efectuat de forța elastică	110	Investigații	221
Puterea mecanică	113	Test de evaluare	224
Randamentul	115	Hartă conceptuală	225
Energia mecanică	117	Probleme recapitulative	226
		Indicații și răspunsuri	231

GHID DE UTILIZARE A MANUALULUI

Fizică, clasa a IX-a

De la întrebări la explicații. De la experimente la concluzii.

Manualul cuprinde variantele tipărită și digitală



Simboluri folosite
în varianta digitală



Rezolvă



Privește



Vizionează

Cum să folosești manualul

Manualul este construit pentru a te ajuta să înveți pas cu pas, în ritmul tău. Structura lui clară te orientează în fiecare lecție și îți arată ce ai de observat, de înțeles, de aplicat și de verificat.

Investigațiile experimentale propuse în manual te ajută să descoperi fizica prin întrebări, măsurări și concluzii construite de tine. Chiar dacă în primele investigații gradul tău de autonomie este mai redus, deoarece urmezi pași bine stabiliți, pe măsură ce exersezi vei ajunge să iei decizii proprii despre ce modifici, ce măsoară, ce menții constant, cum organizezi datele și cum formulezi concluzia.

Pentru a-ți construi propriul parcurs de învățare, nu folosi manualul doar la clasă: utilizează-l și acasă, atunci când vrei să recapitulezi, să clarifici o idee sau să verifici ce ai înțeles.

Ce vei descoperi în acest manual

1. Noțiuni introductive și metode de lucru în fizică

Vei învăța cum se măsoară corect, cum se apreciază erorile și incertitudinea unei măsurări, ce este un experiment și care sunt etapele unei investigații științifice.

2. Elemente de cinematică

Vei învăța să folosești repere, poziții, intervale de timp, viteze și accelerații pentru a descrie și clasifica mișcarea corpurilor.

3. Principiile mecanicii newtoniene și aplicarea acestora

Vei învăța să identifici interacțiunile dintre corpuri, forțele care le descriu și efectele acestora asupra stării mecanice a corpurilor.

4. Energia mecanică

Vei învăța să explici transferul, transformarea și conservarea energiei folosind noțiunile de lucru mecanic, putere, randament, energie cinetică și energie potențială.

5. Echilibrul mecanic

Vei învăța să analizezi condițiile în care un corp sau un sistem de corpuri rămâne în echilibru și să explici stabilitatea unor structuri și mecanisme din viața reală.

6. Elemente de siguranță rutieră

Vei învăța să aplici noțiunile despre mișcare, interacțiuni, forțe și energie pentru a explica situații reale din traficul rutier și pentru a adopta comportamente responsabile.

7. Elemente de mecanică cerească

Vei învăța să folosești legile mecanicii pentru a explica mișcarea corpurilor cerești și interacțiunile gravitaționale care determină evoluția acestora.

8. Noțiuni de mecanica fluidelor

Vei învăța să descrii comportarea fluidelor în repaus și în mișcare, explicând fenomene precum presiunea, plutirea, curgerea și aplicațiile lor în natură și în tehnologie.

Harta parcursului tău de învățare

1. Observi și te întrebi

Pornești de la fenomene, situații reale și întrebări care pot fi explicate prin fizică.

2. Activezi ce știi

Îți amintești cunoștințele anterioare și le folosești pentru a înțelege mai ușor ideile noi.

3. Înțelegi conceptele

Construiești explicații folosind definiții, legi, principii, modele și relații fizice.

4. Investighezi

Observi, măsoară, identifici variabile, organizezi date și formulezi concluzii bazate pe dovezi.

5. Aplici prin probleme

Folosești scheme, tabele, grafice, relații fizice și raționamente pentru a rezolva situații concrete.

6. Îți verifici progresul

Rezolvi teste, te autoevaluezi și reflectezi asupra progresului tău în învățare, pentru a ști ce ai înțeles bine și ce mai trebuie exersat.

Chestionarul de autoevaluare de mai jos te va ajuta în acest proces. Completează-l la finalul fiecărei unități de învățare!

1. Cel mai mult mi-a plăcut	Pe parcursul orelor m-am simțit:
2. Cel mai puțin m-a interesat	
3. Am întâmpinat dificultăți în a înțelege	
4. Am nevoie de clarificări în legătură cu	







Rubricile pe scurt

...provocare o întrebare sau o situație reală care merită explicată;	...de amintit cunoștințele de care ai nevoie pentru lecția nouă;	...de reținut ideile, definițiile, legile și concluziile importante;
...studiu de caz o situație concretă analizată cu ajutorul fizicii;	...experiment observare, măsurări, date înregistrate și concluzii;	Investigație întrebare, ipoteză, proiectare, experiment sau documentare, comunicarea rezultatelor;
...problemă rezolvată un model de raționament și de calcul;	Probleme propuse aplicarea cunoștințelor dobândite în situații variate;	...verifică înțelegerea verificarea rapidă a progresului după lecție;
Test de (auto)evaluare ce ai înțeles și ce mai trebuie consolidat;	Portofoliu / Proiect aplicarea, documentarea și comunicarea celor învățate;	Curiozități legături între fizică, tehnologie și viața reală.

Vei învăța să...

investighezi fenomene fizice și să formulezi concluzii bazate pe dovezi;	explici fenomene fizice și aplicații ale acestora în contexte reale;	rezolvi probleme și situații-problemă folosind noțiuni, legi și raționamente fizice;	comunici date, raționamente și concluzii științifice, folosind limbajul fizicii;	evaluezi rolul științei și tehnologiei în viața cotidiană.
--	--	--	--	--

Fizica nu înseamnă doar formule. În acest manual vei învăța să privești lumea cu atenție, să pui întrebări bune și să cauți explicații bazate pe dovezi.

COMPETENȚE GENERALE ȘI COMPETENȚE SPECIFICE

1. Investighează științific structuri, stări și fenomene fizice pentru a formula concluzii bazate pe dovezi, în contexte variate.

1.1. Explorează proprietăți și fenomene fizice, în situații simple și controlabile, pentru a formula observații relevante și întrebări de investigat.

1.2. Proiectează investigații experimentale simple pentru a testa ipoteze cu privire la proprietăți și fenomene fizice.

1.3. Realizează experimente, utilizând instrumente și procedee corespunzătoare, pentru a colecta și organiza date experimentale.

1.4. Prelucreză dirijat date obținute din investigații experimentale simple pentru a formula concluzii pertinente.

2. Explică științific fenomene fizice și aplicații ale acestora pentru a transfera cunoașterea în contexte reale.

2.1. Evidențiază condiții de producere a fenomenelor observate pentru a identifica relații cauzale între mărimi fizice.

2.2. Aplică legi și principii fizice pentru a descrie fenomenele fizice studiate.

2.3. Utilizează reprezentări calitative/cantitative pentru a descrie fenomenele fizice studiate.

2.4. Identifică fenomene fizice studiate care sunt relevante pentru explicarea unor evenimente din contexte reale.

3. Rezolvă probleme și situații-problemă pentru a fundamenta soluții eficiente, sigure și sustenabile.

3.1. Identifică informațiile relevante dintr-o problemă definită pentru a descrie situația de rezolvat.

3.2. Utilizează scheme, tabele sau reprezentări grafice pentru a evidenția conexiunile dintre datele problemei.

3.3. Aplică principii, legi și teoreme ale fizicii pentru a rezolva probleme definite în contexte cunoscute.

3.4. Analizează rezultatele obținute în urma rezolvării problemelor pentru a le valida.

4. Comunică eficient informații, raționamente și concluzii științifice, utilizând limbajul specific fizicii, pentru a susține decizii argumentate

4.1. Utilizează limbajul specific fizicii și convențiile internaționale pentru a exprima corect informații și rezultate teoretice sau experimentale.

4.2. Reprezintă date experimentale prin tabele și grafice pentru a susține comunicarea clară a concluziilor.

4.3. Redactează rapoarte de laborator simple pentru a structura observațiile, metodele și concluziile investigațiilor.

4.4. Prezintă oral sau în scris raționamente pentru a susține soluții la probleme definite.

5. Evaluează impactul științei și tehnologiei asupra individului, societății și mediului pentru a adopta comportamente etice și responsabile

5.1. Identifică aplicații ale științei și tehnologiei utilizate în viața cotidiană pentru a recunoaște efectele acestora asupra individului, societății și mediului.

5.2. Recunoaște influența științei și tehnologiei asupra vieții sociale pentru a conștientiza responsabilitatea individuală și colectivă.



TEST ÎNȚIAL

1. (0,50 p) Un dulap înalt se răstoarnă ușor dacă este gol, dar devine mult mai stabil atunci când sunt puse obiecte grele în sertarele de jos. Care este explicația corectă?

- A.** Greutatea totală a dulapului scade atunci când este încărcat în partea de jos.
- B.** Centrul de greutate al dulapului coboară, ceea ce îl face mai stabil.
- C.** Obiectele din sertare împing dulapul în jos și îl lipesc de podea.
- D.** Dulapul devine mai stabil pentru că sertarele de jos sunt mai late decât cele de sus.

2. (0,50 p) O barcă transportă turiști pe un lac. La urcarea unui grup suplimentar de persoane, barca se scufundă puțin mai mult în apă, fără să se scufunde complet. Care explicație este corectă?

- A.** Greutatea sistemului barcă – pasageri crește, iar forța arhimedică crește până la realizarea unui nou echilibru.
- B.** Greutatea sistemului barcă – pasageri crește, dar forța arhimedică rămâne constantă.
- C.** Volumul de apă dezlocuit crește, dar greutatea sistemului barcă – pasageri rămâne aceeași.
- D.** Forța arhimedică devine mai mare decât greutatea sistemului barcă – pasageri.

3. (0,50 p) În cadrul unei activități din excursie, un elev trage o sanie încărcată cu echipament pe un drum acoperit cu zăpadă. Profesorul de fizică le cere elevilor să analizeze forțele care acționează asupra saniei, pentru a explica de ce aceasta se deplasează mai greu pe anumite porțiuni ale traseului. Care dintre următoarele reprezentări este cea mai potrivită pentru evidențierea relațiilor dintre forțele care acționează asupra saniei?

- A.** o fotografie a saniei în timpul deplasării;
- B.** o schemă cu reprezentarea vectorială a forțelor care acționează asupra saniei;
- C.** un tabel care conține masa saniei și distanța parcursă;
- D.** un grafic care arată variația vitezei saniei în timp.

4. (0,50 p) În urma unui accident rutier la viteză moderată, doi pasageri aflați pe locurile din față au suferit răni diferite. Investigația a arătat că unul purta centura de siguranță, iar celălalt nu. Specialiștii au concluzionat că sistemele de siguranță au avut un

rol important în reducerea gravității leziunilor. Care argument susține cel mai bine această concluzie?

- A.** Centura și airbagul contribuie la reducerea efectelor impactului asupra corpului și cresc șansele de protecție a pasagerilor.
- B.** Centura și airbagul demonstrează că autovehiculul este un model modern și performant.
- C.** Centura și airbagul permit ocupanților să călătorească în siguranță, indiferent de viteza autovehiculului.
- D.** Centura și airbagul sunt importante în principal, deoarece utilizarea lor este impusă de legislația rutieră.

5. (0,50 p) În cadrul unei competiții sportive, un elev trebuie să determine viteza medie a unui alergător pe baza datelor înregistrate. După efectuarea calculelor, obține valoarea: $v = 900 \text{ m/s}$. Elevul trebuie să decidă dacă rezultatul poate fi acceptat sau dacă este necesară verificarea calculelor. Care dintre argumentările de mai jos este cea mai bine fundamentată științific?

- A.** Rezultatul trebuie verificat deoarece o viteză de 900 m/s este mult mai mare decât vitezele pe care le pot atinge oamenii în mod obișnuit.
- B.** Rezultatul este corect deoarece a fost obținut folosind o formulă de fizică și un calcul matematic.
- C.** Rezultatul nu poate fi evaluat deoarece nu cunoaștem vârsta alergătorului.
- D.** Rezultatul este probabil corect deoarece valoarea vitezei depinde de condițiile concursului, iar acestea nu sunt precizate.

6. (0,50 p) Într-o zi ploioasă observi că bicicleta frânează mai greu decât pe carosabil uscat.

Formulează o întrebare care poate fi investigată experimental, pentru a explica această observație

7. (1 p) Un elev măsoară timpul de cădere a unei mingi de la 2 m înălțime, repetând experimentul de trei ori.

- A.** Scrie o observație relevantă despre datele obținute.
- B.** Calculează timpul mediu de cădere.
- C.** Formulează o concluzie simplă despre experiment.

Nr. det.	Timp (s)
1.	0,63
2.	0,60
3.	0,65

8. (1 p) Un elev investighează influența masei asupra adâncimii la care se scufundă o barcă-model.

Masa încărcăturii m (g)	0	100	200	300
Adâncimea h (cm)	2	3	4	5

- A.** Descrie tendința observată.
- B.** Reprezintă datele într-un grafic.
- C.** Formulează o concluzie.
- D.** Precizează dacă datele susțin ipoteza: „Creșterea masei determină afundarea mai accentuată a bărcii.”

9. (1 p) Într-o stație de benzină, un mecanic folosește o cheie lungă pentru a desface un șurub blocat.

- A.** Ce mărime fizică este mărită prin utilizarea unei chei mai lungi?
- B.** Ce principiu explică acest efect?
- C.** De ce este mai dificilă utilizarea unei chei scurte?
- D.** Dă un alt exemplu din viața cotidiană în care se utilizează același principiu.

10. (1 p) Într-o excursie montană, elevii traversează un lac cu o barcă, folosesc o telecabină pentru a urca pe munte și observă că apa din lac exercită o presiune mai mare asupra pereților barajului la bază decât la suprafață. Se cere:

- A.** Precizează principiul fizic care explică plutirea bărcii.
- B.** Explică modul în care se modifică presiunea apei odată cu creșterea adâncimii.
- C.** Explică transformările energetice care au loc în timpul urcării cu telecabina.
- D.** Menționează o reprezentare grafică pe care ai putea-o utiliza pentru a descrie mișcarea telecabinei.

11. (1 p) Într-un parc de aventură, un elev urcă pe o platformă folosind o scară, traversează un pod suspendat și apoi coboară pe o tiroliană. Se cere:

- A.** Identifică două forțe care acționează asupra elevului în timpul urcării.
- B.** Precizează în ce etapă energia potențială este maximă.
- C.** Descrie transformarea energetică ce are loc în timpul coborării pe tiroliană.
- D.** Explică de ce platforma trebuie să fie în echilibru pentru a fi sigură.
- E.** Precizează ce tip de echilibru este caracteristic unei mingi aflate într-un suport semisferic folosit în parc.

12. (1 p) O firmă de mutări folosește o rampă pentru a urca un seif într-o clădire.

Se cunosc următoarele: masa seifului: $2,0 \times 10^2$ kg; lungimea rampei: 4 m; înălțimea rampei: 1,5 m; $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- A.** Reprezintă schematic sistemul și identifică toate forțele care acționează asupra seifului.
- B.** Calculează energia potențială.
- C.** Un lucrător afirmă: „Pentru că rampa are 4 m, energia trebuie calculată folosind lungimea de 4 m.”. Ești de acord? Argumentează răspunsul tău. Un alt lucrător obține: $E_p = 3,0 \times 10^7 \text{ J}$.
- D.** Compară valoarea $E_p = 3,0 \times 10^7$ cu rezultatul obținut de tine și formulează o concluzie privind validitatea acesteia.

Se acordă 1 punct din oficiu.

Notă:

Terminologia referitoare la erorile și incertitudinile de măsurare în acest manual este conform VIM (JCGM 200:2012) – International Vocabulary of Metrology — Basic and general concepts and associated terms (ediția a 3-a), disponibil la <https://doi.org/10.59161/JCGM200-2012>, în conformitate cu programa școlară pentru disciplina Fizică

NOȚIUNI INTRODUCTIVE ȘI METODE DE LUCRU ÎN FIZICĂ

Știi că NASA a pierdut un satelit în valoare de 125 de milioane de dolari din cauza unei erori de conversie între unități de măsură? Acest incident arată cât de important este să folosim corect mărimile fizice, unitățile de măsură și calculele asociate lor.

În fizică, măsurarea este procesul prin care atribuim valori numerice mărimilor fizice, transformând observațiile în informații care pot fi comparate și analizate. Orice măsurare este însă însoțită de anumite limite, determinate de instrumentele folosite, de metoda aleasă și de condițiile de lucru. De aceea, în acest capitol vei învăța să deosebești erorile sistematice de cele aleatoare și să înțelegi rolul incertitudinii măsurării, pentru a putea aprecia cât de sigur și de credibil este un rezultat experimental.

Este ușor să lucrăm cu un număr atât de mare? Cum am putea scrie această valoare într-o formă mai simplă? În fizică se folosește **notația științifică**, o metodă de a scrie numerele foarte mari sau foarte mici într-un mod mai simplu și mai ușor de utilizat, exprimându-le ca produs între un număr (coeficient) și o putere a lui 10, de forma $a \cdot 10^n$. Astfel, masa Pământului se poate scrie:

$$m_p = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$$

Exemple: 0,00042 = $4,2 \cdot 10^{-4}$; virgula s-a mutat spre dreapta 4 pași

4 900 000 = $4,9 \cdot 10^6$; virgula s-a mutat spre stânga 6 pași

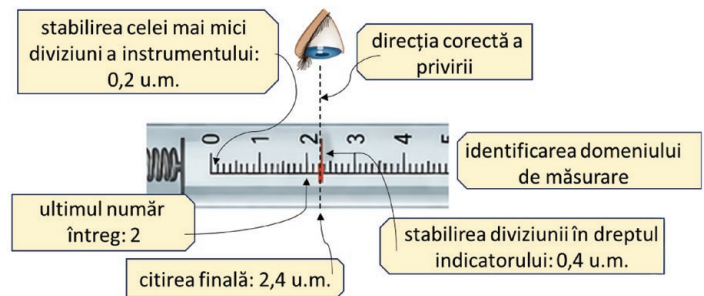
Pentru numere foarte mari sau foarte mici, valoarea exactă este uneori greu de reținut și de comparat. În astfel de situații, este util să știm doar puterea lui 10 cea mai apropiată de valoarea măsurată. Aceasta se numește **ordin de mărime**.

Regulă de stabilire a ordinului de mărime: Dacă numărul din fața coeficientului puterii este mai mare sau egal cu $\sqrt{10} = 3,16$, rotunjim în sus și creștem puterea lui 10 cu o unitate; dacă este mai mic, păstrăm puterea existentă.

Exemple: masa electronului $m \approx 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ($9 > 3,16$) are ordinul 10^{-30} kg , masa Pământului $m_p \approx 6 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ ($6 > 3,16$) are ordinul de mărime 10^{25} kg , iar masa telefonului mobil $m \approx 2 \cdot 10^{-1} \text{ kg}$ ($2 < 3,16$) este 10^{-1} kg . Prin urmare, Pământul are o masă mai mare decât a telefonului de 10^{26} de ori.

Majoritatea experimentelor presupun măsurarea unor mărimi fizice. **A măsura o mărime fizică** înseamnă a o compara cu unitatea ei de măsură pentru a afla de câte ori se cuprinde unitatea în mărimea respectivă.

Instrumentele analogice de măsură au scale cu diviziuni mari și mici, care indică valoarea și unitatea mărimii. **Citirea scalei** se face identificând ultimul număr întreg și diviziunea corespunzătoare (vezi figura alăturată, unde u.m. reprezintă unitatea de măsură). Valoarea finală include o cifră estimată, de regulă până la jumătate din cea mai mică diviziune.



...de reținut

Practica ne arată că nicio măsurătoare, oricât de atent a fost efectuată, nu va oferi valoarea exactă a mărimii fizice măsurate. Pe baza datelor obținute, putem stabili o valoare probabilă a mărimii măsurate și putem estima incertitudinea măsurării.

Pentru a evalua cât de apropiat este rezultatul unei măsurări de **valoarea de referință** (valoarea oferită de un etalon sau cea indicată de producător, deoarece aceasta este cea mai bună aproximare pentru *valoarea adevărată*), se folosesc mai multe tipuri de **erori de măsură**:

Eroarea absolută reprezintă abaterea rezultatului unei măsurări față de valoarea de referință a mărimii măsurate. Ea reprezintă diferența dintre valoarea măsurată și valoarea de referință a mărimii.

$$\Delta x = |x_m - x_r|$$

eroarea absolută valoarea măsurată valoarea de referință

Unitatea de măsură a erorii absolute este aceeași cu unitatea mărimii măsurate și a valorii de referință.

Eroarea relativă arată cât de mare este eroarea absolută în raport cu valoarea de referință.

$$\varepsilon = \frac{\Delta x}{x_r}$$

eroarea relativă eroarea absolută valoarea de referință

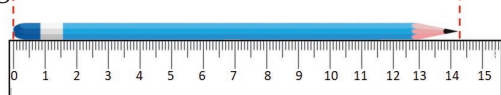
Eroarea relativă este adimensională (fără unitate de măsură).

Eroarea relativă procentuală este eroarea relativă exprimată în procente.

$$\varepsilon \% = \frac{\Delta x}{x_r} \cdot 100 \%$$

eroarea absolută
eroarea relativă procentuală
valoarea de referință

Exemplu: Pentru măsurarea lungimii creionului s-a ales metoda de comparare a lungimii lui cu o unitate de lungime de 1 cm.



Lungimea de referință a creionului:	$\ell_r = 14,30 \text{ cm}$
Lungimea măsurată:	$\ell_m = 14,20 \text{ cm}$
Eroarea absolută:	$\Delta \ell = 14,20 - 14,30 = 0,10 \text{ cm}$
Eroarea relativă:	$\varepsilon = \frac{0,10}{14,30} = 0,007$
Eroarea relativă procentuală:	$\varepsilon \% = 0,007 \cdot 100\% = 0,7\%$

Cum se interpretează calculul erorilor? Această valoare îți poate spune, de exemplu, că dacă ai măsurat o lungime de 1 metru, eroarea ta este de 7 milimetri. Pentru că $0,7\% < 1\%$, rezultă că eroarea este mică, iar măsurarea are o exactitate ridicată (adică valoarea măsurată este apropiată de valoarea de referință). Pentru a calcula eroarea, am folosit o valoare de referință, însă în situațiile cotidiene aceasta nu este mereu disponibilă.

Transformări de unități de măsură

Aceeași mărime fizică poate fi exprimată în unități diferite.

Dacă un elev măsoară lungimea creionului cu o riglă gradată în mm, atunci rezultatul măsurătorii lui este: $\ell = 143 \text{ mm}$. În SI, unitatea de măsură pentru lungime este metrul (m), deci transformăm: $143 \text{ mm} = 0,143 \text{ m}$. Pentru a lucra mai ușor, în calcule fizice rezultatul poate fi scris în **notație științifică**: $0,143 \text{ m} = 1,43 \cdot 10^{-1} \text{ m}$.

Vezi alături multipli și submultipli utilizați în notația științifică:

Este important ca scrierea rezultatului unei măsurări să păstreze informația despre precizia cu care a fost făcută măsurarea.

Simbol	Multiplu	Factor	Simbol	Submultiplu	Factor
Y	yotta	10^{24}	y	yokto	10^{-24}
Z	zetta	10^{21}	z	zepto	10^{-21}
E	exa	10^{18}	a	atto	10^{-18}
P	peta	10^{15}	f	femto	10^{-15}
T	tera	10^{12}	p	pico	10^{-12}
G	giga	10^9	n	nano	10^{-9}
M	mega	10^6	μ	micro	10^{-6}
k	kilo	10^3	m	milli	10^{-3}
h	hecto	10^2	c	centi	10^{-2}
da	deka	10^1	d	deci	10^{-1}

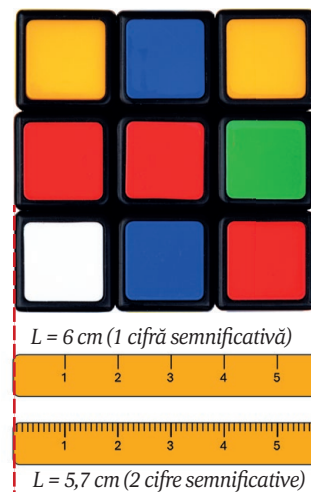
Cifrele semnificative reprezintă toate cifrele unui număr, începând cu prima cifră diferită de zero, care au rol real în indicarea preciziei.

Cifrele diferite de zero sunt întotdeauna cifre semnificative					Zerourile de la începutul numărului NU sunt semnificative				
247	3		5,83	3	0,0045	2		0,0302	3
Zerourile dintre cifre nenule sunt semnificative					Zerourile de la sfârșitul unui număr zecimal sunt semnificative				
205	3		3,04	3	2,50	3		0,120	3

Numărul de cifre semnificative depinde de instrumentele de măsură folosite. O riglă gradată în cm oferă mai puține cifre semnificative decât o riglă gradată în mm (vezi figura alăturată). În cazul exemplului cu creionul, $\ell = 14,3 \text{ cm}$, rezultatul are 3 cifre semnificative; ultima cifră (3) este estimarea dintre două diviziuni ale scalei. Mai multe cifre semnificative indică o măsurare realizată cu un instrument mai precis.

...verifică înțelegerea

- Un elev măsoară lungimea mesei ca fiind de 120 cm, iar valoarea de referință (din fabricație) este de 121 cm. Crezi că eroarea relativă este mare sau mică?
- Distanța Pământ – Lună este de $3,84 \cdot 10^8 \text{ m}$. Ce ordin de mărime are aceasta?
- Care dintre următoarele numere au 3 cifre semnificative?
a. 0,00456; b. 4 500; c. 45,6; d. 0,00034.
- Cum se scrie, folosind notația științifică:
a. 4 500 000; b. 0,00032?



Tipuri de erori. Incertitudinea măsurării

Eroarea de măsură poate fi determinată atunci când avem o valoare de referință sau o valoare reală cunoscută, în timp ce incertitudinea caracterizează măsurările obișnuite, în care valoarea de referință sau valoarea reală nu este cunoscută exact.

...provocare

Poți avea măsurători foarte precise, dar complet greșite?

Situația A (o singură măsurare):

Măsurăm un creion o singură dată cu o riglă gradată în mm. Obținem $\ell = 17,3$ cm. Putem fi siguri 100% de această valoare?

Situația B (măsurători repetate):

Cinci elevi măsoară același creion și obțin valori ușor diferite: 14,2; 14,3; 14,4; 14,3; 14,2 cm. Cine are dreptate?

...studiu de caz

Un elev cântărește aceeași sticlă de apă de **cinci ori**, cu același cântar digital, și obține:

nr. det.	1	2	3	4	5
m (g)	520	520	520	520	520

Colega lui de echipă cântărește aceeași sticlă pe un alt cântar, și obține:

nr. det.	1	2	3	4	5
m (g)	498	503	501	500	499

Se știe că masa reală a acestei sticle este de aproximativ 500 g.

Ne propunem să răspundem la următoarele întrebări: *Care dintre cele două seturi de măsurători este mai precis? Care dintre ele este mai aproape de valoarea reală? Măsurătorile foarte apropiate între ele garantează un rezultat corect?*

Constatăm că:

- primul cântar dă exact aceeași valoare de fiecare dată, adică măsurătorile sunt foarte **precise**, dar valoarea este departe de cea reală, adică rezultatul este **inexact**;
- la al doilea cântar valorile sunt ușor diferite între ele, dar nicio valoare nu e foarte mult diferită de celelalte.

Așadar, primul cântar este probabil necalibrat. Deși oferă rezultate foarte apropiate între ele (precise), toate valorile sunt deplasate cu aproximativ 20 g față de valoarea reală.

Exemplul prezentat mai sus evidențiază două concepte distincte (fundamentale în știință, metrologie, inginerie și statistică), deși în limbajul comun sunt uneori folosite ca sinonime.

- **Precizia** (fidelitatea) arată cât de apropiate sunt măsurătorile între ele.
- **Exactitatea** (acuratețea) arată cât de aproape este rezultatul de valoarea reală.

Un rezultat experimental bun presupune atât *precizie*, cât și *exactitate*.

Folosind exemplul unei ținte, *exactitatea* arată cât de aproape sunt loviturile de centrul ținte, iar *precizia* arată cât de apropiate sunt între ele; *erorile sistematice* deplasează toate rezultatele în aceeași direcție, iar *erorile aleatorii* le împrăștie în jurul valorii. Cele patru situații ale ținte arată că rezultatele pot fi precise și exacte (lovituri grupate în centru), precise dar inexacte (grupate, dar departe de centru), exacte dar neprecise (împrăștiate în jurul centrului) sau nici precise, nici exacte.



CU EXACTITATE ȘI
CU PRECIZIE



CU EXACTITATE ȘI
FĂRĂ PRECIZIE



CU PRECIZIE ȘI
FĂRĂ EXACTITATE



FĂRĂ EXACTITATE ȘI
FĂRĂ PRECIZIE

...de reținut

Situațiile din studiul de caz anterior apar frecvent în experimente și sunt influențate de diferite tipuri de erori:

Eroarea sistematică apare atunci când toate măsurătorile sunt deplasate în aceeași direcție față de valoarea de referință (toate sunt mai mari sau mai mici decât ar trebui).

Exemple: un cântar care indică mereu aproximativ 520 g, deși masa reală este de 500 g; un termometru care indică mereu cu 2° mai mult decât temperatura reală; o riglă care are începutul scalei ușor deplasat; un ceas care o ia înainte cu 5 min: nu greșește la întâmplare, ci are un „obicei” constant. Toate măsurătorile sunt precise, dar inexacte.



Eroarea aleatoare (accidentală) este abaterea întâmplătoare a rezultatului unei măsurători față de valoarea reală a mărimii măsurate.

Exemple: Micile diferențe între valorile maselor măsurate de eleva din exemplul anterior apar din cauza limitărilor instrumentului sau condițiilor experimentale. În cazul măsurării lungimii creionului, erorile aleatoare apar datorită poziționării diferite a creionului față de riglă, mișcări mici sau instabilitate.

Eroarea grosolană apare printr-o greșeală evidentă de citire, notare sau manipulare și produce o valoare mult diferită de celelalte rezultate.

Exemple: la măsurarea lungimii unui creion, valoarea 22,5 cm din tabel este atipică în raport cu celelalte.

nr. det.	1	2	3	4	5
$\ell(\text{cm})$	20,1	20,2	20,0	20,1	22,5

Tip de eroare	Caracteristică	Cauze posibile	Cum poate fi corectată sau redusă
Eroarea sistematică	toate măsurătorile sunt deplasate constant în aceeași direcție față de valoarea de referință	– instrumentul defect sau necalibrat; – citirea scalei dintr-un unghi nepotrivit; – metode de măsurare incorecte; – instrumentul de măsură indică o valoare diferită de zero, deși valoarea reală este zero – numită <i>eroare de zero</i>.	<i>Poate fi corectată:</i> – calibrarea instrumentelor; – corectarea metodei de măsurare; – verificarea cu un etalon.
Eroare aleatoare	valorile măsurate diferă ușor între ele și variază ușor în jurul valorii de referință	– limitările instrumentului; – fluctuații ale mediului: temperatură, lumină, vibrații; – reacția observatorului.	<i>Nu poate fi eliminată complet:</i> – repetarea măsurătorilor; – calculul valorii medii; – folosirea unor instrumente mai precise.
Eroare grosolană	o valoare este mult diferită de celelalte rezultate ale măsurării	– citirea greșită a scalei; notarea greșită a valorii; poziționarea incorectă a obiectului; – manipularea greșită a instrumentului.	<i>Eliminarea valorilor atipice din tabel.</i> – verificarea măsurătorilor; – repetarea experimentului.

Erorile sistematice influențează **exactitatea** (decalajul față de centru), în timp ce **erorile aleatorii** influențează **precizia** (împrăștierea loviturilor).

În orice măsurare există întotdeauna o oarecare eroare sau incertitudine. **Gradul de incertitudine** depinde atât de priceperea celui care măsoară, cât și de calitatea instrumentului de măsurare. În timp ce unele balanțe sunt capabile să măsoare mase doar cu o precizie de 0,1 g, alte balanțe foarte sensibile sunt capabile să măsoare cu o precizie de 0,001 g sau chiar mai bună.

Cum se interpretează calculul incertitudinii de măsurare?

Exemple:

► **Situația A (o singură măsurare x):**

Un elev măsoară lungimea unui creion folosind o riglă cu diviziuni din milimetru în milimetru, adică cu precizia de 1 mm.

Incetitudinea de măsurare (de citire, notată în general cu Δx sau u) este jumătate din cea mai mică diviziune. În acest caz, $\Delta \ell = 0,05$ cm (pentru instrumente analogice). Elevul a citit valoarea: $\ell = 17,3$ cm. Rezultatul măsurării se scrie întotdeauna cu același număr de zecimale ca și incertitudinea: $\ell = (17,30 \pm 0,05)$ cm.

Pentru instrumente digitale, incertitudinea de măsurare este considerată cea mai mică unitate pe care o are instrumentul (de exemplu, un cronometru care afișează sutimi de secundă (0,01 s) are o incertitudine de $\pm 0,01$ s).

Incetitudinea relativă, ε , arată cât de mare este incertitudinea de măsurare raportată la valoarea măsurată:

$$\varepsilon = \frac{\Delta \ell}{\ell} = \frac{0,05 \text{ cm}}{17,3 \text{ cm}} \approx 0,0029$$

Exprimată în procente, aceasta devine: $\varepsilon \% = 0,0029 \cdot 100 \% = 0,29 \%$.

Cu cât incertitudinea relativă este mai mică, cu atât măsurarea este mai precisă.

► **Situația B (măsurători repetate $x_1, x_2, x_3, \dots, x_n$):**

O echipă de elevi măsoară lungimea aceluiași creion. Ei înregistrează mai multe măsurători (repetă de cel puțin 5 ori măsurătoarea), iar datele sunt trecute într-un tabel ca cel alăturat:

Nr. det.	ℓ/cm	$\bar{\ell}/\text{cm}$	$ \Delta \ell /\text{cm}$	$\overline{\Delta \ell}/\text{cm}$	$\varepsilon\%$
1	14,2	14,28	0,08	0,064	0,45
2	14,3		0,02		
3	14,4		0,12		
4	14,3		0,02		
5	14,2		0,08		

Prelucrarea datelor se face ținând cont de:

Valoarea medie a mărimii fizice, notată cu $\bar{x}$, este media aritmetică a tuturor măsurătorilor efectuate. Este considerată cea mai probabilă valoare a mărimii măsurate (cea mai bună aproximare a realității pe care o putem obține din date).

Exemplu: $\bar{\ell} = \frac{\ell_1 + \ell_2 + \ell_3 + \ell_4 + \ell_5}{5} = 14,28 \text{ cm}$

Abateră individuală, notată cu $|\Delta x_i|$, reprezintă diferența, în modul, dintre o măsurătoare specifică și media tuturor măsurătorilor.

Exemplu: $|\Delta \ell_i| = |\ell_i - \bar{\ell}|$

Incetitudinea absolută a valorii medii, notată cu $\overline{\Delta x}$ sau u , este media abaterilor individuale (luate în modul) față de rezultatul mediu. Ea ne indică un interval de încredere în care, cu o probabilitate mare, se regăsește rezultatul corect al măsurării.

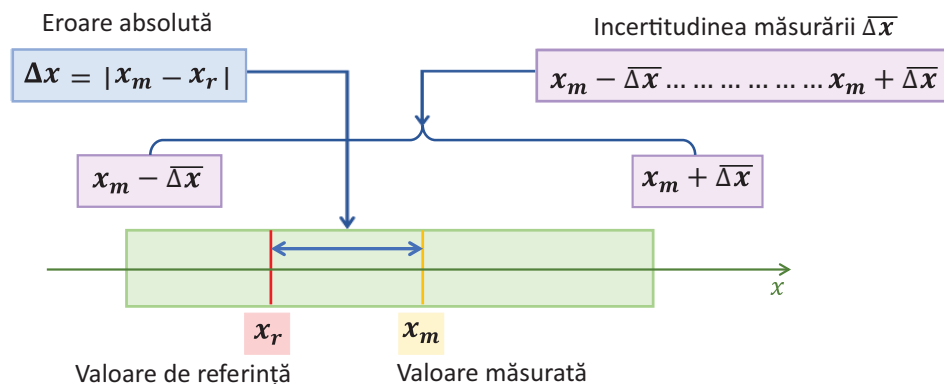
Exemplu: $|\overline{\Delta \ell}| = \frac{|\Delta \ell_1| + |\Delta \ell_2| + |\Delta \ell_3| + |\Delta \ell_4| + |\Delta \ell_5|}{5} = 0,064 \text{ cm}$, care se rotunjește la o singură cifră semnificativă, 0,06 cm.

Rezultatul măsurătorii se exprimă astfel: $x = (\bar{x} \pm \Delta\bar{x})$.

Exemplu: $\ell = (14,28 \pm 0,06)$ cm. Deoarece incertitudinea are două zecimale (0,06 cm) și valoarea medie (14,28 cm) va avea tot două zecimale. Așadar, lungimea reală se află, probabil, între: $14,22 \text{ cm} \leq \ell_r \leq 14,34 \text{ cm}$.

Incertitudinea de măsurare, notată cu $\Delta\bar{x}$ sau u , definește un interval în jurul valorii măsurate (de la $x_m - \Delta\bar{x}$ la $x_m + \Delta\bar{x}$) în care se așteaptă să se afle valoarea reală. Atunci când repetăm o măsurătoare de n ori în aceleași condiții, cu cât intervalul de incertitudine este mai mic, cu atât valorile obținute sunt mai grupate, ceea ce indică un experiment cu o precizie ridicată.

Diagrama următoare ilustrează conceptele de bază ale incertitudinii de măsurare și erorii, arătând relația dintre valoarea de referință, valoarea măsurată și intervalul de incertitudine.



Incertitudinea relativă, notată cu ϵ , reprezintă raportul dintre incertitudinea absolută și valoarea medie a măsurării.

Exemplu: $\epsilon = \frac{\Delta\bar{x}}{\bar{x}} = \frac{0,064 \text{ cm}}{14,28 \text{ cm}} \approx 0,00448$. Exprimată în procente, aceasta este $\epsilon \% = 0,00448 \cdot 100\% \approx 0,45\%$

O incertitudine relativă de 0,45% indică o măsurare precisă, eroarea reprezentând aproximativ 0,45% din lungimea creionului.

...verifică înțelegerea

- Un elev măsoară masa aceluiași obiect de mai multe ori și obține valorile: 202 g, 203 g, 201 g, 202 g, 202 g.
 - Ce tip de erori explică micile diferențe dintre măsurători?
 - De ce este util să repetăm măsurătorile?
- Un cântar indică 120 g atunci când pe el este pusă o masă etalon de 100 g.
 - Ce tip de eroare apare în acest caz?
 - Cum poate fi corectată această problemă?
- În cadrul unui experiment la ora de fizică, un grup de elevi măsoară lungimea unei mese. Rezultatul măsurătorii, care include și incertitudinea instrumentului de măsură, este exprimat sub forma: $L = (120,2 \pm 0,3)$ cm.
 - Ce reprezintă valoarea 0,3 cm?
 - Între ce valori limită este de așteptat să se afle lungimea măsurată a mesei?

Observarea sistematică a activității și comportamentului elevilor pe parcursul unității de învățare

Completează următorul chestionar:

1. Cel mai mult mi-a plăcut	Pe parcursul orelor m-am simțit:
2. Cel mai puțin m-a interesat	
3. Am întâmpinat dificultăți în a înțelege	
4. Am nevoie de clarificări în legătură cu	

Propagarea incertitudinii în calcule

Măsurătorile efectuate de fizicieni în marile laboratoare de cercetare sunt foarte rar măsurători directe, de cele mai multe ori fiind indirecte. Pentru a obține rezultatul final al experimentului, datele brute furnizate de instrumentele de măsură sau de senzori sunt prelucrate folosind diferite formule. Un exemplu elocvent în acest sens este Centrul European de Cercetare Nucleară (CERN), care folosește pentru prelucrarea datelor experimentale o rețea distribuită de calculatoare cu o putere de calcul de câțiva petafloi, adică 10^{15} operații pe secundă! De aceea, este important să știm cum se transmit incertitudinile măsurătorilor inițiale în rezultatul final calculat.

...provocare

Folosind aceleași instrumente de măsură, putem obține rezultate mai precise sau mai puțin precise în funcție de metoda aleasă? Influențează metoda de măsurare precizia?

Cu ce incertitudine putem determina aria unui pătrat cu latura de 1 m, dacă latura pătratului a fost determinată cu incertitudinea de 1 cm?

...studii de caz

1. Avem de realizat un gard viu cu lungimea de 20 m. Arbuștii trebuie plantați la distanțe egale de câte 50 cm, deci cumpărăm 41 de puieți, pentru a avea câte unul la fiecare capăt. Pentru marcarea locurilor de plantare avem la dispoziție o ruletă divizată în cm, cu lungimea totală de 25 m. Care dintre metodele următoare este mai precisă?



- A. Măsurăm prima distanță de 50 cm și facem un semn. De la acest semn măsurăm următorii 50 cm și mai facem un semn. Continuăm operația până la finalul distanței totale.
- B. Întindem ruleta pe toată lungimea de 20 m și facem semne la 0 m, 0,5 m, 1 m, 1,5 m, ..., 20 m.

Folosind prima metodă vom avea surpriza că ultimul interval nu va mai fi de 50 cm ci mult mai mic sau mai mare. Incertitudinile de câte 1 cm ale fiecărei măsurători s-au cumulat ducând la o incertitudine mult mai mare. În cazul metodei B rezultatul final este aproape perfect (incertitudinea totală este mai mică de 1 cm).

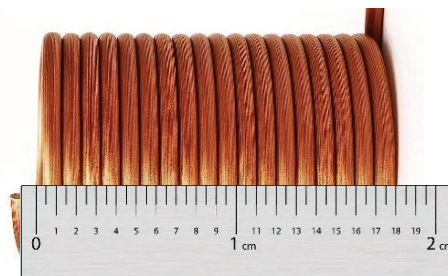
Concluzie: Incertitudinea unei măsurători depinde de metoda aleasă.

2. Pentru a măsura grosimea unei sârme, folosind un liniar cu diviziunea minimă de 1 mm, avem din nou două posibilități:

- A. Măsurăm grosimea sârmei punând liniarul lângă ea. Apreciem că grosimea este undeva între 0 și 1 mm. Incertitudinea poate ajunge la 100%.
- B. Înfășurăm sârma spiră lângă spiră pe o carcasă (sau un creion). Măsurăm lungimea totală acoperită de spire (de exemplu 18 mm) și numărăm câte spire am înfășurat (de exemplu 20). Efectuând operația de împărțire obținem că grosimea sârmei este de 0,9 mm. Rezultatul este mult mai precis. Prin operația matematică de împărțire cu 20, incertitudinea s-a redus și ea de 20 de ori.

Concluzie: Operațiile matematice influențează incertitudinea.

3. Să presupunem că măsurăm dimensiunile unui covor cu o ruletă divizată în centimetri și obținem $L_1 = 200$ cm și $L_2 = 100$ cm. Incertitudinea absolută a fiecărei măsurători este de 1 cm, ceea ce în procente reprezintă în primul caz 0,5%, iar în al doilea caz 1% din lungimea măsurată. Acestea sunt incertitudinile relative ε_1 și ε_2 . Prețul covorului se calculează însă în funcție de suprafața acestuia, în cazul nostru $S_0 = 2 \text{ m}^2 = 20\,000 \text{ cm}^2$. Oare cum se transferă incertitudinea de măsurare a lungimii în incertitudinea ariei?



Pentru a răspunde la întrebare, presupunem cazul cel mai nefavorabil, în care ambele lungimi au fost măsurate cu o eroare de 1 cm în plus. Noile dimensiuni vor fi $L'_1 = 199$ cm, respectiv $L'_2 = 99$ cm. Cu aceste valori, aria covorului devine $S = 19\,701$ cm². Incertitudinea absolută este $S - S_0 = -299$ cm², iar cea relativă $\varepsilon = \frac{|S - S_0|}{S_0} = 0,015 = 1,5\%$. Observăm că între incertitudinile relative avem relația: $\varepsilon = \varepsilon_1 + \varepsilon_2$.

Concluzie: Operațiile matematice efectuate în cazul măsurătorilor indirecte transferă incertitudinea de măsurare a mărimilor de intrare în incertitudinea mărimii calculate.

...de reținut

Incertitudinea unei măsurători depinde de metoda de măsurare aleasă: există metode mai precise și mai puțin precise.

Operațiile matematice efectuate asupra mărimilor măsurate influențează incertitudinea rezultatului.

Propagarea incertitudinilor reprezintă modul în care incertitudinile mărimilor măsurate se transmit și influențează incertitudinea rezultatului calculat din aceste mărimi.

Statistica matematică studiază, printre altele, și modul în care se propagă incertitudinile prin diferite formule. În tabelul de mai jos poți vedea câteva exemple simple, dar utile. Am notat cu x și y variabilele măsurate și cu V variabila calculată cu formula din prima coloană. $|\Delta x|$, $|\Delta y|$ și $|\Delta V|$ sunt incertitudinile absolute ale mărimilor corespunzătoare, iar ε_x , ε_y , și ε_V sunt incertitudinile relative corespunzătoare. Constantele a și b se consideră pozitive și cunoscute cu exactitate (fără incertitudine).

Formula	Incertitudinea rezultatului	
$V = a \cdot x$	$ \Delta V = a \cdot \Delta x $	Multiplicarea unei măsurători cu un număr multiplică și incertitudinea absolută a rezultatului (studiul de caz 1.A).
$V = x/a$	$ \Delta V = \Delta x /a$	Divizarea unei măsurători duce la divizarea (micșorarea) incertitudinii absolute cu același număr (studiul de caz 2.B).
$V = x + y$	$ \Delta V = \Delta x + \Delta y $	Adunând sau scăzând două mărimi măsurate, incertitudinea absolută a rezultatului este suma incertitudinilor absolute ale celor două mărimi.
$V = x - y$		
$V = x \cdot y$	$\varepsilon_v = \varepsilon_x + \varepsilon_y$	Înmulțind sau împărțind două mărimi fizice măsurate, incertitudinea relativă a rezultatului este suma incertitudinilor relative ale celor două măsurători (studiul de caz 3).
$V = x/y$		
$V = a \cdot x \pm b \cdot y$	$ \Delta V = a \cdot \Delta x + b \cdot \Delta y $	Fiecare formulă de calcul are propriul său mod de a propaga incertitudinea valorilor de intrare măsurate, spre o valoare de ieșire calculată.
$V = x^a \cdot y^b$	$\varepsilon_v = a \cdot \varepsilon_x + b \cdot \varepsilon_y$	
$V = x^a/y^b$		

...verifică înțelegerea

- Un croitor măsoară cu ajutorul metrului croitorului (divizat în centimetri) trei panglici având lungimile: $L_1 = 100$ cm, $L_2 = 50$ cm și $L_3 = 70$ cm. Așezând panglicile una după alta, a măsurat lungimea totală a acestora și a obținut $L = 222$ cm. Se încadrează acest rezultat în limitele teoriei propagării incertitudinilor?
- Lungimea unui fir neelasic, măsurată cu o ruletă divizată în centimetri, este $L = 5$ m. Îndoim firul în două și îl tăiem exact la mijloc. Cu ce incertitudine absolută și relativă putem ști ce lungime are o jumătate de fir?
- Perioada de oscilație a unui pendul se poate măsura cu două metode. În cadrul metodei A măsurăm durata unei perioade cu ajutorul unui cronometru manual cu precizia de 0,1 s, iar în cadrul metodei B măsurăm intervalul de timp în care au loc 20 de oscilații ale pendulului cu ajutorul unui ceas de mână (care poate indica doar secunde) și împărțim rezultatul la 20. Care metodă este mai precisă?
- Cu ce incertitudine relativă și absolută putem cunoaște aria unei suprafețe circulare cu diametrul de 100 m, dacă diametrul a fost măsurat cu o incertitudine de 1 m? Neglijăm incertitudinea introdusă de valoarea inexactă a numărului π .
- Etalonarea unui termoscop în scara Celsius presupune la un moment dat împărțirea unui segment de pe scala acestuia în 100 de intervale egale. Tu cum ai proceda astfel încât incertitudinile să nu se cumuleze?

METODE DE LUCRU ÎN FIZICĂ – INVESTIGAȚIA ȘTIINȚIFICĂ. EXPERIMENTUL

Înțelegem lumea prin observare, experimente și raționament

Ce este investigația științifică?

O **investigație științifică** începe, de obicei, cu observarea unui fenomen și cu o întrebare simplă: *De ce se întâmplă asta? În ce condiții apare acest fenomen?* Când găsim un răspuns și îl putem argumenta folosind **dovezi științifice**, nu simple **impresii**, investigația se încheie. Între întrebare și răspuns este însă un proces complex, în care căutăm dovezi, testăm idei și încercăm să înțelegem mecanismele din spatele fenomenelor.

Pașii unei investigații:

- ✓ **Observarea** unui fenomen
- ✓ **Formularea întrebării de investigat** (în legătură directă cu fenomenul observat)
- ✓ **Formularea unei ipoteze de lucru** (un posibil răspuns la întrebarea de investigat)
- ✓ **Proiectarea experimentului** (descrierea materialelor necesare, a variabilelor și a modului de lucru)
- ✓ **Experimentul** (înregistrarea și organizarea datelor)
- ✓ **Prelucrarea datelor experimentale și formularea concluziilor**



Ce este experimentul?

Un **experiment** este o activitate practică prin care studiem un fenomen în mod organizat și controlat, pentru a înțelege cum și de ce se produce acesta. În context investigativ, experimentul reprezintă etapa centrală a investigației, în care sunt colectate datele necesare verificării ipotezei. În cadrul experimentului, facem observații și măsurători ale unor mărimi fizice, pentru a aduce dovezi în sprijinul ipotezelor formulate.

Variabilele într-un experiment

Pentru ca rezultatele unui experiment să fie corecte și interpretabile, trebuie să stabilim clar ce modificăm, ce măsurăm și ce menținem constant. Aceste elemente se numesc **variabile**.

În orice experiment lucrăm cu trei tipuri de variabile:

VARIABILA INDEPENDENTĂ (CAUZA)	VARIABILA DEPENDENTĂ (EFECTUL)	VARIABLELE CONTROLATE (REGULILE JOCULUI)
Mărimea fizică pe care o modificăm intenționat pentru a observa ce efect produce. Exemple: lungimea traseului parcurs de mobil, forța aplicată unui resort, masa corpului	Mărimea fizică pe care o măsurăm și care se modifică atunci când variabila independentă se schimbă. Exemple: timpul de mișcare, alungirea resortului, viteza corpului	Mărimile fizice pe care le menținem constante, pentru ca rezultatele să fie comparabile. Exemple: tipul suprafeței pe care are loc mișcarea, corpul utilizat, direcția de mișcare

Atenție! Dacă nu identificăm corect tipurile de variabile, nu vom ști care este cauza modificării observate.

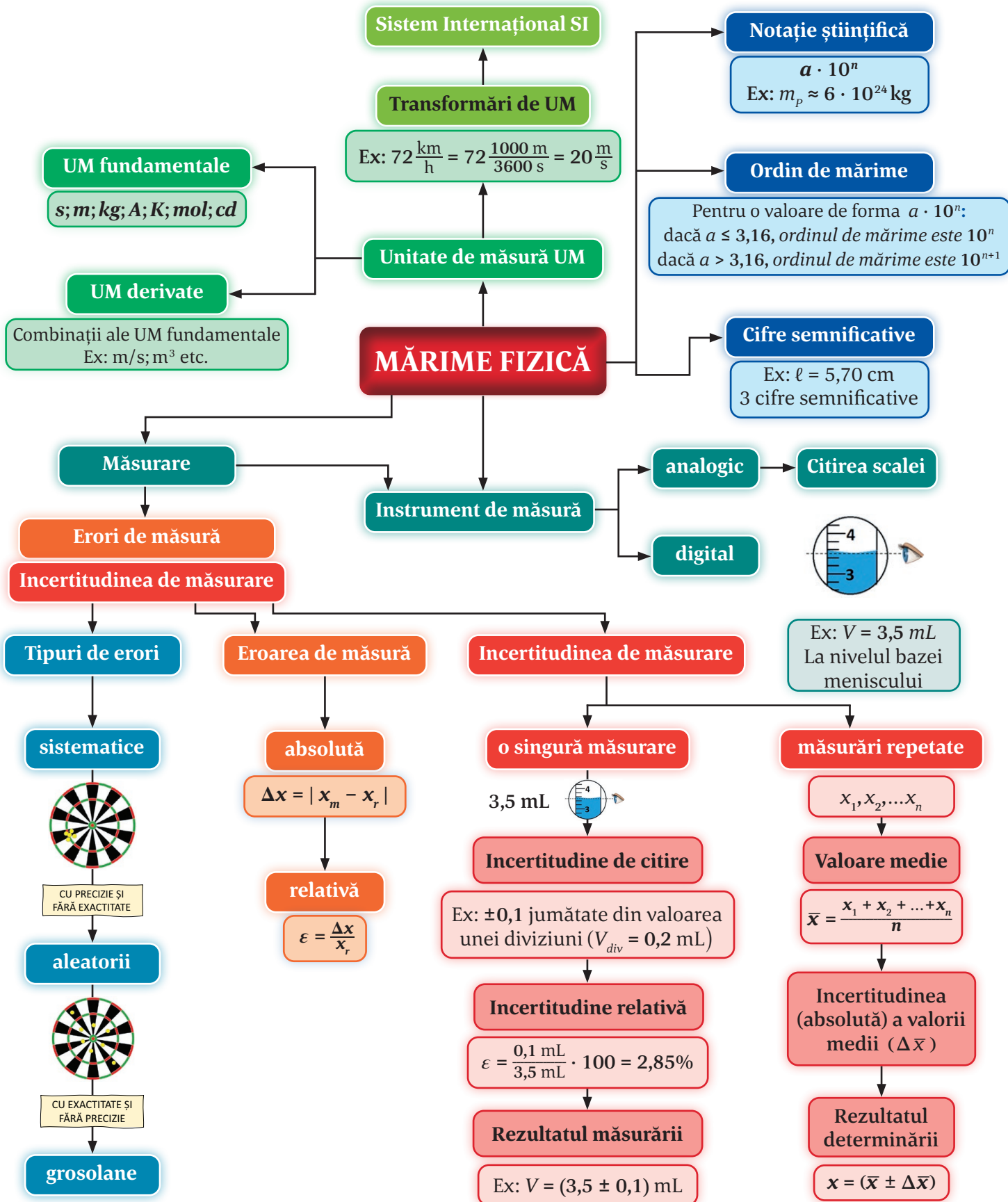
Tipuri de date

Informațiile culese pe durata desfășurării experimentului pot fi: **date calitative** – descrieri ale observațiilor (*exemplu:* „obiectul se mișcă mai repede”) și **date cantitative** – valori numerice obținute prin măsurare (*exemplu:* 2,4 s; 0,8 m; 5 N).

Ce facem cu datele?

Datele obținute într-un experiment trebuie organizate și analizate. De obicei, ele sunt organizate în tabele sau reprezentate grafic, pentru a putea fi ușor comparate între ele. Analiza datelor ne ajută să identificăm relații între mărimi fizice și să verificăm dacă ipoteza formulată inițial este corectă. Pe baza acestei analize formulăm **concluzia investigației**.

HARTĂ CONCEPTUALĂ



ELEMENTE DE CINEMATICĂ



2

Universul în care trăim este într-o continuă mișcare, de la mișcarea Pământului în jurul Soarelui, până la zborul unei păsări sau mișcarea unei mingi de fotbal în timpul unui meci. Cinematica este acea parte a mecanicii care studiază mișcarea corpurilor, fără a ține seama de cauzele care o produc. Ea ne oferă limbajul matematic necesar pentru a răspunde la întrebări esențiale: *Unde se află un corp? Când se află acolo? Cât de repede se mișcă?* Acest capitol ne ajută să descriem mișcarea cu ajutorul unor mărimi fizice și relații simple.

Descrierea mișcării corpurilor

...provocare

Ești în gară, în tren. Trenul pornește încet. Te uiți pe geam la o persoană de pe peron. Tu te miști sau ea se mișcă?

...de amintit

Pentru a răspunde la această întrebare, trebuie să precizăm în raport cu ce descriem mișcarea.

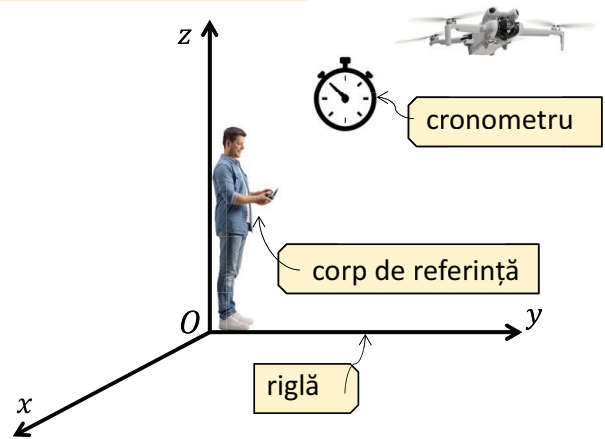
În fizică, termenul *relativ* se referă la faptul că mărimile fizice sunt definite în raport cu alte corpuri. În multe situații, acest lucru poate fi exprimat simplificat prin „față de”, dar sensul complet este mai larg.

Mișcarea mecanică reprezintă schimbarea poziției unui corp față de alte corpuri.

Același corp poate fi în mișcare față de unele corpuri și în repaus față de altele. De aceea spunem că *mișcarea și repausul sunt relative*.

Exemplu: Să analizăm starea mecanică a unei drone înainte de a fi pusă în funcțiune. Față de mâna care o ține și față de Pământ, drona se află în repaus. Față de Soare, însă, drona se află în mișcare.

Pentru a descrie mișcarea unui corp, trebuie să alegem mai întâi un **reper**, adică un **corp de referință** față de care îi urmărim poziția. Pentru a stabili poziția corpului în spațiu și evoluția ei în timp, folosim un sistem de coordonate și un ceas/cronometru.



Sistemul de referință, notat prescurtat cu SR, este ansamblul format din corpul de referință (reper), riglă (reprezentată de o axă sau sistem de coordonate) și cronometru (sau ceasornic).



Pentru simplificare, *corpul de referință* se ilustrează grafic prin punctul care reprezintă *originea O* a sistemului de coordonate $Oxyz$ (vezi figura de mai sus).

Exemplu: Privește avioanele din imaginea alăturată: cel care a decolat și cele din aeroport. În ce situație unul dintre avioane poate fi tratat ca punct material?

Uneori, analiza mișcării unui corp mare poate fi o provocare. Pentru a simplifica lucrurile, corpul studiat poate fi modelat ca **punct material**, iar când se mișcă îl numim **mobil**. Acest lucru este valabil atunci când dimensiunile lui sunt neglijabile în comparație cu

distanțele până la corpurile mediului înconjurător.

Exemple: Un tren care parcurge 150 km poate fi aproximat ca punct material, deoarece dimensiunile lui sunt foarte mici în comparație cu distanța parcursă; pentru o dronă care survolează o zonă din oraș, dimensiunea ei devine irelevantă pentru analiza mișcării ei.

De acum înainte vom descrie mișcarea mobilului.

Numim **punct material** un corp ale cărui dimensiuni pot fi neglijate în descrierea mișcării.

Un punct material în mișcare se numește **mobil**.

...de reținut

► Coordonate. Vector de poziție

Pentru a determina poziția mobilului față de SR se alege un sistem de coordonate. Dacă urmărim *pozițiile succesive* ale mobilului în SR, obținem *traectoria*.

Exemplu: În figura următoare, poziția mobilului pe traiectorie este determinată de coordonatele sale x_1 și x_2 , corespunzătoare unor momente de timp diferite.



Traectoria reprezintă linia care unește punctele ce corespund pozițiilor succesive ale mobilului în mișcarea sa.

Traectoria poate fi **rectilinie**, dacă mobilul se deplasează pe o linie dreaptă, sau **curbilinie**, dacă se deplasează pe o linie curbă.



Exemple: În imaginile alăturate, dintr-un parc de distracții, gondola turnului de cădere liberă are o mișcare rectilinie, trenulețul din roller-coaster are o mișcare curbilinie, iar gondola roții Ferris are o mișcare circulară. Forma traiectoriei depinde de sistemul de referință ales.

Poziția mobilului față de sistemul de referință poate fi precizată în două moduri: prin **coordonațe** sau prin **vectorul de poziție**. În ambele cazuri descriem aceeași poziție, dar folosim reprezentări diferite.

✓ În **mișcarea rectilinie**, poziția mobilului din figura alăturată poate fi indicată:

- prin **coordonața** x , care arată locul ocupat de mobil pe axa Ox la un moment dat (poate avea valori pozitive sau negative);

sau

- prin **vectorul de poziție**, notat cu $\vec{r}$, orientat de la origine spre poziția mobilului.

Pentru **vectorul de poziție**, $\vec{r}$:

- *punctul de aplicație* este O , originea axei Ox ;
- *direcția* este aceeași cu direcția axei Ox ;
- *sensul* este spre punctul în care se află mobilul;
- *modulul* $|\vec{r}| = OP$, se măsoară în metri.

✓ În **mișcarea plană**, poziția dronei din figura alăturată este dată de:

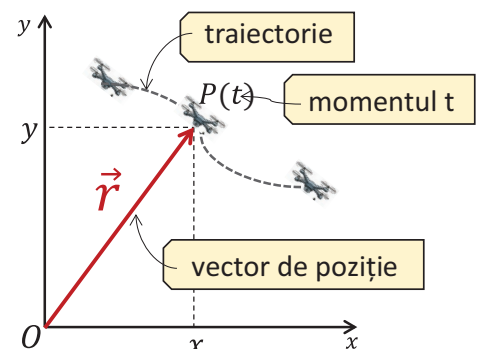
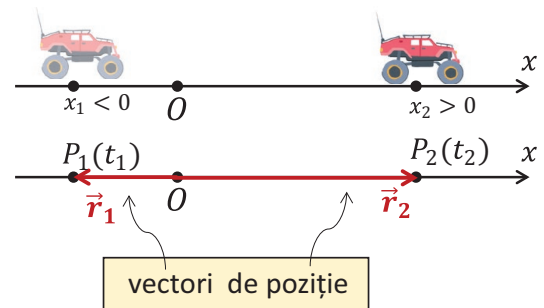
- **coordonațele** x și y (pot avea valori pozitive sau negative)

sau prin

- **vectorul de poziție**, notat cu $\vec{r}$.

Proiecțiile vectorului de poziție pe axe reprezintă coordonatele x și y (vezi figura). Se poate scrie, pentru poziția dronei la momentul t :

$$r = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (1)$$



► Deplasare. Vector deplasare

Între două momente, un mobil își poate schimba poziția. Această schimbare de poziție se numește deplasare.

Distanța parcursă arată cât drum a străbătut mobilul, adică lungimea traseului urmat.

Deplasarea compară poziția finală cu poziția inițială și arată cu cât s-a schimbat poziția mobilului.

Exemplu: Dacă un elev pornește dintr-un punct, merge până la capătul culoarului și apoi se întoarce la locul de plecare, distanța parcursă este lungimea întregului drum făcut, dar deplasarea este zero, deoarece poziția finală coincide cu poziția inițială.

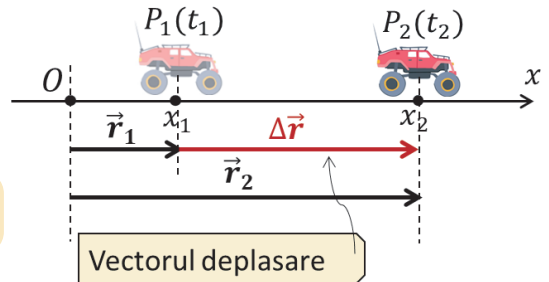
Atenție! Distanța parcursă și deplasarea nu exprimă același lucru: prima se referă la drumul efectiv parcurs, iar a doua la schimbarea poziției.

Deplasarea, notată cu Δx , reprezintă variația coordonatei mobilului între două momente succesive, t_1 și t_2 .

$$\Delta x = x_2 - x_1 \quad (2)$$

deplasarea mobilului (m)
coordonata mobilului la momentul t_2 (m)
coordonata mobilului la momentul t_1 (m)

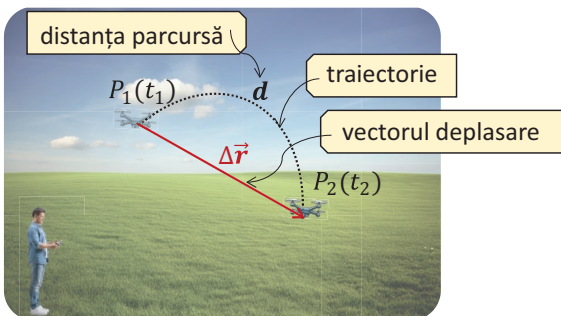
În figura alăturată, mașina jucărie se mișcă rectiliniu, schimbându-și poziția din x_1 în x_2 , în intervalul de timp Δt (deplasare pozitivă, $\Delta x > 0$). Cele două poziții sunt reprezentate de vectorii de poziție $\vec{r}_1$ și $\vec{r}_2$.



Vectorul deplasare, notat cu $\Delta \vec{r}$, este diferența dintre vectorul de poziție final și vectorul de poziție inițial.

$$\Delta \vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad (3)$$

vector deplasare (m)
vector de poziție a mobilului la momentul t_2 (m)
vector de poziție a mobilului la momentul t_1 (m)

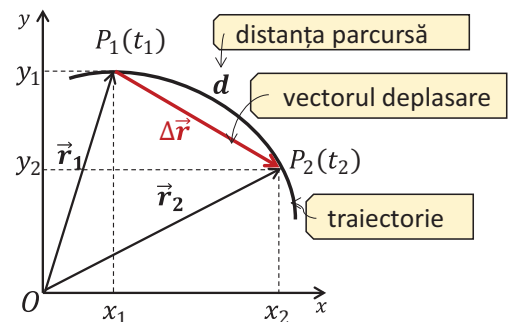


Fie P_1 și P_2 pozițiile dronei la momentele t_1 și t_2 (vezi figura alăturată). Se poate observa că:

- traiectoria dronei între aceste două poziții arată forma drumului;
- distanța parcursă, d , măsoară lungimea acelui drum (arcul de cerc P_1P_2);
- deplasarea compară doar poziția finală cu poziția inițială.

Elementele **vectorului deplasare** (vezi figura alăturată) sunt:

- **punctul de aplicație** (în vârful vectorului $\vec{r}_1$);
- **direcția** (pe dreapta care unește vârfurile vectorilor $\vec{r}_2$ și $\vec{r}_1$);
- **sensul** (de la vârful vectorului $\vec{r}_1$ – la momentul inițial, la vârful vectorului $\vec{r}_2$ – la momentul final);
- **modulul** $|\Delta \vec{r}| = P_1P_2$.

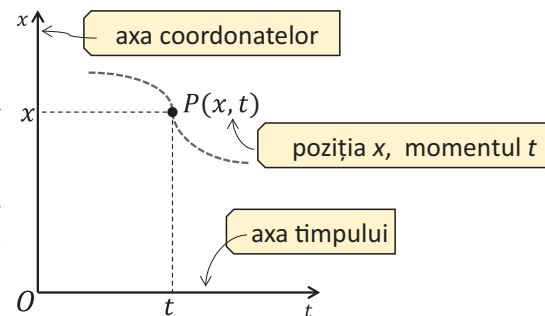


Legea mișcării

Descrierea completă a mișcării cere să știm poziția mobilului la orice moment; de aceea scriem coordonata ca funcție de timp:

$$x = f(t) \quad (4)$$

Expresia (4) se numește **legea mișcării** mobilului. Ea se reprezintă grafic într-o diagramă coordonată-timp, ca în figura alăturată.



...problemă rezolvată

1. La un meci de hochei din cadrul Jocurilor Olimpice, un jucător pasează pucul 15 m înainte, spre poarta adversă, iar apoi un alt jucător la 20 m, la un unghi de 90° spre dreapta față de direcția inițială. Se cere:

- reprezentarea vectorilor deplasare;
- modulul vectorului deplasare rezultant;
- distanța totală parcursă;
- forma traiectoriei.

Rezolvare:

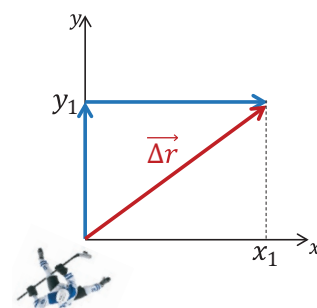
$$\begin{aligned} y_1 &= 15 \text{ m} \\ x_1 &= 20 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} r &= ? \\ d &= ? \end{aligned}$$

- Modulul vectorului deplasare este: $|\Delta \vec{r}| = \Delta r$

$$\Delta r = \sqrt{x_1^2 + y_1^2} = \sqrt{20^2 \text{ m}^2 + 15^2 \text{ m}^2} = 25 \text{ m}$$

- Distanța totală parcursă este diferită de modulul vectorului deplasare: $d = x_1 + y_1 = 35 \text{ m}$
- Forma traiectoriei este o linie frântă după direcțiile vectorilor reprezentați cu albastru (vezi figura alăturată)



...verifică înțelegerea

1. Grand Jeté este un salt mare și spectaculos în balet, unde dansatorul sare de pe un picior pe altul, menținând ambele picioare întinse în aer în punctul maxim al săriturii. Care este forma traiectoriei descrise de punctul C (fig.1) față de un spectator?



Fig.1. Săritura Grand Jeté

O piruetă este o rotire rapidă, efectuată pe loc, de obicei pe vârful unui singur picior sau în poante. Care este forma traiectoriei descrise de punctul B (fig.2) față de spectatori? Dar față de scena de sub picioarele balerinei?



Fig.2. Piruetă

- La un antrenament, doi atleți aleargă pe un stadion. Atletul A aleargă un tur complet și se oprește în punctul de plecare, iar atletul B aleargă în linie dreaptă de la punctul de start până în partea opusă a stadionului.
 - Compară distanța parcursă de cei doi atleți.
 - Compară deplasarea celor doi atleți.
 - Care atlet are deplasarea mai mare?
 - Poate un atlet să aibă distanță mai mare și deplasare zero? Justifică răspunsul tău.
- Răspunde prin *adevărat* sau *fals*:
 - Un avion care zboară de la Budapesta la Roma poate fi considerat un punct material a cărui poziție la un moment dat este dată de coordonatele sale geografice.
 - Un automobil care face manevre într-o parcare este asimilabil cu un punct material.
 - Un vapor care străbate Marea Egee poate fi considerat un punct material a cărui poziție la un moment dat este dată de coordonatele geografice.
- Pentru transmiterea programelor TV în Europa se folosesc sateliți geostaționari, precum Eutelsat Hot Bird 13F. Acest satelit este plasat pe orbită geostaționară, la aproximativ 36 000 km deasupra Ecuatorului, astfel încât să rămână permanent deasupra aceleiași regiuni de pe Pământ. Acest satelit este în mișcare față de Pământ? Dar față de Lună?

Viteza și accelerația



...provocare

Mergi spre școală și ești în întârziere. Aplicația Google Maps îți arată că vei ajunge în 10 minute. La început ai mers încet, dar acum alergi. *Timpul estimat rămâne același sau se modifică? Dacă viteza ta se modifică, cum ai putea descrie această schimbare?*

Viteza. Vectorul viteză

...situație problemă

Un curier care livrează mâncare la domiciliu pleacă dintr-un punct A pentru a duce o comandă. El se deplasează astfel: merge pe o distanță de 100 m spre Est în 20 s, apoi schimbă direcția și merge 100 m spre Nord în 10 s.

Ce viteză are curierul pe fiecare porțiune de drum? Care este viteza medie de-a lungul întregului traseu? Dacă vrei să descrii mișcarea curierului până la final, este suficient să precizezi doar cât drum a parcurs, sau trebuie să ții cont și de direcția deplasării?

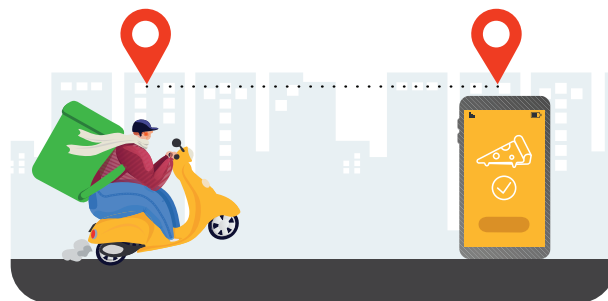
- Pe fiecare porțiune în parte, viteza curierului a fost:

$$\triangleright v_1 = \frac{d_1}{t_1} = \frac{100 \text{ m}}{20 \text{ s}} = 5 \text{ m/s}$$

$$\triangleright v_2 = \frac{d_2}{t_2} = \frac{100 \text{ m}}{10 \text{ s}} = 10 \text{ m/s}$$

- Viteza pe întreg traseul este:

$$\triangleright v_m = \frac{d_1 + d_2}{t_1 + t_2} = \frac{200 \text{ m}}{30 \text{ s}} = 6,67 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$



În cazul schimbării direcției de mișcare, nu este suficientă valoarea vitezei. Este necesar să se precizeze și direcția, ceea ce conduce la definirea vitezei ca mărime vectorială.

...de reținut

Viteza medie scalară (v_m) arată cât drum parcurge un mobil într-un anumit interval de timp. Ea se calculează împărțind distanța totală parcursă la intervalul de timp corespunzător.

$$v_m = \frac{d}{\Delta t}$$

distanța totală parcursă (m)

viteza medie scalară (m/s)

interval de timp (s)

Viteza medie vectorială ($\vec{v}_m$) arată cum se schimbă poziția mobilului într-un anumit interval de timp. Ea se calculează împărțind deplasarea la durata mișcării.

$$\vec{v}_m = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$$

vector deplasare (m)

viteza medie vectorială (m/s)

durata mișcării (s)

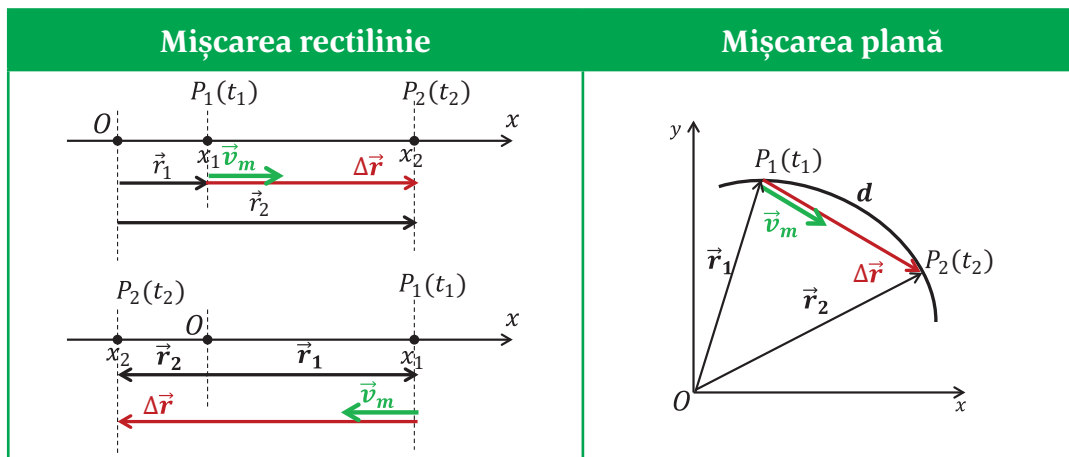
Așadar, viteza medie scalară este legată de drumul parcurs, iar viteza medie vectorială este legată de schimbarea poziției.

Unitatea de măsură a vitezei în SI este: $\langle v \rangle_{SI} = \frac{\text{m}}{\text{s}}$

Elementele **vectorului viteză medie** sunt:

- *punctul de aplicație* – este chiar mobilul;
- *direcția* – aceeași cu a deplasării $\Delta \vec{r}$;
- *sensul* – același cu al deplasării $\Delta \vec{r}$;
- *modulul* – $|\vec{v}_m| = \frac{|\Delta \vec{r}|}{\Delta t}$.

În mișcarea rectilinie, după alegerea unui sens pozitiv al axei, **viteza** poate avea semn pozitiv sau negativ, în funcție de sensul mișcării:



Viteza instantanee (momentană)

Trenul de mare viteză din imaginea alăturată atinge o viteză de 250 km/h pe rutele de mare viteză. Totuși, în anumite momente vitezometrul arată 150 km/h, iar în altele, 350 km/h.

Viteza înregistrată de vitezometru reprezintă *viteza instantanee*, denumită și *viteză momentană*.



Viteza instantanee (momentană) ($\vec{v}$) este viteza pe care o are mobilul la un moment dat.

Viteza unui mobil la momentul t_1 este egală cu raportul dintre deplasare și durata deplasării atunci când *durata devine foarte mică* ($\Delta t \rightarrow 0$), adică momentul t_2 este foarte aproape de momentul t_1 .

Vectorul viteză instantanee ($\vec{v}$) arată viteza mobilului la un anumit moment. El se obține împărțind vectorul deplasare corespunzător unui interval de timp foarte mic, din jurul aceluși moment, la acel interval de timp.

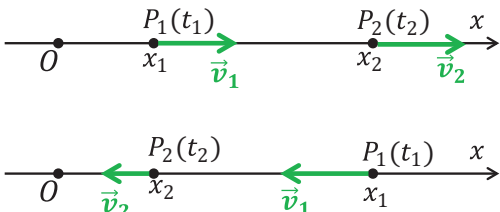
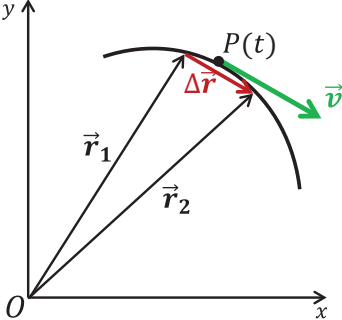
$$\vec{v} = \left[\frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} \right]_{\Delta t \rightarrow 0}$$

vectorul viteză instantanee (m/s) ———— $\vec{v}$ ———— $\Delta \vec{r}$ ———— vector deplasare (m)

————— Δt ———— interval de timp care tinde spre zero (s)

- ✓ În **mișcarea rectilinie**, vectorul viteză are întotdeauna aceeași direcție cu mișcarea. Sensul lui este același cu sensul în care se deplasează mobilul. Dacă mobilul se mișcă în sensul pozitiv al axei alese, viteza este pozitivă. Dacă se mișcă în sensul opus, viteza este negativă.
- ✓ În **mișcarea plană**, direcția mișcării se poate schimba de la un moment la altul. Dacă analizăm mișcarea pe un interval de timp foarte mic, deplasarea mobilului are direcția tangentei la traiectorie în punctul considerat. De aceea, vectorul viteză instantanee este tangent la traiectorie și are sensul mișcării.

Ca urmare, **vectorii viteză instantanee** se prezintă astfel:

Mișcarea rectilinie	Mișcarea plană
 <i>punctul de aplicație</i> – este chiar mobilul <i>direcția</i> – aceeași cu a deplasării $\Delta \vec{r}$ <i>sensul</i> – același cu al deplasării $\Delta \vec{r}$	 <i>punctul de aplicație</i> – este chiar mobilul <i>direcția</i> – este tangentă la traiectorie <i>sensul</i> – același cu al deplasării $\Delta \vec{r}$

...problemă rezolvată

Un elev se deplasează cu o trotinetă electrică pe o stradă dreaptă (considerăm sensul spre școală ca fiind pozitiv). El parcurge 300 m spre școală în timp de 150 s. Apoi își dă seama că a uitat telefonul mobil acasă și se întoarce 400 m, într-un timp de 200 s. Află viteza medie vectorială a elevului pe întreg intervalul de timp.

Rezolvare:

$$\begin{aligned}\Delta x_1 &= 300 \text{ m} \\ \Delta x_2 &= -400 \text{ m} \\ \Delta t_1 &= 150 \text{ s} \\ \Delta t_2 &= 200 \text{ s} \\ \hline v_m &= ?\end{aligned}$$

Având în vedere sensul pozitiv către școală, deplasarea are loc în două etape: spre școală și înapoi spre casă. Modulul vitezei medii vectoriale se calculează cu raportul dintre deplasarea totală și durata mișcării:

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\Delta x_1 + \Delta x_2}{\Delta t_1 + \Delta t_2} = \frac{300 \text{ m} - 400 \text{ m}}{150 \text{ s} + 200 \text{ s}} \approx -0,29 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

Interpretarea rezultatului. Semnul (-) arată că, în ansamblu, elevul s-a deplasat în sens opus celui ales (pozitiv – spre școală). Chiar dacă inițial a mers spre școală, a mers mai mult înapoi.

Accelerația. Vectorul accelerație

...de amintit

Accelerația arată cât de repede se schimbă viteza unui corp. În imaginile următoare sunt trei situații în care viteza se modifică, atât ca modul (dacă viteza mobilului crește sau scade), cât și ca direcție (dacă traiectoria sa este curbilinie).

Racheta accelerează la decolare	Avionul încetinește la aterizare	Bicicleta își modifică direcția de mers în curbă
		

Aceeași schimbare a vitezei se poate produce într-un timp mai lung sau într-un timp mai scurt. De aceea, pentru a compara două mișcări, nu este suficient să spunem cât s-a schimbat viteza, ci și în cât timp s-a produs această schimbare.

...de reținut

Accelerația medie (a_m) arată cum se schimbă viteza într-un anumit interval de timp. Ea se calculează împărțind variația vitezei la durata acestei variații.

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1}$$

accelerația medie (m/s²) variația vitezei (m/s) interval de timp (s)

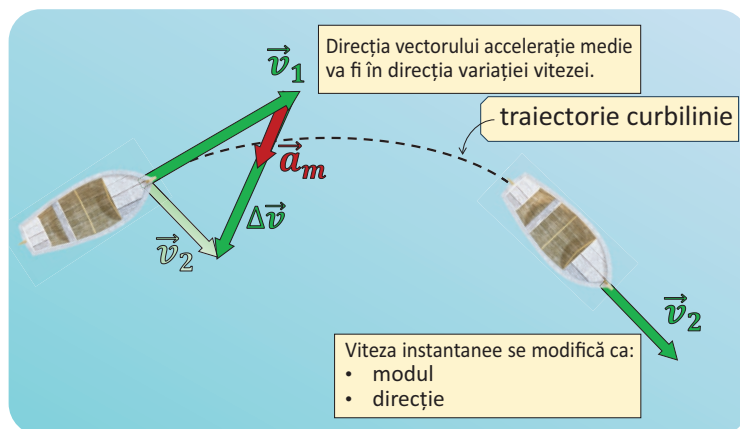
Observație: În mișcarea rectilinie, după alegerea unui sens pozitiv al axei, accelerația medie poate avea semn pozitiv sau negativ.

Unitatea de măsură a accelerației în SI este: $\langle a \rangle_{SI} = \frac{m}{s^2}$

Accelerația instantanee (momentană) (a) arată cum se schimbă viteza la un anumit moment (într-un interval de timp foarte mic). Ea poate fi privită ca accelerația calculată pe un interval de timp foarte mic.

Exemplu: Să ne imaginăm o barcă ce se mișcă cu viteză constantă. În timpul unei întoarceri, ea își va schimba (fără a încetini) direcția. Viteza sa instantanee se modifică atât ca mărime, cât și ca direcție.

Vectorul accelerație medie are direcția schimbării vitezei și se calculează ca raportul dintre variația vitezei și intervalul de timp. Dacă luăm intervale de timp foarte mici, accelerația medie se apropie de accelerația instantanee. Prin urmare, accelerația trebuie definită ca vector.



Vectorul accelerație medie ($\vec{a}_m$) este egal cu raportul dintre variația vectorului viteză și durata acestei variații.

$$\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

vectorul accelerația medie (m/s²) variația vectorului viteză (m/s) interval de timp (s)

Așa cum se vede în figura de mai sus, variația vectorului viteză este tot un vector care are originea în vârful vectorului viteză inițială (v_1) și vârful în vârful vectorului viteză finală (v_2).

Vectorul accelerație instantanee ($\vec{a}$) este variația vectorului viteză calculată pentru un interval de timp foarte mic, în jurul unui moment t și împărțită la acest interval.

$$\vec{a} = \left[\frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \right]_{\Delta t \rightarrow 0}$$

vectorul accelerația instantanee (m/s²) variația vectorului viteză (m/s) interval de timp care tinde spre zero (s)

Vectorii accelerație medie și instantanee, **în mișcarea curbilinie**, sunt prezentați în tabelul de mai jos:

Vectorul accelerație medie	Vectorul accelerație instantanee
punctul de aplicație – este chiar mobilul direcția – aceeași cu a vectorului variația vitezei $\Delta \vec{v}$ sensul – același cu al vectorului variația vitezei $\Delta \vec{v}$ (spre interiorul curbei spre partea concavă a traiectoriei)	Vectorul accelerație instantanee se descompune după două direcții, obținându-se două componente ale vectorului $\vec{a}$: • direcția tangențială (direcția vitezei) – accelerația tangențială ($\vec{a}_t$) • direcția normală (direcția radială) – accelerația normală ($\vec{a}_n$) $\vec{a} = \vec{a}_t + \vec{a}_n$

Accelerația tangențială este datorată variației modului vitezei, iar accelerația normală este datorată modificării direcției vitezei.

- ✓ În **mișcarea rectilinie**, accelerația are aceeași direcție cu viteza. Dacă viteza crește, accelerația are același sens cu viteza. Dacă viteza scade, accelerația are sens opus vitezei.
- ✓ În mișcarea pe o **traiectorie curbată**, accelerația poate apărea și atunci când nu se schimbă valoarea vitezei, ci numai direcția ei. De aceea, în mișcarea circulară uniformă există accelerație, chiar dacă viteza are modul constant.

Mișcarea rectilinie variată	Mișcarea circulară uniformă

...problemă rezolvată

O elevă merge spre școală pe o trotinetă electrică cu viteza de 18 km/h. Pentru a opri în siguranță la trecerea de pietoni, frânează și se oprește complet în 5,0 s. Află accelerația medie în această mișcare.

Rezolvare:

$$\begin{array}{l} v_0 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} \\ v = 0 \\ \Delta t = 5 \text{ s} \\ \hline a_m = ? \end{array}$$

- Transformăm viteza inițială de 18 km/h în m/s:

$$v_0 = 18 \frac{\text{km}}{\text{h}} = \frac{18 \cdot 10^3 \text{ m}}{3600 \text{ s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- Accelerația medie se calculează cu formula:

$$a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{\Delta t} = \frac{(0 - 5) \text{ m/s}}{5 \text{ s}} = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

- Semnul „-” indică faptul că trotineta încetinește (frânează).



...verifică înțelegerea

- Un patinator de viteză pleacă de la linia de start, parcurge 50 m înainte și se întoarce la linia de start în 20 s. Calculează: viteza medie vectorială și viteza medie scalară.
- Explică de ce viteza instantanee poate fi diferită în fiecare moment, chiar dacă viteza medie este constantă.
- În ce cazuri viteza medie scalară și cea vectorială coincid?
- Viteza medie a Dorei atunci când face jogging este de 1,8 m/s, timp de 1500 s. Ce distanță a parcurs ea? Rotunjește rezultatul la 2 cifre semnificative.
- Este corectă următoarea afirmație a unui corespondent TV?
„Să presupunem că o cameră este montată la intrarea pe A3 dinspre Cristian spre Râșnov, iar alta la ieșirea de pe autostradă, adică la 6 km distanță. Pe acest tronson limita de viteză este de 130 km/h. Dacă șoferul ajunge la o a doua cameră într-un timp mai scurt, înseamnă că a circulat cu o viteză mai mare decât limita admisă și va fi amendat.”
- Accesează link-ul <https://phet.colorado.edu/en/simulations/ladybug-motion-2d> sau codul QR alăturat.
 - Trasează o traiectorie oarecare pentru buburuză cu mouse-ul și observă vectorii care apar.
 - Cum se schimbă direcția vectorilor viteză?
 - Cum se schimbă vectorii accelerație?
 - Observă punctele unde buburuza încetinește și accelerează.
 - Care sunt vectorii accelerație în aceste puncte?
 - Vectorul accelerație este orientat întotdeauna în sensul vitezei?
 - Setează buburuza să se miște pe un cerc cu viteză constantă.
 - Describe vectorii viteză și accelerație care apar.
 - În ce direcție este orientat vectorul accelerație?
 - Explică de ce accelerația există chiar dacă modulul vitezei rămâne constant.
 - Dacă mărim viteza buburuzei pe cerc:
 - Cum se modifică lungimea vectorului accelerație?
 - Ce se întâmplă cu vectorul viteză instantanee?
 - Cum arată vectorii accelerație și viteză într-o schimbare rapidă de direcție generată manual, de la mouse?



Curiozități...

Accelerația nu descrie mărimea sau masa corpului, ci felul în care i se schimbă viteza. Un dragster poate „zbură” de la viteza zero la viteza maximă într-o clipă, dar accelerația lui scade după ce ajunge la viteză constantă. Așa că viteza medie și cea instantanee pot fi complet diferite!

Tipuri de mișcări

Mișcarea corpurilor se poate clasifica după **forma traiectoriei** și după **variația vectorului viteză**. Aceeași mișcare poate aparține simultan ambelor clasificări.

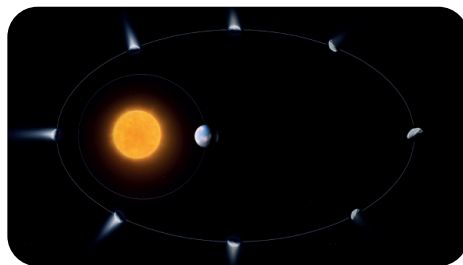
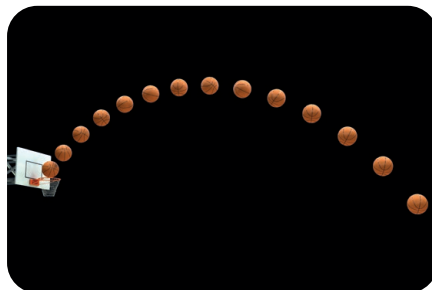
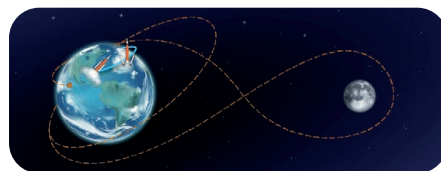
A. Clasificarea mișcării după forma traiectoriei

- **Mișcarea rectilinie:** traiectoria este o linie dreaptă (de exemplu: căderea liberă, un lift care coboară, un tren Maglev care se deplasează de-a lungul unor șine drepte magnetice).

Scanează codul QR pentru a vizualiza căderea liberă.

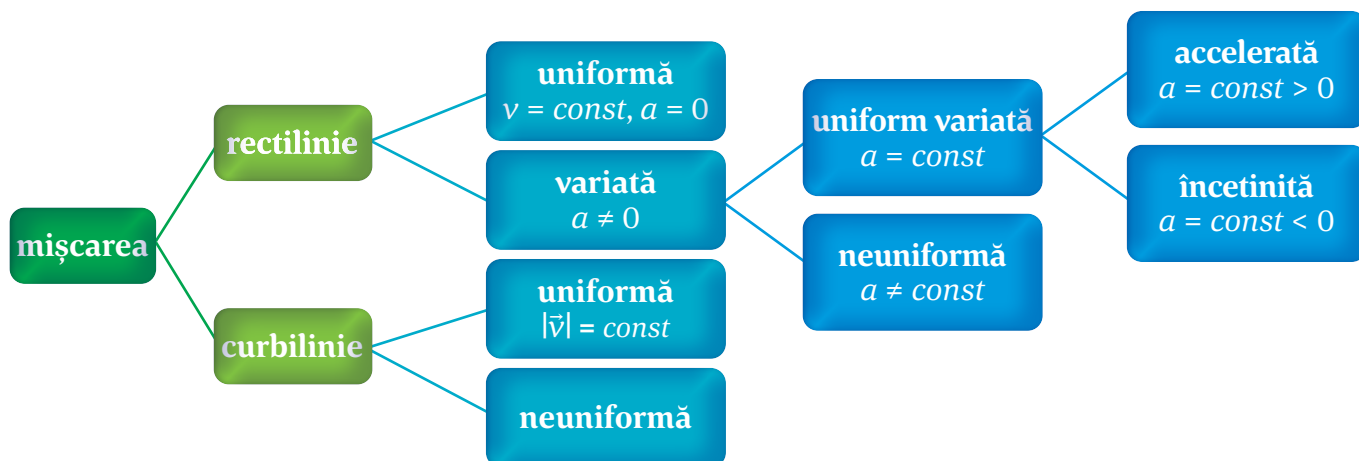
- **Mișcarea curbilinie:** traiectoria este o linie curbă.

- Mișcarea circulară: traiectoria este un cerc (de exemplu: mișcarea unui fir de praf pe un disc de vinil, mișcarea scaunelor caruselului)
- Mișcarea parabolică: traiectoria este o parabolă (de exemplu: lansarea unui proiectil cu un tun, aruncarea unei mingi de baschet spre coș)
- Mișcarea eliptică: traiectoria este o elipsă (de exemplu: orbitele unei comete în jurul Soarelui)



B. Clasificarea mișcării după variația vitezei

- **Mișcarea uniformă:** în care mărimea vitezei nu variază, rămâne constantă.
- **Mișcarea uniform variată:** în care mărimea vitezei crește sau scade cu aceeași valoare în intervale de timp egale, iar accelerația este constantă și diferită de zero (de exemplu: căderea liberă – cu accelerație gravitațională).
- **Mișcarea neuniformă:** în care accelerația nu este constantă (de exemplu: mișcarea unei mașini în trafic).



1. Mișcarea rectilinie uniformă

...provocare

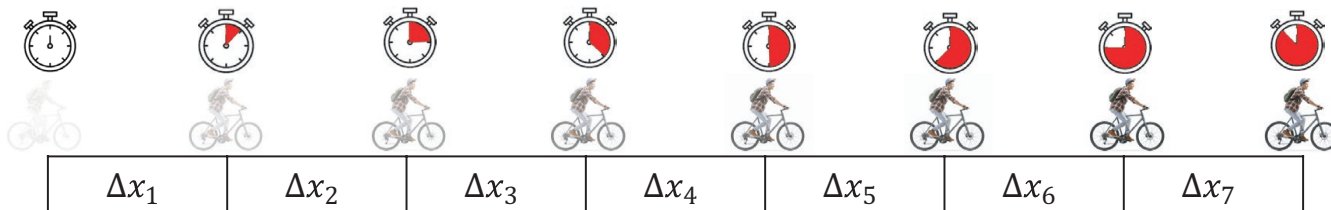
Un elev se deplasează cu bicicleta, pe un drum drept, spre școală. El observă că, în fiecare zi, parcurge aceeași distanță în același interval de timp.

Putem spune că se deplasează cu viteză constantă? Cum am putea verifica acest lucru? Cum putem descrie matematic această mișcare?



...de amintit

În timpul unei **mișcări rectilinii uniforme** mobilul se deplasează pe o traiectorie de forma unei linii drepte, parcurgând deplasări egale în intervale de timp egale.



Pentru a descrie corect această mișcare, trebuie să analizăm experimental modul în care se modifică poziția mobilului în timp. Un astfel de studiu poate fi realizat cu ajutorul **tubului Mikola** (vezi în figura de mai jos o porțiune din acest tub).

...studiu de caz

Se marchează pe tub o origine ($x_0 = 0$) la câțiva centimetri de capătul de pornire, pentru a permite bulei de aer să își stabilizeze viteza înainte de prima măsurătoare. Se marchează apoi repere succesive din 10 în 10 cm (0,1 m). Se pornește cronometrul în momentul în care baza bulei trece prin dreptul originii și se înregistrează timpii intermediari (t) la trecerea prin fiecare reper.

Datele se înregistrează într-un tabel, viteza fiecărui interval se calculează cu relația: $v = \frac{\Delta x}{\Delta t}$. În urma unei astfel de măsurători s-au obținut :

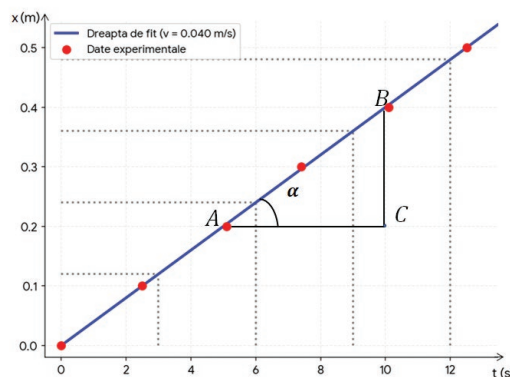
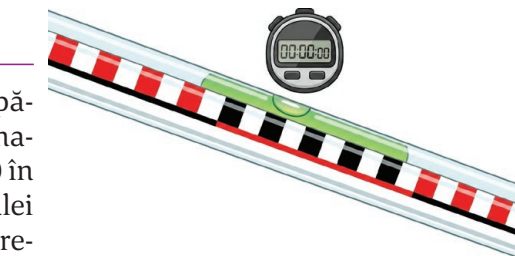
x (m)	0	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5
t (s)	0	2,5	5,1	7,4	10,1	12,5
v (m/s)	–	0,0400	0,0392	0,0405	0,0396	0,0400

Pentru o viteză medie a bulei de aproximativ 0,04 m/s (4 cm/s), valorile obținute reflectă o eroare umană minimă de cronometrare.

Pentru a interpreta matematic mișcarea bulei, reprezentăm poziția acesteia în funcție de timp. Graficul obținut ne permite să observăm modul în care se modifică poziția mobilului pe parcursul mișcării.

Graficul legii mișcării $x = f(t)$ este o **linie dreaptă** care trece prin originea axelor, ceea ce indică matematic că distanța parcursă este direct proporțională cu timpul.

Dacă urmărim liniile punctate trasate din 3 în 3 secunde pe axa orizontală, observăm că pentru fiecare interval egal de timp poziția crește cu aceeași valoare, $\Delta x = 0,12$ m. Reprezentarea grafică evidențiază astfel faptul că mobilul parcurge deplasări egale în intervale de timp egale, confirmând astfel caracterul uniform al mișcării.



Panta graficului poate fi determinată prin calculul tangentei unghiului α . Se observă că această valoare coincide cu viteza mișcării determinată experimental ($\tan \alpha = v$):

$$\tan \alpha = \frac{BC}{AC} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(0,4 - 0,2) \text{ m}}{(10 - 5) \text{ s}} \approx 0,04 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

...de reținut

„Aceași deplasare în același timp” înseamnă „aceeași viteză”.

$$v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \text{const} \quad (1)$$

În mișcarea rectilinie uniformă, viteza nu se schimbă de la un moment la altul. De aceea, viteza medie și viteza momentană au aceeași valoare în orice interval de timp.

$$v = v_m = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x - x_0}{t - t_0} \quad (2)$$

viteza mobilului (m/s) — v
 coordonata mobilului la momentul t (m) — x
 coordonata mobilului la momentul t_0 (m) — x_0
 momentul inițial (s) — t_0
 momentul final (s) — t

Mișcarea rectilinie uniformă este mișcarea mobilului pe o traiectorie de forma unei linii drepte cu viteză constantă ($v = v_m = \text{const}$).

Pentru că viteza este constantă, poziția mobilului se schimbă uniform în timp. De aceea, coordonata mobilului poate fi scrisă sub forma unei relații simple între poziție și timp, numită **legea mișcării rectilunii uniforme**:

$$x = x_0 + v(t - t_0) \quad (3)$$

Prin urmare, *graficul coordonatei de poziție în funcție de timp este o dreaptă*.

Observații:

- Dacă momentul inițial coincide cu momentul pornirii cronometrului, atunci $t_0 = 0$ și legea se poate scrie:

$$x = x_0 + vt \quad (4)$$

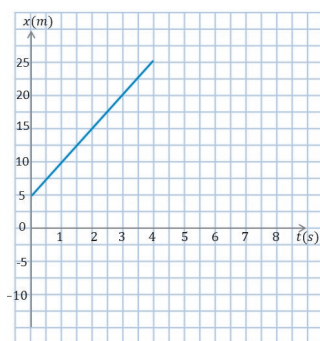
- Dacă la momentul inițial $t_0 = 0$ mobilul se află în originea axei de coordonate, $x_0 = 0$, legea devine:

$$x = v \cdot t \quad (5)$$

În planul xOt , graficul mișcării rectilunii uniforme este reprezentat printr-o dreaptă. Înclinarea acesteia și poziția față de origine sunt determinate de semnul vitezei ($v > 0$ sau $v < 0$) și de poziția inițială a mobilului ($x_0 > 0$ sau $x_0 < 0$). Să analizăm aceste posibilități pe exemplul elevului de pe bicicletă de la începutul lecției:

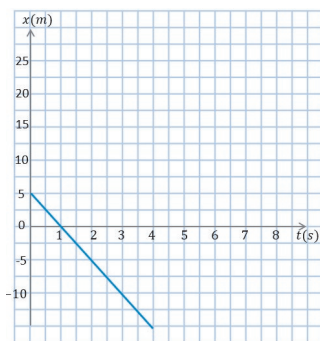
$$x = 5 + 5t \text{ (m)} ; x = 5 - 5t \text{ (m)} ; x = -5 + 5t \text{ (m)} \text{ și } x = -5 - 5t \text{ (m)}$$

A. $x_0 = 5 \text{ m}; v = 5 \text{ m/s}$



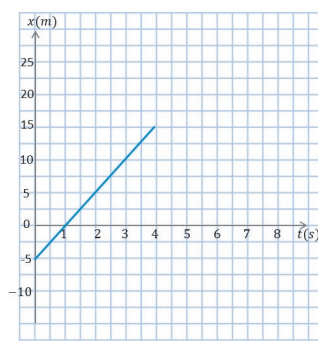
A

B. $x_0 = 5 \text{ m}; v = -5 \text{ m/s}$



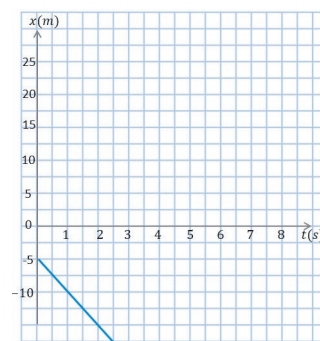
B

C. $x_0 = -5 \text{ m}; v = 5 \text{ m/s}$



C

D. $x_0 = -5 \text{ m}; v = -5 \text{ m/s}$



D

- Dacă panta graficului este pozitivă, mișcarea are loc în sensul pozitiv al axei Ox ($v > 0$), iar dacă panta este negativă, mișcarea are loc în sens opus ($v < 0$).
- Intersecția cu axa Ox reprezintă coordonata inițială x_0 . Intersecția cu axa Ot reprezintă momentul la care mobilul trece prin originea O a axei Ox .

...problemă rezolvată

1. Un tânăr se deplasează rectiliniu uniform cu un giropod. La momentul $t_0 = 0$ acesta se află la 20 m în dreapta originii axei de coordonate și se deplasează cu viteza constantă $v = -4 \frac{m}{s}$.
 - Scrie legea mișcării mobilului.
 - Determină poziția mobilului după 3 s.
 - Determină momentul în care mobilul trece prin origine.
 - Reprezintă grafic mișcarea în planul xOt .



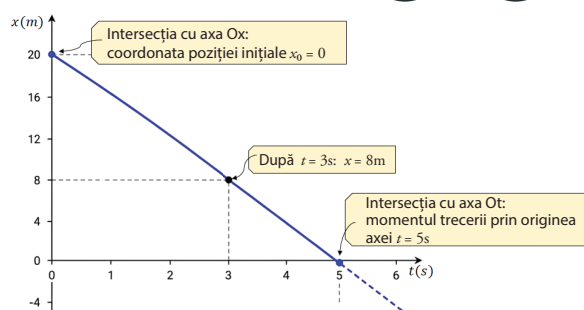
Rezolvare:

$$x_0 = 20 \text{ m}$$

$$v = -4 \text{ m/s}$$

ecuația mișcării
 $x = ?$ ($t = 3 \text{ s}$)
 $t = ?$ ($x = 0 \text{ m}$)
 grafic $x = f(t)$

- Pentru MRU: $x = x_0 + v t$; unde: $x_0 = 20 \text{ m}$ și $v = -4 \text{ m/s}$; rezultă $x = 20 - 4t$.
- Pentru $t = 3 \text{ s}$: $x = 20 - 4 \cdot 3 \Rightarrow x = 8 \text{ m}$. După 3 s, mobilul se află la 8 m de origine (reper).
- Coordonata poziției reperului (originii sistemului de coordonate) este $x = 0$; prin urmare, introducând x în ecuația mișcării, rezultă: $0 = 20 - 4t \Rightarrow 4t = 20 \Rightarrow t = 5 \text{ s}$. Mobilul trece prin origine după 5 s.



2. Un automobil se deplasează între două localități aflate la distanța d .
 - a. În prima jumătate a timpului de deplasare automobilul circulă cu viteza v_1 , iar în a doua jumătate a timpului, cu viteza v_2 .
 - b. Într-o altă situație, automobilul parcurge prima jumătate a drumului cu viteza v_1 , iar în a doua jumătate cu viteza v_2 .

Determină viteza medie în cele două cazuri.

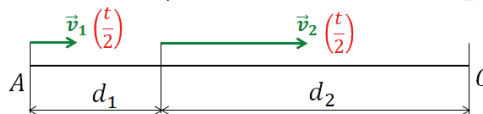
Rezolvare:

$$v_1, v_2$$

$$d$$

$$v_m = ?$$

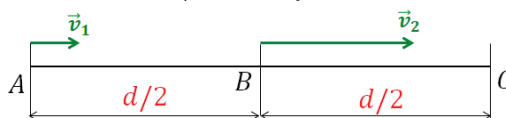
Prima jumătate a timpului cu viteza v_1 , a doua jumătate a timpului cu viteza v_2 :



Deoarece automobilul se deplasează cu viteze diferite în două intervale egale de timp, distanțele parcurse pot fi calculate separat:

$$d_1 = v_1 \frac{t}{2}; \quad d_2 = v_2 \frac{t}{2} \Rightarrow v_m = \frac{d}{t} = \frac{v_1 \frac{t}{2} + v_2 \frac{t}{2}}{t} \Rightarrow v_m = \frac{v_1 + v_2}{2} \quad (\text{medie aritmetică}).$$

Prima jumătate a drumului cu viteza v_1 , a doua jumătate a drumului cu viteza v_2 :



Deoarece automobilul parcurge două segmente egale de drum cu viteze diferite, timpul corespunzător fiecărui segment trebuie calculat separat:

$$t_1 = \frac{d}{2v_1}; \quad t_2 = \frac{d}{2v_2} \Rightarrow v_m = \frac{d}{t} = \frac{d}{\frac{d}{2v_1} + \frac{d}{2v_2}} \Rightarrow v_m = \frac{2v_1 v_2}{v_1 + v_2} \quad (\text{medie armonică}).$$

...verifică înțelegerea

1. Un elev așteaptă autobuzul într-o stație. Graficul poziției sale în funcție de timp este o dreaptă orizontală. Ce poți spune despre mișcarea elevului?
2. Două trenuri se deplasează pe linii paralele cu aceeași viteză constantă, dar pornesc din gări diferite. Cum vor arăta graficele lor în planul xOt ?
3. Un biciclist își notează poziția la două momente diferite și reprezintă punctele pe graficul $x(t)$. Cum poate determina viteza de deplasare?
4. Un curier care livrează mâncare se deplasează spre centrul orașului. Graficul poziției sale în funcție de timp este descrescător. Ce indică acest lucru?
5. Două trotinete electrice se deplasează rectiliniu uniform: una spre dreapta, cealaltă spre stânga. Cum diferă graficele lor?
6. Două automobile circulă cu aceeași viteză constantă pe o autostradă, dar unul dintre ele pornește mai departe față de reperul ales. Pot avea grafice diferite?
7. Un alergător pornește dintr-un parc aflat la 30 m de originea axei și trece prin origine după 5 s. Cum poate fi identificat acest moment pe grafic?
8. Un robot mobil se deplasează pe o șină dreaptă. Ce semnificație are punctul în care graficul său intersectează axa pozițiilor?
9. Un metrou se deplasează cu viteză constantă între două stații. Cum se modifică poziția sa în intervale de timp egale?
10. Un automobil se deplasează rectiliniu uniform pe o șosea dreaptă. De ce graficul poziției sale în funcție de timp este o dreaptă?

2. Mișcarea rectilinie uniform variată

Un schior ce coboară rectiliniu pe o pârtie, un tren care pornește din stație sau un elev care se îndreaptă spre școală cu o trotinetă au accelerații aproximativ constante. În astfel de cazuri, accelerația medie are aceeași valoare în orice interval de timp și este egală cu accelerația instantanee în fiecare moment.

Mișcarea unui mobil care parcurge o traiectorie rectilinie cu accelerație constantă se numește **mișcare rectilinie uniform variată**. Ea poate fi accelerată sau încetinită, după cum vectorii $\vec{v}$ și $\vec{a}$ au același sens, respectiv au sensuri opuse.



...provocare

Este posibil ca o mașină care pornește din repaus și se deplasează cu o accelerație mică să ajungă din urmă un bolid care se deplasează uniform cu o viteză constantă mare?

...studiu de caz

Pentru a evidenția relația dintre viteză, timp și accelerație în cazul unei mișcări rectilinii uniform variate, studiem mișcarea unui mobil. De exemplu, dacă măsurăm, la intervale regulate de timp, viteza și poziția unui elev care pornește din repaus cu trotineta electrică și accelerează uniform până la o viteză sigură în oraș, putem obține următoarele date:



t (s)	0,00	1,00	2,00	3,00	4,00	5,00	6,00
v (m/s)	0,00	1,20	2,40	3,60	4,80	6,00	7,20
x (m)	0,00	0,60	2,40	5,40	9,60	15,00	21,60

Din datele menționate în tabel observăm că viteza trotinetei crește cu aceeași valoare în fiecare secundă:

Δt (s) $\in$	[0 ; 1]	[1 ; 2]	[2 ; 3]	[3 ; 4]
Δv (m/s)	1,2	1,2	1,2	1,2
$a = \frac{\Delta v}{\Delta t}$ (m/s ²)	1,2	1,2	1,2	1,2

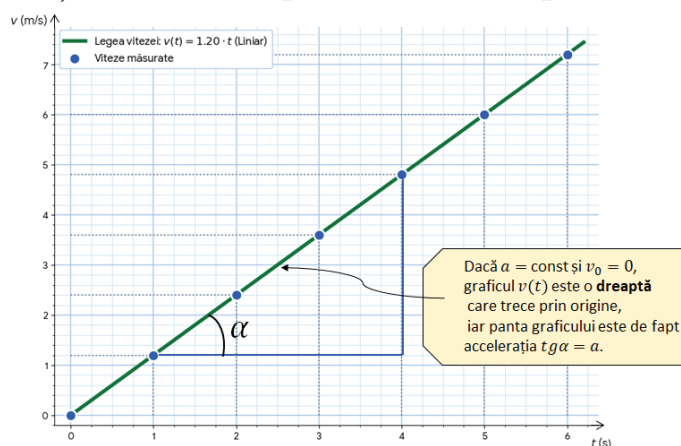
Aceasta înseamnă că trotineta își modifică viteza în mod uniform, adică *acelerația este constantă*. Observăm totodată că: după 1 s, viteza este 1,20 m/s; după 2 s, viteza este 2,40 m/s; după 3 s, viteza este 3,60 m/s etc. Prin urmare, *viteza crește direct proporțional cu timpul*.

Prin definiție, accelerația reprezintă variația vitezei într-un anumit interval de timp. În cazul trotinetei, viteza crește cu 1,20 m/s în fiecare secundă; adică accelerația este: $a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = 1,2 \text{ m/s}^2$. Cum trotineta pornește din repaus ($v_0 = 0$), viteza la un moment t devine: $v = 1,2 t$

Graficul vitezei trotinetei în funcție de timp se reprezintă printr-o **linie dreaptă**. Viteza în mișcarea rectilinie uniform variată (în acest caz accelerată), este o **funcție liniară de timp**. Panta acestei drepte este chiar **accelerația** ($\tan \alpha = a$).

Revenim la tabelul măsurătorilor efectuate pentru elevul care se mișcă cu trotineta electrică și analizăm valorile poziției. Observăm că după 2,00 s, deplasarea trotinetei față de poziția inițială este 2,40 m; după un interval de timp dublu, deplasarea este de patru ori mai mare; iar după un interval de timp triplu, deplasarea este de nouă ori mai mare:

Momentul t (s)	0,00	2,00	4,00	6,00
Poziția x (m)	0,00	2,40	9,60	21,60
Comparație	—	x	$4x$	$9x$



Pe baza acestor observații, putem afirma că *poziția trotinetei este proporțională cu pătratul timpului*.

Așadar, pentru o mișcare rectilinie uniform accelerată a unui mobil care pornește din repaus, legea poziției este:

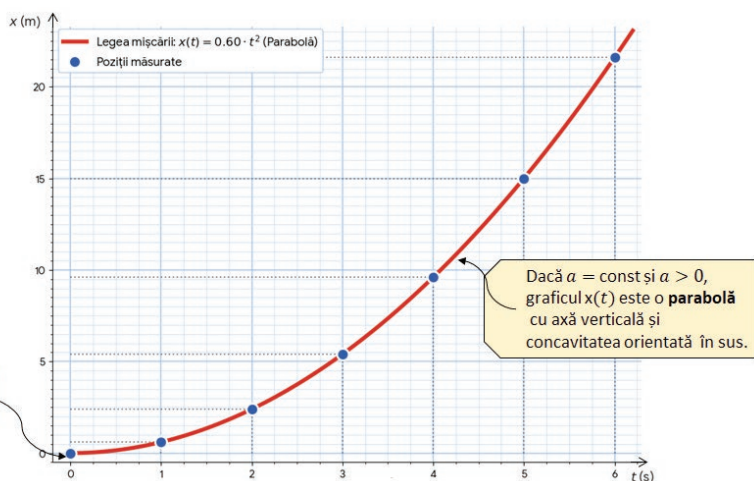
$$x = \frac{1}{2} a t^2$$

Pentru mișcarea trotinetei cu

$$a = 1,20 \text{ m/s}^2: x = \frac{1}{2} \cdot 1,2 \cdot t^2 = 0,60 t^2.$$

Deoarece coordonata mobilului în mișcarea uniform variată este o **funcție pătratică de timp**, graficul coordonatei trotinetei în funcție de timp se reprezintă printr-un **arc de parabolă**.

Dacă $v_0 = 0$ și $x_0 = 0$, parabola are vârful în origine.



...de reținut

În cazul de mai sus accelerația este constantă și ea va fi egală cu accelerația medie:

$$a = a_m = \frac{\Delta v}{\Delta t} = \frac{v - v_0}{t - t_0} \quad (1)$$

Legea vitezei

Dacă un corp nu pornește din repaus, ci are o viteză inițială v_0 , din relația (1) se obține **legea vitezei** sau **ecuația vitezei** în mișcarea rectilinie uniform variată:

$$v = v_0 + a(t - t_0) \quad (2)$$

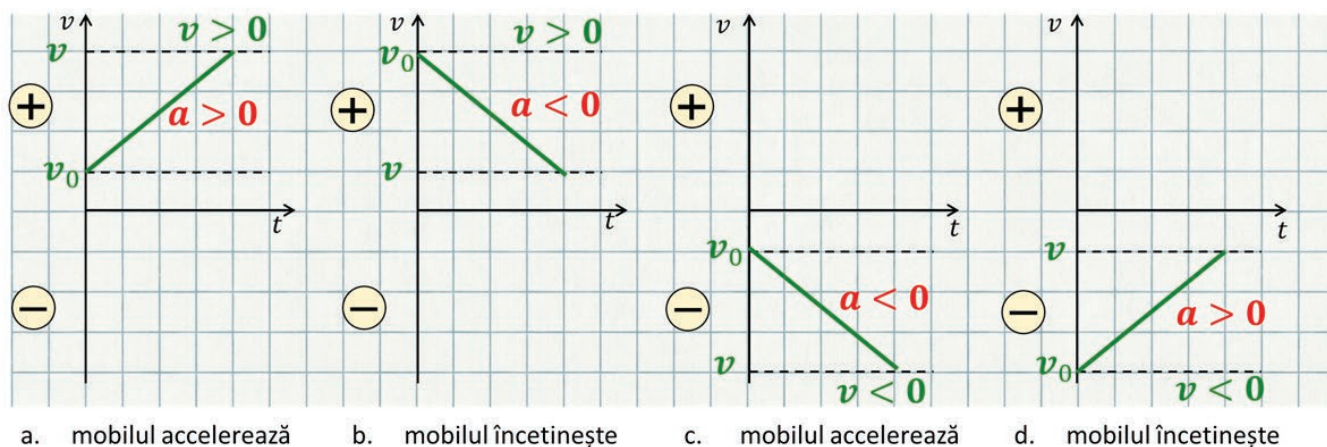
viteză mobilului la momentul t (m/s) — v
 viteză mobilului la momentul t_0 (m/s) — v_0
 accelerația (m/s²) — a
 moment inițial (s) — t_0
 moment final (s) — t

Graficul vitezei în funcție de timp oferă informații importante despre mișcarea unui mobil.

Semnul vitezei indică sensul mișcării. Dacă graficul este situat deasupra axei timpului Ot , viteza este pozitivă, iar dacă este situat sub această axă, viteza este negativă.

Panta graficului indică accelerația mobilului. O pantă pozitivă corespunde unei accelerații pozitive, iar o pantă negativă unei accelerații negative. Comparând semnul vitezei cu semnul accelerației, putem stabili dacă mobilul accelerează sau încetinește:

- dacă viteza și accelerația au același semn, mobilul accelerează;
- dacă viteza și accelerația au semne opuse, mobilul încetinește.



Graficul vitezei în funcție de timp permite determinarea **distanței parcurse de mobil**, deoarece, într-un anumit interval de timp, aceasta este egală cu aria cuprinsă între graficul vitezei și axa timpului.

În cazul unei variații uniforme a vitezei, această arie este aria unui trapez, așadar, în intervalul de timp $[0, t]$:

$$\Delta x = v_m \cdot t = \frac{v_0 + v}{2} t = \text{Aria trapez OABC} \quad (3)$$

Din această relație se pot deduce două aspecte importante:

Viteza medie în mișcarea rectilinie uniform variată

În mișcarea rectilinie uniform variată, viteza medie se calculează ca media aritmetică a vitezelor inițiale v_0 și finale v la momentul t :

$$v_m = \frac{\Delta x_{\text{total}}}{\Delta t_{\text{total}}} = \frac{v_0 + v}{2} \quad (4)$$

Astfel, distanța parcursă într-o mișcare uniform variată, într-un interval de timp dat, este aceeași cu distanța parcursă de un mobil care se deplasează uniform cu viteza medie.

Legea mișcării

Într-un interval de timp $[t_0; t]$, din expresia (3) se poate scrie:

$$\Delta x = x - x_0 = v_m(t - t_0) = \frac{v_0 + v}{2}(t - t_0) \quad (5)$$

Introducând ecuația vitezei (2) în relația (5), se obține:

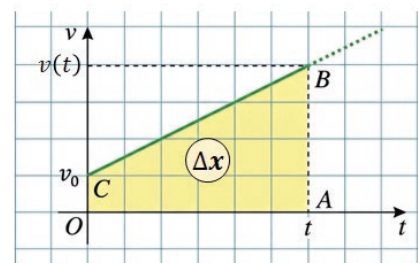
$$x = x_0 + \frac{v_0 + v_0 + a(t - t_0)}{2}(t - t_0) \quad (6)$$

Din (6) rezultă **legea mișcării rectilinii uniform variate**:

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2 \quad (7)$$

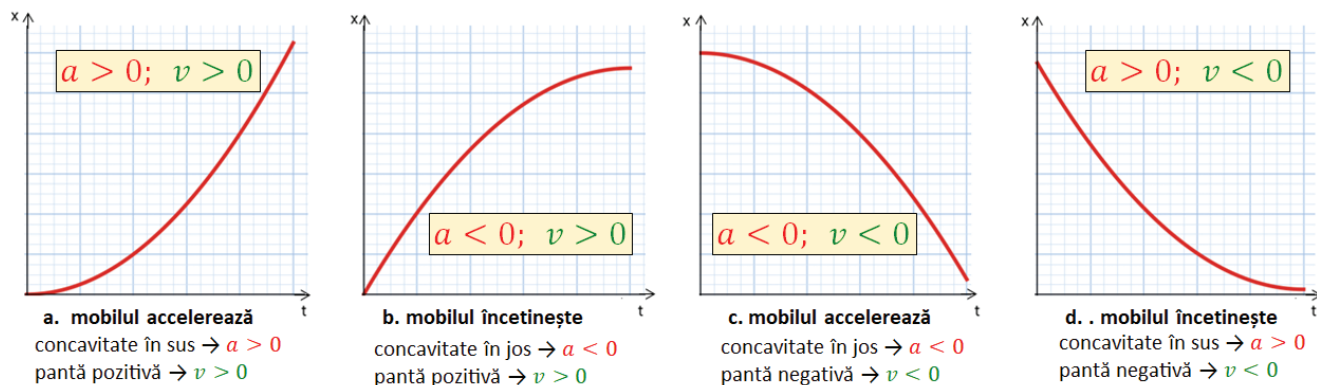
Diagrama de mai jos prezintă ecuația (7) cu etichetările:

- x : coordonata la momentul t (m)
- x_0 : coordonata inițială la momentul t_0 (m)
- v_0 : viteza inițială (m/s)
- a : accelerația (m/s^2)



Observație: În ecuația (7) toate mărimile pot fi pozitive, negative sau nule.

Legea de mișcare permite reprezentarea grafică a poziției unui mobil în funcție de timp. Forma și orientarea graficului oferă informații importante despre sensul mișcării și despre accelerația mobilului:



Semnul vitezei este dat de semnul pantei graficului poziției în funcție de timp, iar semnul accelerației este dat de orientarea concavității parabolei.

Ecuația lui Galilei

Există situații în care durata mișcării nu este cunoscută sau nu prezintă interes; atunci folosim o relație, obținută prin eliminarea timpului dintre legea vitezei (2) și legea mișcării (7), care leagă direct viteza de variația poziției. Această relație se numește **ecuația lui Galilei**.

$$t = \frac{v - v_0}{a} ; \quad x = x_0 + v_0 t + \frac{at^2}{2}$$

$$x = x_0 + v_0 \left(\frac{v - v_0}{a} \right) + \frac{a}{2} \left(\frac{v - v_0}{a} \right)^2 = x_0 + \frac{v^2 - v_0^2}{2a}$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad (8)$$

Diagrama de mai jos prezintă ecuația (8) cu etichetările:

- v^2 : pătratul vitezei (m^2/s^2)
- v_0^2 : pătratul vitezei inițiale (m^2/s^2)
- a : accelerația (m/s^2)
- $x - x_0$: variația coordonatei de poziție (m)



În viața reală, este important să știm nu doar cum se mișcă un mobil, ci și cum se oprește. De exemplu, un șofer trebuie să știe în cât timp și pe ce distanță se poate opri în siguranță.

Timpul de oprire, notat cu t_{op} , este intervalul de timp necesar unui mobil pentru a-și reduce viteza până la zero.

Folosind condiția de oprire $v = 0$ în legea vitezei (2) cu $t_0 = 0$, se obține:

$$t_{op} = -\frac{v_0}{a} \quad (9)$$

Distanța parcursă până la **oprire**, notată cu d_{op} , este distanța parcursă de mobil din momentul începerii frânării până la oprire.

Din ecuația lui Galilei (8) cu $x_0 = 0$, utilizând condiția de oprire $v = 0$, obținem: $0 = v_0^2 + 2a \cdot d_{op}$, **de unde:**

$$d_{op} = -\frac{v_0^2}{2a} \quad (10)$$

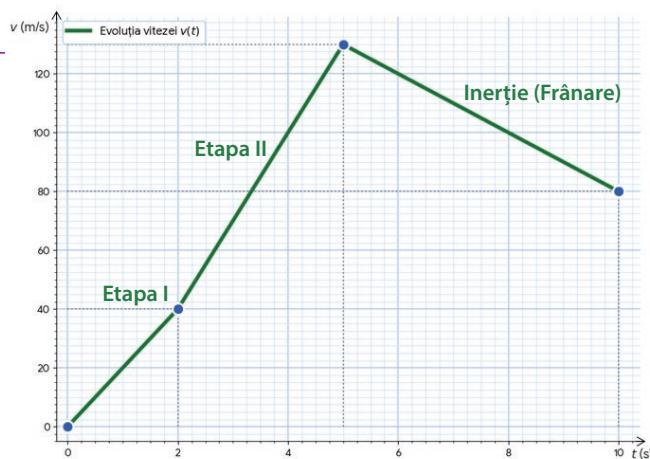
Pentru rezolvarea corectă a problemelor legate de MRUV a unui mobil, este util să organizăm relațiile fizico-matematice asociate acestei mișcări într-un tabel și să folosim un mod logic de selecție a acestora:

legea	forma generală	dacă ($t_0 = 0, x_0 = 0$)	dacă ($v_0 = 0, t_0 = 0, x_0 = 0$)	când o folosesc?
Legea vitezei	$v = v_0 + a(t - t_0)$	$v = v_0 + at$	$v = at$	când am de aflat viteza
Legea mișcării	$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{1}{2}a(t - t_0)^2$	$x = v_0 t + \frac{1}{2}at^2$	$x = \frac{1}{2}at^2$	când am de aflat distanța
Ecuația lui Galilei	$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$	$v^2 = v_0^2 + 2ax$	$v^2 = 2ax$	când nu am timpul

...problemă rezolvată

1. Graficul viteză-timp pentru o rachetă meteorologică cu două etape de propulsie este prezentat în figura alăturată. Determină:

- accelerația rachetei în următoarele intervale de timp: $t \in [0; 2]$ s (funcționarea primei etape); $t \in [2; 5]$ s (funcționarea etapei a doua); $t \in [5; 10]$ s (zborul prin inerție după oprirea motoarelor);
- distanța totală parcursă de rachetă (altitudinea atinsă) în cele 10 secunde de zbor;
- Presupunem că după secunda 10, racheta își continuă zborul în sus în regim de mișcare încetinită cu aceeași accelerație $a = -10 \text{ m/s}^2$. După câte secunde de la pornire racheta va atinge punctul de altitudine maximă (unde se oprește instantaneu) și care este valoarea acestei altitudini maxime?



Rezolvare:

$$t \in [0; 2] \text{ s;}$$

$$t \in [2; 5] \text{ s;}$$

$$t \in [5; 10] \text{ s;}$$

$$t_3 = 10 \text{ s;}$$

$$a = -10 \text{ m/s}^2;$$

$$a_1 = ?; \quad a_2 = ?;$$

$$a_3 = ?; \quad d = ?$$

$$t = ?; \quad d_{max} = ?$$

În intervalul $t \in [0; 2]$ s, din datele extrase de pe grafic: $a_1 = \frac{v_1 - v_0}{t_1 - t_0} = \frac{40 - 0}{2 - 0} = 20 \text{ m/s}^2$.

În intervalul $t \in [2; 5]$ s, din datele extrase de pe grafic: $a_2 = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{130 - 40}{5 - 2} = 30 \text{ m/s}^2$.

În intervalul $t \in [5; 10]$ s, din datele extrase de pe grafic: $a_3 = \frac{v_3 - v_2}{t_3 - t_2} = \frac{80 - 130}{10 - 5} = -10 \text{ m/s}^2$.

Interpretarea semnului (-) al accelerației după oprirea motoarelor: Motoarele s-au oprit. Valoarea negativă arată o mișcare încetinită cauzată de atracția gravitațională și de rezistența aerului.

Rezolvare:

$$t \in [0; 2] \text{ s};$$

$$t \in [2; 5] \text{ s};$$

$$t \in [5; 10] \text{ s};$$

$$t_3 = 10 \text{ s};$$

$$a = -10 \text{ m/s}^2;$$

$$a_1 = ?; \quad a_2 = ?;$$

$$a_3 = ?; \quad d = ?$$

$$t = ?; \quad d_{\max} = ?$$

$$\text{În intervalul } t \in [0; 2] \text{ s: } d_1 = A_1 = \frac{2 \cdot 40}{2} = 40 \text{ m.}$$

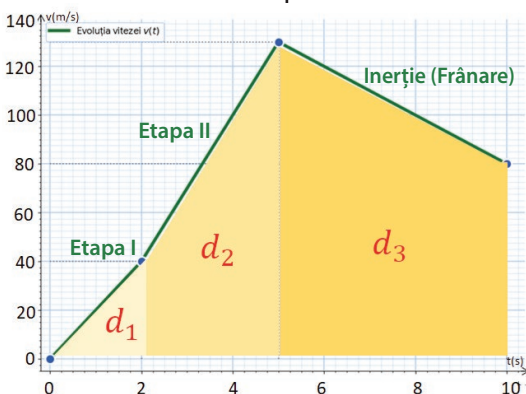
$$\text{În intervalul } t \in [2; 5] \text{ s: } d_2 = A_2 = \frac{(130 + 40) \cdot 3}{2} = 255 \text{ m.}$$

$$\text{În intervalul } t \in [5; 10] \text{ s: } d_3 = A_3 = \frac{(130 + 80) \cdot 5}{2} = 525 \text{ m.}$$

Distanța totală parcursă de rachetă în timpul funcționării și imediat după oprirea motoarelor se află prin însumarea distanțelor parțiale: $d = d_1 + d_2 + d_3 = 40 \text{ m} + 255 \text{ m} + 525 \text{ m} = 820 \text{ m}$ altitudinea la care racheta a ajuns în primele 10 s.

La secunda 10, racheta are viteza $v_3 = 80 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Ea încetinește cu $a_3 = -10 \text{ m/s}^2$, până când viteza finală este $v = 0 \text{ m/s}$. Din condiția de oprire, $v = 0$, din legea vitezei:

$$0 = v_3 + a_3 \cdot t_{op} \Rightarrow t_{op} = \frac{80 \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 8 \text{ s.}$$



Timpul total de la pornire până la oprire este: $t = t_3 + t_{op} = 10 \text{ s} + 8 \text{ s} = 18 \text{ s}$.

În cele 8 s suplimentare, mișcarea fiind uniform încetinită până la zero, putem folosi aria unui triunghi cu înălțimea de 80 m/s (din grafic) și baza de 8 s (care se continuă după trapezul d_3): $d_4 = \frac{8 \cdot 80}{2} = 320 \text{ m}$.

Pentru a afla altitudinea maximă, adunăm această distanță la distanța de 820 m calculată anterior:

$$d_{\max} = d + d_4 = 820 \text{ m} + 320 \text{ m} = 1140 \text{ m.}$$

Racheta se oprește în cel mai înalt punct după 18 s de la lansare, la o altitudine maximă de 1,14 km.

2. În cadrul unei ore de fizică, un grup de elevi montează în laborator o șină cu plan înclinat având lungimea totală între senzori $L = 1,5 \text{ m}$. Un cărucior este lăsat să coboare liber (fără viteză inițială, $v_0 = 0 \text{ m/s}$) din vârful planului și parcurge întreaga distanță într-un interval de timp $t = 5 \text{ s}$. La capătul inferior al șinei, căruciorul lovește un tampon rigid și se oprește instantaneu. Pe baza datelor experimentale culese și a modelului mișcării rectilinii uniform variate, determină:



- accelerația căruciorului în timpul coborârii; scrie ecuația legii mișcării $x(t)$ și a legii vitezei $v(t)$;
- viteza căruciorului exact în momentul dinaintea impactului cu tamponul de oprire $t = 5 \text{ s}$.

Rezolvare:

$$L = 1,5 \text{ m};$$

$$t = 10 \text{ s};$$

$$v_0 = 0 \text{ m/s};$$

$$x(t) = ?$$

$$v(t) = ?$$

$$v = ?$$

Deoarece căruciorul pornește din repaus, $v_0 = 0 \text{ m/s}$, din originea axei, $x_0 = 0 \text{ m}$, ecuația mișcării este: $x(t) = \frac{1}{2} a t^2 \Rightarrow a = \frac{2x}{t^2} = \frac{2 \cdot 1,5 \text{ m}}{5^2 \text{ s}^2} = 0,12 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, unde $x = L$.

Legea mișcării: $x(t) = \frac{1}{2} \cdot 0,12 \cdot t^2 \Rightarrow x(t) = 0,06 \cdot t^2$, valabilă pentru $0 \leq t \leq 5 \text{ (s)}$.

Legea vitezei: $v(t) = a \cdot t \Rightarrow v(t) = 0,12 \cdot t$, valabilă pentru $0 \leq t \leq 5 \text{ (s)}$

Viteza maximă atinsă de cărucior se determină înlocuind valoarea timpului în legea vitezei: $v = at = 0,12 \text{ m/s}^2 \cdot 5 \text{ s} = 0,6 \text{ m/s}$.

3. Un avion atinge pista de aterizare cu o viteză $v_0 = 252 \text{ km/h}$ și frânează cu o accelerație constantă $a = -3,5 \text{ m/s}^2$ până la oprirea completă. Determină:
- distanța de frânare parcursă de avion până la oprire;
 - lungimea minimă a pistei, știind că reglementările impun o rezervă suplimentară de siguranță de 40% din distanța de frânare.

Rezolvare:

$$v_0 = 252 \text{ km/h};$$

$$a = -3,5 \text{ m/s}^2;$$

$$d = ?$$

$$L_{\text{pistă}} = ?$$

Transformăm viteza inițială în unități SI: $v_0 = 252 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 70 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Aplicăm ecuația lui Galilei, punând condiția de oprire

$$v = 0 \frac{\text{m}}{\text{s}} : 0^2 = v_0^2 - 2ad \Rightarrow d = -\frac{v_0^2}{2a} = \frac{70^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 3,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 700 \text{ m}$$

Adăugăm rezerva de siguranță de 40% la distanța de frânare calculată:

$$L_{\text{pistă}} = d + 40\% \cdot d = 700 \text{ m} + 0,4 \cdot 700 \text{ m} = 980 \text{ m}.$$

**...verifică înțelegerea**

1. Un elev pleacă de acasă cu trotineta electrică și își mărește viteza în fiecare secundă. Ce poți spune despre accelerația mișcării?
2. Cum poți stabili din graficul vitezei dacă un mobil accelerează sau încetinește?
3. Un tren se deplasează spre stânga și își mărește viteza. Ce semn au viteza și accelerația?
4. Cum se modifică forma graficului coordonatei atunci când accelerația este pozitivă?
5. În ce situații este utilă ecuația lui Galilei în circulația rutieră?
6. Cum se poate observa pe un grafic faptul că un mobil își schimbă sensul de mișcare?
7. Un elev aruncă vertical o minge în sus. În ce punct viteza mingii devine nulă?
8. Cum se modifică viteza medie a unui automobil atunci când acesta accelerează uniform?
9. Dacă timpul de accelerare a unei trotinete se dublează, cum se modifică distanța parcursă?
10. De ce este importantă cunoașterea accelerației unui vehicul în trafic?

...Curiozități

În opera sa, „Discorsi e Dimostrazioni Matematiche intorno a due nuove scienze” (1638), Galileo Galilei a prezentat o soluție ingenioasă pentru a urmări rostogolirea unei bile pe un plan înclinat: a imaginat un sistem cu clopoței așezați la distanțe speciale pe un plan înclinat, astfel încât bila, care se mișcă cu accelerație constantă, să îi lovească la intervale de timp egale. El a presupus că bila parcurge distanțe din ce în ce mai mari în același interval de timp, ceea ce ar implica ideea că viteza crește uniform. În acest caz, distanța parcursă ar fi proporțională cu pătratul timpului.

**3. Mișcarea circulară uniformă**

În viața de zi cu zi întâlnim numeroase exemple de mișcare circulară: rotația paletelor unui ventilator, mișcarea unui punct de pe marginea unei roți sau deplasarea cabinelor unei roți panoramice. Pentru descrierea acestor mișcări sunt necesare mărimi fizice specifice, pe care le vom studia în această lecție.

**...provocare**

Un disc de pick-up se rotește cu 33 de rotații pe minut, iar un motor de mașină face 3000 de rotații pe minut. Ce înseamnă o „rotație pe minut”? Cum exprimi matematic cât de repede se rotește un corp? Cum descrii poziția unui punct de pe disc la un moment dat?

...experiment

Leagă un dop de cauciuc cu o sfoară. Vei avea nevoie de un cronometru (telefon).

Rotește uniform dopul legat de sfoară în plan orizontal. Cronometrează 10 rotații complete și înregistrează timpul. Observă că dopul parcurge mereu același arc în același interval de timp. Ce observi despre traiectorie? Ce se menține constant în mișcare? Menține aceeași lungime a sforii și încearcă să menții aceeași viteză și să păstrezi aceeași traiectorie.

Traectoria este un cerc, dopul revine periodic în aceeași poziție. Modulul vitezei rămâne constant, dar direcția vitezei se schimbă la fiecare moment. Aceasta nu este o mișcare rectilinie uniformă!

...reține

Mișcarea circulară este uniformă dacă viteza mobilului este constantă în modul, adică mobilul descrie arce de cerc egale în intervale de timp egale.

Vectorul viteză este totdeauna tangent la traiectorie, rămâne constant în modul în timpul mișcării circulare uniforme, dar își schimbă permanent direcția (fig. 1).

Vectorul de poziție $\vec{r} = \overrightarrow{OA}$ dus din centrul cercului până la mobil se mai numește **raza vectorie** a mobilului.

În timpul mișcării, raza vectorie își schimbă permanent direcția, descriind unghiuri la centru succesive, iar vectorul viteză este permanent perpendicular pe raza vectorie a mobilului (fig. 1).

Mișcarea circulară uniformă este o **mișcare periodică** deoarece se repetă identic după parcurgerea întregului cerc, la intervale egale de timp.

Perioada mișcării circulare uniforme reprezintă intervalul de timp necesar efectuării unei rotații complete (mobilul parcurge circumferința cercului). Se notează cu T . Unitatea de măsură în SI este secunda (s).

O caracteristică a mișcării circulare uniforme, folosită mai des în practică, este **turația sau frecvența de rotație**, care reprezintă numărul de rotații efectuate în unitatea de timp (1 s).

Frecvența și perioada sunt mărimi invers proporționale:

$$T \cdot \nu = 1 \Rightarrow \nu = \frac{1}{T}, \quad T = \frac{1}{\nu}.$$

Frecvența (ν) se măsoară în 1/s sau s^{-1} . În tehnică, această mărime este numită adesea **turație** (notată cu n) și se exprimă frecvent în rotații pe minut (rot/min sau rpm); (1 rot/s = 60 rot/min).

Poziția unui mobil pe cerc poate fi determinată cu ajutorul coordonatei curbilinii care măsoară lungimea arcului de cerc de la un punct origine O , considerată pozitivă în sensul trigonometric (antiorar).

Fie mobilul în punctul $A_0(l_0)$ la momentul inițial $t = t_0$ și în punctul $A(l)$ la momentul t (fig. 2). În mișcarea circulară uniformă, **arcele de cerc parcurse sunt direct proporționale cu intervalele de timp necesare parcurgerii lor** ($l \sim \Delta t$). Raportul constant dintre arcul parcurs și timp definește modulul vitezei liniare:

$$\text{viteza liniară (m/s)} \quad \nu = \frac{\Delta l}{\Delta t} = \frac{l - l_0}{t - t_0} = \text{constant}$$

lungimea arcelor (m)

interval de timp (s)

$$\Rightarrow l = l_0 + \nu \cdot (t - t_0) \quad (1)$$

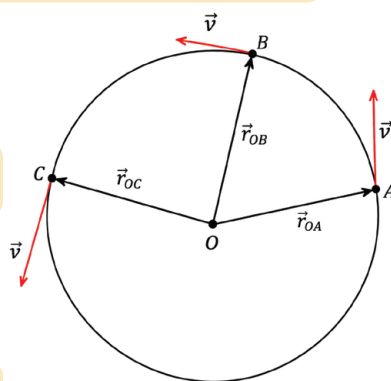


Fig.1 Vectorul viteză este tangent la traiectorie și perpendicular pe raza vectorie

Pentru descrierea mișcării circulare este util să precizezi poziția corpului pe cerc. Poziția se descrie cu ajutorul *coordonatei unghiulare*.

Coordonata unghiulară reprezintă unghiul format de raza vectorie cu o direcție de referință dată.

Se notează cu θ (litera grecească „teta”).

Dacă la momentul t_0 poziția pe cerc a mobilului este precizată prin unghiul θ_0 , iar la momentul t prin unghiul θ , atunci $\theta - \theta_0 = \Delta\theta$ se numește **deplasare unghiulară** (analogul deplasării Δx din mișcarea rectilinie). Dependența de timp a unghiului θ sau a deplasării unghiulare reprezintă **legea mișcării circulare**, și se scrie:

$$\theta = \theta(t)$$

Între deplasarea unghiulară $\Delta\theta$, lungimea arcului parcurs de mobil și raza cercului pe care acesta se mișcă, există relația:

$$\Delta\theta = \frac{\Delta l}{R} \quad (2)$$

Radianul este un unghi la centru care subîntinde un arc de cerc egal cu raza cercului.

Cum unghiul total de 360° subîntinde toată lungimea cercului care cuprinde **2π raze**, rezultă că unghiul de 360° are 2π radiani, deci

$$1 \text{ rad} = \frac{360^\circ}{2\pi} = \frac{180^\circ}{\pi} = 57^\circ 17' 44'', 8$$

Conversii importante:

- O rotație completă (360°) = 2π rad $\approx 6,28$ rad
- $180^\circ = \pi$ rad $\approx 3,14$ rad
- $90^\circ = \frac{\pi}{2}$ rad $\approx 1,57$ rad

Relația de conversie este: $\theta(\text{rad}) = \theta(\text{grade}) \cdot \frac{\pi}{180}$

În fiecare secundă, mobilul descrie arce de cerc egale; deci și unghiuri la centru egale. O caracteristică unghiulară a mișcării circulare este viteza unghiulară.

Viteza unghiulară reprezintă raportul dintre deplasarea unghiulară și intervalul de timp în care aceasta are loc.

$$\omega = \frac{\Delta\theta}{\Delta t} \quad (3) \quad \langle \omega \rangle_{st} = \frac{\text{rad}}{\text{s}}$$

În mișcarea circulară uniform, $\omega = \text{constant}$. Într-o mișcare circulară oarecare (neuniformă), unghiul la centru măsurat de raza vectorie, raportat la unitatea de timp (adică viteza unghiulară momentană), nu este constant, ci variază în timp.

Vom studia în continuare numai mișcarea circulară uniformă. Din relația (3) rezultă:

$$\text{viteza unghiulară (rad/s)} \quad \omega = \frac{\theta - \theta_0}{t - t_0} \quad \text{unghi la centru (rad)} \quad (4)$$

interval de timp (s)

$$\Rightarrow \theta = \theta_0 + \omega \cdot (t - t_0) \quad (5)$$

Relația (5) reprezintă **legea mișcării circulare uniforme** exprimată prin mărimi unghiulare (ω va fi negativ dacă mobilul se mișcă în sens orar).

În relația (2), prin împărțirea cu Δt , obținem: $v = \frac{\Delta l}{\Delta t} = R \cdot \frac{\Delta\theta}{\Delta t} = R \cdot \omega \quad (6)$

Raportul dintre viteza liniară și raza traiectoriei rămâne constant pentru orice punct și este egal cu viteza unghiulară, adică viteza liniară a mobilului este cu atât mai mare cu cât raza cercului pe care el se mișcă este mai mare.

$$\text{viteza unghiulară (rad/s)} \quad \omega = \frac{v}{R} = \text{constant} \quad \begin{array}{l} \text{viteza liniară (m/s)} \\ \text{raza cercului pe care se mișcă mobilul (m)} \end{array}$$

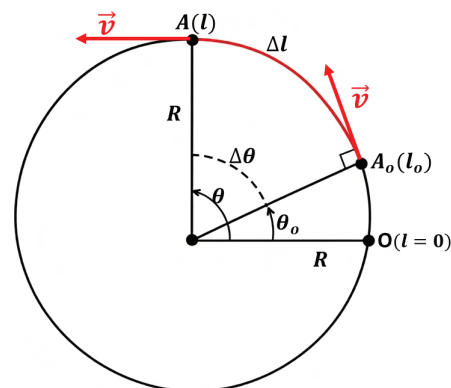


Fig. 2 În mișcarea circulară uniformă:

$$\begin{aligned} l &= l_0 + v(t - t_0) \\ \theta &= \theta_0 + \omega \cdot (t - t_0) \end{aligned}$$

Accelerația centripetă (sau normală)

În mișcarea circulară uniformă direcția vectorului viteză se modifică în fiecare moment. Vectorul viteză fiind variabil, acest lucru duce la apariția unei accelerații. În intervalul de timp $\Delta t = t_2 - t_1$, vectorii viteză $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ au modulele egale: $v_1 = v_2 = v$ și variază ca direcție, astfel că variația vectorului viteză este $\Delta \vec{v} = \vec{v}_2 - \vec{v}_1$, iar vectorul accelerație este:

$$\vec{a}_{cp} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t}$$

Pentru a calcula variația vectorului viteză $\Delta \vec{v}$, aplici regula de scădere vectorială. În figura 3, triunghiul MNP , construit cu vectorii viteză $\vec{v}_1$ și $\vec{v}_2$ și vectorul variația vitezei $\Delta \vec{v}$, este asemenea cu triunghiul ABC , format de vectorii de poziție $\vec{r}_1$ și $\vec{r}_2$ și vectorul deplasare $\Delta \vec{r}$. Modulele vectorilor de poziție $\vec{r}_1$ și $\vec{r}_2$ sunt egale cu raza cercului ($r_1 = r_2 = R$).

Coarda Δr se poate aproxima cu arcul de cerc BC , unghiul $\Delta \theta$ fiind suficient de mic.

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta l}{R}$$

$$\Delta v = v \cdot \Delta \theta$$

Prin împărțire cu Δt se obține:

$$\frac{\Delta v}{\Delta t} = v \cdot \frac{\Delta \theta}{\Delta t} \Rightarrow a_{cp} = v \cdot \omega \quad (7)$$

Prin compararea relațiilor (6) și (7), obținem: $a_{cp} = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R}$.

Vectorul accelerație are direcția razei traiectoriei și este orientat spre centrul cercului (fig. 4). Din acest motiv, această accelerație se numește **accelerație centripetă**.

$$\vec{a}_{cp} = -\omega^2 \cdot \vec{r}$$

Deoarece este perpendiculară (normală) pe tangenta la traiectorie (pe viteza în punctul respectiv), această accelerație se mai numește și **accelerație normală**.

Pentru a sintetiza noțiunile studiate și a evidenția legăturile dintre principalele mărimi fizice caracteristice mișcării circulare uniforme, vei analiza în tabelul următor simbolurile mărimilor fizice, relațiile matematice și unitățile lor de măsură în SI.

Mărimie	Simbol/Formula	Unitate SI
Coordonata unghiulară	$\theta = l/R$	rad
Perioada	$T = 1/\vartheta = 2\pi/\omega$	s
Frecvența	$\nu = 1/T$	Hz = s ⁻¹
Viteza unghiulară	$\omega = \Delta\theta/\Delta t = 2\pi/T$	rad/s
Viteza liniară	$v = \omega \cdot R$	m/s
Accelerația centripetă	$a_{cp} = \omega^2 \cdot R = \frac{v^2}{R}$	m/s ²

Fig. 4 Orientarea vectorului accelerație centripetă

...problemă rezolvată – Roata de bicicletă

O roată de bicicletă cu raza $R = 35$ cm se rotește uniform cu frecvența $\nu = 3$ s⁻¹. Determină:

- a)** perioada T ; **b)** viteza unghiulară ω ; **c)** viteza liniară a unui punct de pe jantă;
d) accelerația centripetă a unui punct de pe jantă. Consideră $\pi^2 \approx 10$.

Rezolvare:

$$R = 0,35 \text{ m}$$

$$\vartheta = 3 \text{ s}^{-1}$$

$$\text{a) } T = ?$$

$$\text{b) } \omega = ?$$

$$\text{c) } v = ?$$

$$\text{d) } a_{cp} = ?$$

$$\text{a) } T = \frac{1}{\nu} \Rightarrow T = \frac{1}{3} \text{ s} \cong 0,33 \text{ s}$$

$$\text{b) } \omega = 2\pi \cdot \nu \Rightarrow \omega = 2\pi \cdot 3 = 6\pi \cong 18,85 \text{ rad/s}$$

$$\text{c) } v = R \cdot \omega \Rightarrow v = 0,35 \cdot 6\pi \cong 6,6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$\text{d) } a_{cp} = \omega^2 \cdot R \Rightarrow a_{cp} = (6\pi)^2 \cdot 0,35 \cong 126 \text{ m/s}^2$$

...verifică înțelegerea

1. De ce accelerația centripetă există chiar și atunci când modulul vitezei rămâne constant? Ce se modifică, de fapt, în cazul vectorului viteză?
2. Un punct aflat pe marginea unei roți și un punct aflat mai aproape de centru efectuează aceeași rotație în același timp. Ce poți spune despre viteza liniară și viteza unghiulară?
3. Două puncte materiale se deplasează pe cercuri de raze diferite, dar au aceeași viteză unghiulară. Care dintre ele are viteza liniară mai mare? Justifică răspunsul.

Proiect integrator - Analiza unui carusel

Filmează sau caută online o filmare cu un carusel (sau roată de mână). Urmărind un punct marcat, extrage din filmare perioada T și raza R . Calculează ω , v și a_{cp} . Compară valorile obținute cu accelerația gravitațională $g = 9,8 \text{ m/s}^2$. Realizează un mini-raport (circa 1 pagină, tabele, grafic) conform structurii: scop, metoda, date, calcule, concluzie.

INVESTIGAȚIE 1

Determinarea vitezei medii în mișcarea rectilinie

În jurul nostru observăm permanent corpuri aflate în mișcare: oameni, biciclete, autoturisme, păsări sau avioane. Deși aceste mișcări par foarte diferite, ele pot fi descrise cu ajutorul aceluiași mărimi fizice: **distanța parcursă, durata mișcării și viteza medie**.

În această investigație vei determina viteza medie a unei persoane în diferite situații și vei observa cum aceasta se modifică în funcție de modul în care persoana se deplasează.

...de amintit

Rapiditatea mișcării unui corp este descrisă de o mărime fizică numită *viteză medie* (v_m), care se calculează cu relația: $v_m = \frac{d}{\Delta t}$, unde d este distanța parcursă, iar Δt este durata mișcării.



Întrebarea de investigat:

O persoană se deplasează mai repede atunci când merge cu pași mari sau atunci când merge cu pași mici?

Ipoteză

Scrive în caiet ipoteza ta. Precizează ce variantă consideri că va conduce la o viteză mai mare și explică, pe scurt, de ce crezi acest lucru. La finalul investigației vei compara ipoteza formulată cu rezultatele obținute.

Proiectarea experimentului:

1. **Materiale necesare:** ruletă, cronometru, bandă de hârtie adezivă, un voluntar;

2. Identificarea variabilelor

VARIABILA INDEPENDENTĂ	VARIABILA DEPENDENTĂ	VARIABLE CONTROLATE
Modul de deplasare a voluntarului: 1. cu pași mici 2. cu pași mari	Durata mișcării (pentru distanța parcursă)	• aceleași distanțe măsurate • aceeași suprafață • același voluntar • deplasare fără alergare

3. Modul de lucru:

- Măsoară cu ruleta o distanță dreaptă de 15 m pe holul școlii sau în curte.
- Marchează cu bandă adezivă linia de START, apoi reperele de la 5 m, 10 m și 15 m.
- Așază voluntarul la linia de start și pregătește cronometrul.
- La semnalul „Start!” pornește cronometrul. Voluntarul va începe mișcarea, deplasându-se cu pași mici, cât de repede poate, fără a alerga.
- Oprește cronometrul când voluntarul ajunge la reperul de 5 m și notează durata deplasării.
- Repetă măsurarea pentru 10 m și 15 m.
- Reia experimentul în aceleași condiții, schimbând doar modul de deplasare a voluntarului (cu pași mari, fără a alerga).
- Notează toate valorile măsurate în tabel.



Înregistrarea datelor experimentale:

Completează valorile măsurate în coloanele 3 și 7 ale unui tabel de tipul:

Modul de deplasare	Distanța (m)	Durata (s)	Viteza medie (m/s)	Modul de deplasare	Distanța (m)	Durata (s)	Viteza medie (m/s)
Cu pași mici	5			Cu pași mari	5		
	10				10		
	15				15		



Prelucrarea și analiza datelor experimentale

- Calculează viteza medie a voluntarului, pentru fiecare distanță parcursă și fiecare mod de deplasare. Trece valorile obținute în coloanele corespunzătoare.
- Trasează în același sistem de axe graficul distanței parcurse în funcție de timp, pentru ambele moduri de deplasare (folosește culori diferite).

Întrebare de reflecție: Ce reprezintă panta graficului $d = f(t)$?



Formularea concluziilor

Analizează valorile obținute pentru viteza medie în fiecare caz. Notează concluziile tale și compară-le cu ipoteza formulată

...întrebări de reflecție

1. Timpul de reacție al operatorului care apasă pe cronometru este de aproximativ 0,2 s. În care dintre cele trei măsurări (5 m, 10 m, 15 m) această întârziere alterează (afectează) cel mai mult valoarea calculată a vitezei medii? Justifică răspunsul tău
2. De ce este important ca variabilele controlate să rămână constante?
3. Crezi că rezultatele ar fi fost diferite dacă experimentul ar fi fost realizat cu un alt voluntar? Explică.
4. Cum s-ar modifica viteza medie dacă distanța parcursă ar crește, iar timpul ar rămâne același? Dar dacă distanța parcursă rămâne aceeași și timpul crește?

Curiozități...

Cea mai mare viteză atinsă de un om este de aproximativ 12,4 m/s (peste 44 km/h), și a fost înregistrată la Campionatele Mondiale de Atletism din 2009, în cursa de 100 m plat, de sportivul jamaican Usain Bolt.

INVESTIGAȚIE 2

Studiul experimental al mișcării circulare uniforme – Temă de portofoliu

Situația problemă

Ai observat vreodată picăturile de noroi aflate pe roata unui camion aflat în mișcare?

În situația în care camionul se mișcă suficient de încet sau dacă vei filma roata cu încetinitorul, vei descoperi un fenomen interesant: picăturile care se desprind din puncte aflate la aceeași înălțime față de sol, dar la distanțe diferite față de axul de rotație, au traiectorii diferite. Cele mai depărtate de ax sunt aruncate mai sus și mai departe!

Cum se explică această diferență?



Sarcini de lucru

Parcurge următorii pași pentru a rezolva situația-problemă, valorificând experiența dobândită în lecțiile anterioare:

- Proiectează și realizează independent un experiment pentru a studia mișcarea circulară uniformă.
- Validează rezultatele obținute, analizându-le împreună cu profesorul și colegii de clasă.
- Redactează un referat științific cu concluziile tale și include-l în portofoliul personal.

Repere pentru realizarea sarcinii de lucru:



Formularea întrebării de investigat

- Identifică mărimea fizică ce ar putea explica diferența observată în comportamentul picăturilor de noroi – **variabila dependentă**.
- Identifică mărimea fizică ce caracterizează poziția punctului pe roată – **variabila independentă**.
- Formulează întrebarea astfel încât să exprime o relația între aceste mărimi și să poată fi verificată experimental.

Exemplu: Cum se modifică (**variabila dependentă**) când (**variabila independentă**) crește?



Formularea ipotezei

- Formulează o ipoteză care anticipează relația dintre mărimile studiate.
- Argumentează ipoteza folosind observații din viața reală (de exemplu, comportamentul picăturilor de noroi)

Exemplu: Dacă crește, atunci deoarece



Proiectarea experimentului

1. Stabilește materialele necesare. Alege materiale simple, ușor de procurat.

Exemplu:

- pentru realizarea mișcării de rotație: un ventilator pe o treaptă fixă/un disc rotativ/o roată de bicicletă suspendată/platoul unui cuptor cu microunde etc.
- pentru marcarea punctelor ce vor fi observate: marker/bandă adezivă/autocolante/magneți etc.

- c. pentru măsurarea distanței față de centrul de rotație: riglă/ruletă
 - d. pentru măsurarea timpului: cronometru/telefon
 - e. pentru fixarea și stabilizarea montajului (dacă este necesar): suport, ac, creion, sfoară etc.
2. *Notează variabilele.* Precizează:
- variabila independentă – ce modifici;
 - variabila dependentă – ce urmărești;
 - variabilele controlate – ce menții constant.
3. *Stabilește modul de lucru.* Descrie clar dispozitivul experimental și modul în care vei colecta datele experimentale. Precizează:
- ce mărimi fizice vei măsura direct;
 - ce mărimi fizice vei calcula și ce relații fizice vei utiliza;
 - câte puncte distincte vei observa (minim 3);
 - cum vei organiza datele experimentale.



Exemplu:

punctul	R (m)	N	t (s)	$T = \frac{t}{N}$ (s)	$v = \frac{N}{t}$ (s ⁻¹)	$d = 2\pi R$ (m)	$v = \frac{d}{T}$ (m/s)
A							
B							
C							

- dacă vei repeta măsurările și vei analiza sursele de eroare și precizia experimentului



Analiza și interpretarea datelor experimentale:

1. *Analizează datele din tabel.* Răspunde la următoarele întrebări:
 - Ce legătură observi între perioadele de rotație (T) ale punctelor A, B și C? Dar între frecvențe? Cum explici?
 - Ce poți spune despre valorile vitezelor liniare ale punctelor A, B, C? Sunt ele dependente de distanța față de centru?
2. *Reprezintă grafic*, pe baza datelor din tabel, dependența vitezei liniare a unui punct aflat în mișcare circulară uniformă de distanța R față de centrul de rotație.
3. *Interpretează graficul obținut.* Analizează graficul obținut și răspunde la următoarele întrebări:
 - Ce formă are graficul?
 - Care este semnificația fizică a pantei graficului ($\tan \alpha = \frac{v}{R}$)?
 - Cum se modifică viteza liniară a unui punct aflat în mișcare circulară uniformă atunci când raza traiectoriei crește?



Formularea concluziilor

1. *Formulează concluziile studiului tău*, corelând teoria cu datele experimentale.
2. *Precizează sursele de eroare și limitele experimentului.*
3. *Explică clar*, pe baza dovezilor experimentale obținute și a cunoștințelor anterioare, de ce picăturile de noroi de pe marginea roții unui camion sunt proiectate mai sus și mai departe decât cele de lângă ax.



Realizarea referatului științific

1. Redactează referatul utilizând un limbaj științific clar și corect.
2. Verifică structura referatului realizat cu ajutorul tabelului de mai jos

Sarcina de lucru	da	nu
Am ales un titlu sugestiv și clar pentru investigația științifică derulată.		
Am redactat cadrul teoretic al investigației, incluzând definițiile și formulele fizice folosite.		
Am formulat întrebarea de investigat în legătură cu situația-problemă.		
Am stabilit ipoteza de lucru privind dependența vitezei liniare de rază.		
Am descris dispozitivul experimental, adăugând lista de materiale folosite și o schemă sau o fotografie a acestuia.		
Am detaliat modul de lucru.		
Am inclus tabelul de date experimentale în care am înregistrat toate mărimile fizice măsurate și determinate în cadrul investigației.		
Am trasat graficul de variație a vitezei liniare în funcție de rază.		
Am analizat și interpretat datele, evidențiind legătura dintre mărimi.		
Am formulat concluziile finale și am explicat situația-problemă.		

Reflecție finală și autoevaluare

Acordă-ți un punctaj de la 1 la 5 pentru fiecare dintre afirmațiile de mai jos, unde: 1 = total dezacord, 5 = total de acord.

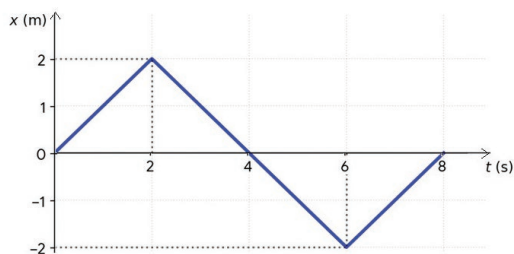
Aspecte privind propria învățare	Notă
Am înțeles clar legătura dintre situația reală (noroiul de pe roată) și teoria mișcării circulare uniforme.	
Mi-a fost ușor să proiectez singur investigația.	
Mi-a fost ușor să analizez datele experimentale și să formulez concluzii.	
Mi-a fost ușor să realizez referatul științific al investigației.	
Sunt mulțumit/mulțumită de calitatea și conținutul referatului meu științific.	

Interpretarea punctajului obținut prin autoevaluare:

- **5–10 puncte** – Nu dispera! Nu e nimic în neregulă cu tine! Ai nevoie doar de mai mult sprijin pentru înțelegerea și realizarea unei investigații experimentale. Reia etapele activității și discută cu profesorul sau colegii aspectele pe care nu le-ai înțeles suficient.
- **11–15 puncte** – Se poate și mai bine! Ai încă nevoie de sprijin pentru a înțelege unele aspecte ale investigației științifice. Discută cu colegii și profesorul tău pentru a clarifica sarcinile de lucru la care ai întâmpinat dificultăți!
- **16–20 puncte** – Ești pe drumul cel bun! Ai realizat majoritatea sarcinilor de lucru! Ai nevoie doar de mai mult exercițiu! Gândește-te și la alte investigații pe care le poți proiecta singur și le poți realiza cu materiale la îndemână.
- **21–25 puncte** – Continuă în același mod! Ai demonstrat că poți proiecta și realiza o investigație experimentală, poți interpreta corect datele obținute și poți formula concluzii argumentate științific. Încearcă să dezvolti investigații tot mai complexe și să explici fenomene fizice din viața reală folosind ceea ce ai învățat.

PROBLEME PROPUSE

1. Mișcarea rectilinie și uniformă a unui pieton care traversează o stradă este descrisă de ecuația de mișcare $x = 3t - 2$ (m), unde coordonata x este exprimată în metri, iar timpul t în secunde. Află:
 - a. reprezentarea grafică a legii de mișcare $x = f(t)$ în intervalul $t \in (0; 2)$ s;
 - b. semnificația fizică a punctelor de intersecție ale graficului cu axele de coordonate;
 - c. viteza pietonului.
2. Un autovehicul execută o mișcare rectilinie uniformă efectuând o manevră în marșarier de-a lungul axei Ox , deplasându-se în sens contrar axei cu viteza constantă $v = -2$ m/s. La momentul inițial, acesta pornește dintr-un punct situat la coordonata $x_0 = 4$ m. Află:
 - a. ecuația coordonatei autovehiculului;
 - b. momentul de timp când autovehiculul trece prin originea axei de coordonate;
 - c. distanța parcursă de acesta în primele 10 s de la începerea mișcării.
3. Un atlet aleargă pe o pistă dreaptă trecând prin diverse puncte de control. Graficul mișcării sale prezintă patru etape distincte:



Află:

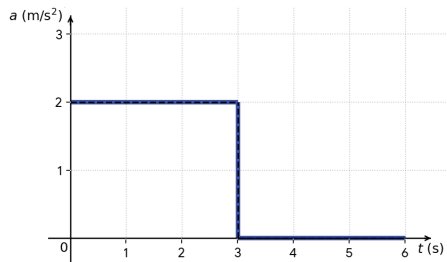
- a. vitezele de mișcare ale atletului în cele patru etape distincte ale deplasării;
 - b. distanța totală parcursă de atlet pe parcursul întregului antrenament $t \in (0; 8)$ s;
 - c. viteză medie în modul pe întregul interval de timp.
4. Pe o pistă dreaptă, două mașinuțe telecomandate se deplasează una spre cealaltă. Pozițiile lor față de punctul de start sunt date de legile $x_1 = 2 + 3t$ și $x_2 = 5 - 2t$. Află momentul și locul întâlnirii lor, folosind atât metoda grafică, cât și metoda analitică.
 5. O mașină electrică autonomă frânează automat la întâlnirea unui obstacol. Ecuația mișcării unei

mașini electrice care frânează pe o pistă de testare este dată de relația: $x = -2t^2 + 12t + 5$ (m)

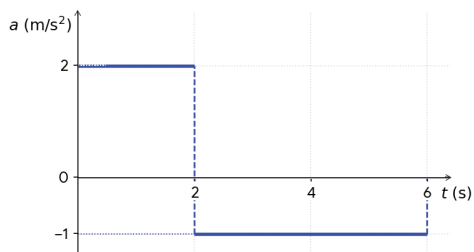
- a. Află viteza inițială a mașinii, accelerația acesteia și momentul de timp la care se oprește complet.
 - b. Află coordonata mașinii la momentul $t = 2$ s de la începerea frânării.
6. O rachetă de semnalizare este lansată vertical în sus de pe o platformă marină. Legea de mișcare a rachetei pe axa verticală Oy este descrisă de ecuația: $y = -5t^2 + 30t + 10$ (m)
 - a. Află ecuația vitezei rachetei și reprezintă grafic funcția vitezei în intervalul de timp $t \in (0; 3)$ s.
 - b. Află ce reprezintă din punct de vedere fizic intersecția curbei (drepte) vitezei cu axa orizontală a timpului Ot . Calculează acest moment de timp.
 - c. Află ce reprezintă fizic aria geometrică cuprinsă între dreapta vitezei, axa timpului și axa vitezei în intervalul $t \in (0; 3)$ s.
 7. O motocicletă electrică se deplasează pe o pistă rectilinie cu viteza constantă $v_0 = 108$ km/h. Pilotul observă un obstacol și frânează uniform, până la oprirea completă, într-un interval de timp $\Delta t = 30$ s. Află:
 - a. accelerația motocicletei în timpul frânării;
 - b. distanța parcursă de motocicletă din momentul începerii frânării până la oprire;
 - c. viteza medie a motocicletei pe întreaga durată a frânării.
 8. Un snowboarder coboară liber, uniform accelerat, o pistă înclinată cu lungimea $l = 60$ m într-un interval de timp $t = 10$ s. Află:
 - a. accelerația cu care coboară snowboarderul pe pistă;
 - b. viteza pe care o are acesta la baza pantei înclinate;
 - c. distanța parcursă în virtutea inerției, dacă mișcarea continuă pe o suprafață orizontală de nisip cu accelerația $a_1 = -9$ m/s² până la oprire.
 9. Un tren de mare viteză parcurge distanța dintre două stații consecutive în timpul total $t = 3$ min. Trenul pornește din repaus din prima stație, accelerează uniform cu o accelerație $a_1 = 1$ m/s² până atinge viteza maximă $v_{max} = 216$ km/h, se deplasează o perioadă uniform, iar apoi frânează uniform cu o accelerație al cărei modul este egal cu cel al accelerației inițiale $|a_2| = 1$ m/s², oprindu-se în cea de-a doua stație. Află:
 - a. distanța pe care accelerează trenul;
 - b. distanța parcursă de tren în mod uniform;
 - c. distanța dintre cele două stații.

10. Un prototip de mașină electrică pornește din repaus la momentul $t_0 = 0$ s și se deplasează de-a lungul unei piste rectilinii. Graficul de mai jos reprezintă evoluția accelerației mașinii în funcție de timp, pe durata a 6 s.

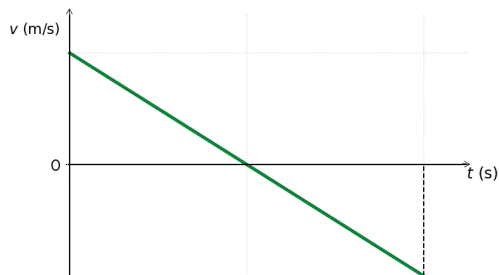
Considerând datele din grafic, află:



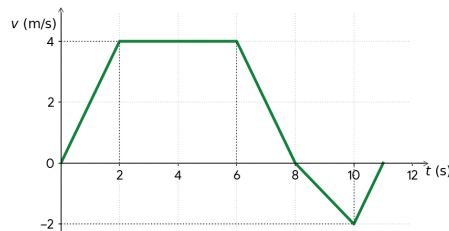
- tipul mișcării mașinii pe cele două intervale de timp: $t \in (0; 3)$ s și $t \in (3; 6)$ s ;
 - valoarea vitezei instantanee a mașinii la momentul de timp $t_1 = 3$ s ;
 - distanța totală parcursă de mașină în intervalul de timp $t \in (0; 6)$ s.
11. O trotinetă electrică pornește din repaus, în linie dreaptă, pe o pistă de testare, de la coordonata inițială $x_0 = 0$ m. Dependența accelerației trotinetei în funcție de timp este prezentată în graficul alăturat. Considerând datele din grafic, află:



- viteza maximă atinsă de trotinetă în timpul mișcării.
 - modulul vitezei instantanee a trotinetei la momentul de timp $t = 4$ s.
 - distanța totală parcursă de trotinetă din momentul pornirii până la oprirea completă a acesteia.
 - viteza medie a trotinetei pe întregul interval de timp al mișcării (0 s – 6 s).
12. Explică cum se deplasează un mobil, dacă viteza variază în funcție de timp ca în figura alăturată?



13. În graficul de mai jos este reprezentată dependența vitezei unui schior de fond în funcție de timp, $v = f(t)$, în timpul unei porțiuni dintr-un antrenament desfășurat pe o pistă rectilinie. Considerând că la momentul inițial schiorul se află în originea axei pozițiilor $x_0 = 0$ m, află:



- valoarea vitezei instantanee a schiorului la momentul de timp $t_1 = 1$ s și valoarea accelerației acestuia în intervalul de timp (6; 8) s ;
 - distanța totală parcursă de schior pe întregul interval de timp al mișcării (0; 11) s ;
 - coordanata x a schiorului la momentul final $t_f = 11$ s ;
 - viteza medie (vectorială) și viteza medie în modul (viteză medie scalară) pe întregul interval de timp $t \in (0; 11)$ s.
14. Un tren se deplasează uniform și rectiliniu. La un moment dat, se desprinde ultimul vagon care, mișcându-se uniform încetinit, parcurge până la oprire $d = 250$ m. Ce distanță D parcurge trenul, considerând că în urma desprinderii vagonului, viteza trenului nu se modifică?
Rezolvă problema prin metoda grafică.
15. O roată cu diametrul de 100 cm se rotește uniform astfel încât un punct de pe circumferința sa are viteza liniară de 10π m/s. Determină:
- frecvența de rotație;
 - perioada de rotație;
 - viteza unghiulară;
16. Ce rază minimă de viraj poate lua un biciclist, cu viteza $v = 24$ km/h, dacă unghiul maxim de înclinare poate fi $\alpha = 30^\circ$?

TEST DE EVALUARE



I. (1p) Citește următoarele enunțuri. Dacă apreciezi că enunțul este adevărat, scrie litera A în dreptul numărului de ordine al enunțului. Dacă apreciezi că enunțul este fals, scrie litera F.

1. Dacă vectorul viteză și vectorul accelerație au sensuri opuse, mobilul își mărește viteza.	
2. În mișcarea rectilinie uniform variată, accelerația medie este egală cu accelerația momentană în orice moment de timp.	
3. Aria suprafeței cuprinse între graficul vitezei $v = f(t)$ și axa timpului este numeric egală cu distanța parcursă de mobil, indiferent de tipul mișcării rectilinii.	
4. Dacă poziția unui mobil evoluează după legea $x(t) = -5 + 2t^2$ (m), mobilul trece prin originea axei de coordonate la momentul $t = 2,5$ s	

II. (2p) Pentru fiecare item de mai jos, încercuiește, pe foaia de test, litera corespunzătoare răspunsului corect. Fiecare item are un singur răspuns corect.

A. Un mobil se deplasează conform legii: $x(t) = 4 - 6t + 3t^2$ (m). Momentul schimbării sensului de mișcare se obține când viteza devine zero.

- a. $t = 0$ s; c. $t = 2$ s;
b. $t = 1$ s; d. $t = 4$ s.

B. Două mobile pornesc concomitent din același punct, pe aceeași direcție și în același sens. Primul se mișcă uniform cu viteza $v_1 = 10$ m/s, iar al doilea pornește din repaus cu accelerația constantă $a_2 = 2$ m/s². Mobilele se vor întâlni din nou după un timp de:

- a. 5 s; c. 20 s;
b. 10 s; d. 2,5 s.

C. Graficul vitezei unui mobil în funcție de timp este o dreaptă descrescătoare care intersectează axa timpului la $t = 4$ s. Dacă viteza inițială a fost $v_0 = 12$ m/s, accelerația mobilului este:

- a. -3 m/s²; c. -4 m/s²;
b. 3 m/s²; d. $-0,33$ m/s².

D. Ecuția lui Galilei este utilă în analiza MRUV deoarece permite determinarea parametrilor mișcării fără a cunoaște în mod explicit:

- a. accelerația corpului; d. viteza finală.
b. poziția inițială;
c. durata mișcării;

III. (2p) Completează spațiile libere

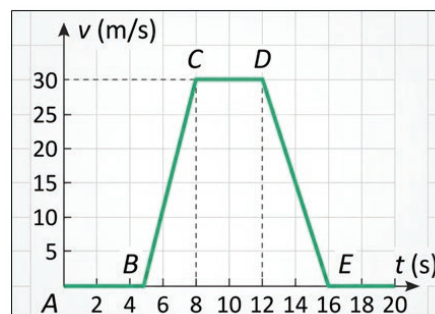
1. Pentru determinarea experimentală a legii mișcării unui mobil se folosește un, format dintr-un corp de referință, o riglă pentru coordonate spațiale și un cronometru pentru timp.
2. Dependența grafică a coordonatei în funcție de timp $x = f(t)$ în MRUV este o curbă numită parabolă. Dacă concavitatea acesteia este orientată în sus, înseamnă că mișcării este pozitivă.
3. În mișcarea plană, schimbarea direcției vectorului viteză arată faptul că mișcarea este În fiecare punct, viteza instantanee este orientată după direcția la traiectorie.

IV. (4p) Rezolvă următoarele probleme:

1. Un tren de pasageri frânează uniform la intrarea într-o stație. Pe parcursul ultimilor 62,5 m parcurși înainte de oprirea completă, viteza sa scade uniform timp de 5 s. Află:

- a. viteza trenului în momentul începerii intervalului de frânare menționat;
b. accelerația trenului.

2. Un autoturism electric parcurge o pistă orizontală rectilinie în cadrul unui test de performanță. Computerul de bord înregistrează evoluția vitezei sale în timp, generând diagrama din graficul alăturat. Află:

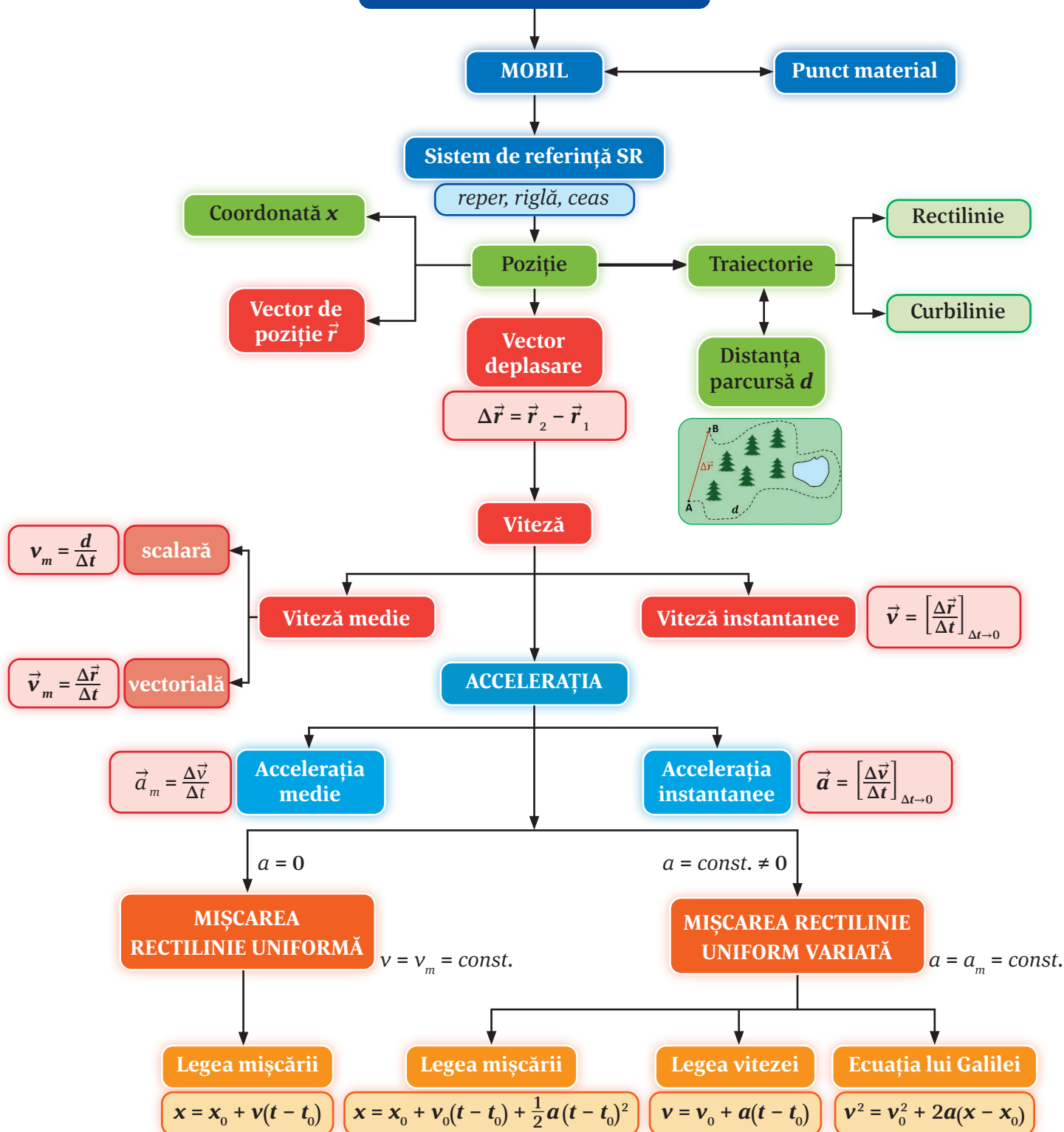


- a. modulul accelerațiilor mobilului pe porțiunile BC și DE, interpretând semnificația fizică a semnelor obținute;
b. distanța totală parcursă de autoturism în timpul mișcării în intervalul de timp $t \in (0 \text{ s}; 16 \text{ s})$;
c. viteza medie a autoturismului în intervalul de timp $t \in (0 \text{ s}; 16 \text{ s})$.

Observație: Se acordă 1 punct din oficiu.

HARTĂ CONCEPTUALĂ

MIȘCAREA MECANICĂ



PRINCIPIILE MECANICII NEWTONIENE ȘI APLICAREA ACESTORA



3

Podul Çanakkale, construit peste strâmtoarea Dardanele din nord-vestul Turciei, este una dintre marile realizări ale ingineriei moderne. El impresionează prin dimensiuni și prin faptul că are una dintre cele mai mari deschideri centrale din lume pentru un pod suspendat. Un astfel de pod nu este doar o construcție spectaculoasă, ci și un foarte bun exemplu pentru a înțelege cum acționează forțele asupra corpurilor. *Ce face ca un asemenea pod să rămână stabil? Ce forțe acționează asupra lui? Cum contribuie cablurile, pilonii și întreaga structură la susținerea podului?* Întrebări asemănătoare apar nu doar în cazul unor construcții uriașe, ci și în multe situații obișnuite din viața de zi cu zi. De fiecare dată când împingi un obiect, ridici un ghiozdan, mergi cu autobuzul sau frânezi pe bicicletă, interacțiunile dintre corpuri produc forțe care influențează mișcarea. De fapt, forțele sunt implicate în numeroase situații din viața de zi cu zi.

Principiile dinamicii newtoniene

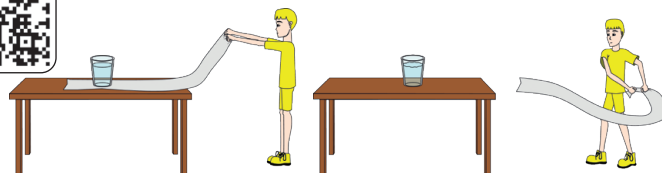
1. Principiul inerției

Cinematica este partea mecanicii care descrie mișcarea corpurilor, fără a analiza cauzele care o produc. **Dinamica** este ramura mecanicii care studiază legătura dintre forțe și mișcarea corpurilor, sau a sistemelor de corpuri. Fundamentul dinamicii îl constituie principiile mișcării formulate de Isaac Newton.

...provocare

Ai observat ce se întâmplă dacă tragi brusc de o față de masă pe care este așezat un pahar cu apă?

De ce paharul nu „pleacă” odată cu fața de masă? De ce este important să tragi brusc? Ce s-ar întâmpla dacă ai trage încet fața de masă?

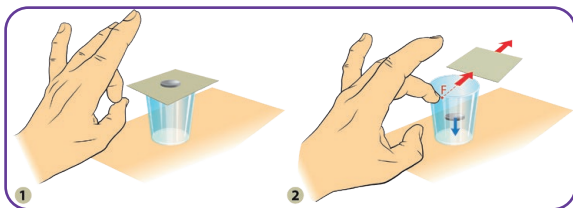


...de amintit

Inerția este proprietatea unui corp de a-și păstra starea de mișcare rectilinie și uniformă atâta timp cât rezultanta forțelor care acționează asupra lui este nulă.

Pentru a descrie mișcarea unui corp, vei folosi un **sistem de referință** alcătuit dintr-un corp de referință, un sistem de axe de coordonate și un dispozitiv de măsurare a timpului.

...experiment



Un experiment asemănător celui cu paharul așezat pe fața de masă poți realiza utilizând o monedă, o bucată de carton și un pahar. Așază cartonul exact peste deschiderea paharului, pune moneda deasupra, în centru, și lovește-l rapid, lateral cu degetul. Asupra cartonului acționează din partea degetului o forță orizontală mare, în timp ce asupra monedei acționează forța de frecare dintre monedă și carton. Forța de frecare acționează un timp foarte scurt, nefiind suficientă pentru a modifica starea de repaus a monedei. Moneda va cădea în pahar sub acțiunea forței de greutate. În concluzie, moneda tinde să rămână în repaus datorită inerției.



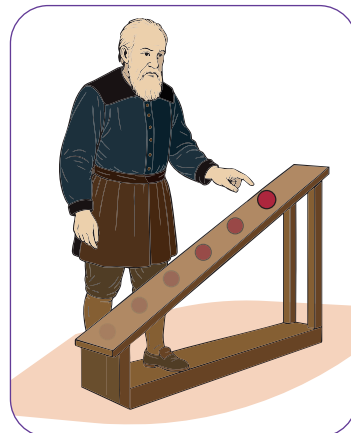
În cazul unui fotbalist care lovește cu piciorul o minge aflată în repaus, mingea începe să se miște deoarece asupra ei acționează o forță exterioară. După lovire, mingea continuă să se deplaseze, dar viteza ei scade treptat din cauza frecării cu solul și a rezistenței aerului, până când se oprește.

În concluzie, pentru a pune în mișcare un corp, pentru a-l opri sau pentru a-i modifica direcția vitezei, este necesară acțiunea unei forțe rezultante nenule.

Experimentul lui Galilei

Galileo Galilei a studiat mișcarea unei bile care se rostogolește pe un plan înclinat, apoi își continuă deplasarea pe o suprafață plană, cât mai netedă. El a observat că, pe măsură ce frecarea este redusă, de exemplu prin șlefuirea suprafeței, bila parcurge o distanță tot mai mare înainte de a se opri.

Pornind de la aceste observații, Galilei a dedus că oprirea bilei nu este o consecință firească a mișcării, ci efectul frecării. În absența frecării și a altor acțiuni exterioare care să-i modifice mișcarea, un corp aflat în mișcare rectilinie uniformă și-ar continua deplasarea pe termen nelimitat.



Această idee conduce la concluzia că repausul și mișcarea rectilinie uniformă sunt stări echivalente din punct de vedere fizic, în sensul că ambele se mențin atât timp cât asupra corpului nu acționează o forță rezultantă nenulă. Această concluzie stă la baza principiului inerției.

...de reținut

Orice corp își menține starea de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă atât timp cât rezultanta forțelor care acționează asupra sa este nulă.

Această idee a fost formulată inițial de Galileo Galilei și integrată de Isaac Newton în **primul principiu al dinamicii (lex prima)**.

Proprietatea corpurilor de a-și menține starea de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă se numește **inerție**. Mărimea fizică ce caracterizează inerția unui corp este **masa**. Cu cât masa unui corp este mai mare, cu atât inerția sa este mai mare și este mai dificil să-i fie schimbată starea de mișcare. În Sistemul Internațional, **unitatea de măsură** pentru masă este **kilogramul (kg)**. Kilogramul este o **unitate de măsură fundamentală**.

Manifestarea inerției pe piste cu forme diferite

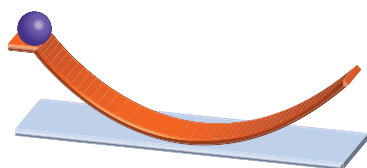


Fig. Deplasarea unei bile pe o pistă curbată urmată de o urcare pe plan

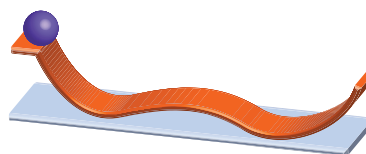


Fig. Deplasarea unei bile pe o pistă cu denivelări

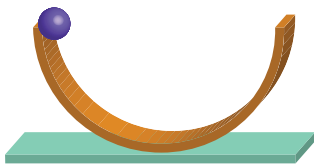


Fig. Deplasarea unei bile pe o pistă curbată

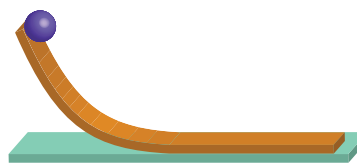


Fig. Deplasarea unei bile pe o pistă curbată urmată de una dreaptă

În imaginile de mai sus, bila se deplasează pe piste cu forme diferite: o pistă curbată urmată de o urcare, o pistă ondulată, o pistă în formă de U și o pistă curbată urmată de o porțiune dreaptă. În toate aceste situații, bila tinde, prin inerție, să-și păstreze starea de mișcare rectilinie uniformă – adică direcția și mărimea vitezei pe care le are la un moment dat. Totuși, pista o constrânge să-și modifice mișcarea. Pe o porțiune curbată, bila nu își schimbă direcția datorită inerției, ci datorită forței de contact exercitate de pistă. Prin inerție, bila tinde să continue mișcarea pe direcția vitezei instantanee, adică pe tangenta la traiectorie. Dacă pista ar dispărea brusc, bila și-ar continua mișcarea pe această direcție, nu după forma pistei. De aceea, când o mașină ia o curbă, pasagerii simt tendința de a continua mișcarea pe direcția inițială. Imaginile ilustrează faptul că un corp tinde să-și păstreze direcția și mărimea vitezei. Prin inerție, el tinde să se deplaseze rectiliniu și uniform, iar numai acțiunea forțelor de constrângere (pista) determină modificarea direcției mișcării.

Un sistem de referință în care este valabil principiul inerției se numește **sistem de referință inerțial (sau galileian)**. Într-un asemenea sistem, dacă rezultanta forțelor care acționează asupra unui corp este nulă, corpul rămâne în repaus sau se mișcă rectiliniu și uniform. Dacă un sistem de referință S' se mișcă rectiliniu și uniform față de un sistem de referință inerțial S , atunci și sistemul S' este inerțial.

În multe situații studiate la scară obișnuită, Pământul poate fi considerat cu bună aproximație sistem de referință inerțial. Această aproximație este suficientă pentru majoritatea problemelor de mecanică de la clasa a IX-a.

...verifică înțelegerea

Compară, din perspectiva principiului I al dinamicii, mișcarea pucului în hocheiul pe gheață și în hocheiul pe masa cu pernă de aer. În răspunsul tău, fă referire la forțele care acționează asupra pucului, la tipul de mișcare al acestuia și la durata deplasării sale.



2. Principiul fundamental al mecanicii newtoniene

Principiul I al lui Newton se referă la situațiile în care un corp își păstrează starea de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă. Există însă și situații în care viteza unui corp se modifică, fie prin schimbarea valorii sale, fie prin schimbarea direcției. Aceste situații sunt explicate de principiul al II-lea al dinamicii, care stabilește legătura dintre forța rezultantă, masa corpului și accelerația acestuia

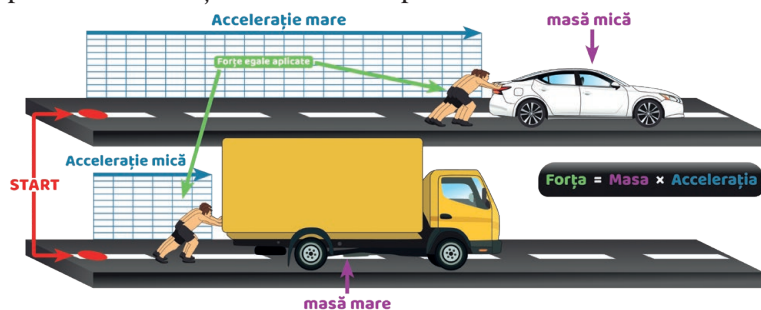
...de amintit

Interacțiunea reprezintă acțiunea reciprocă dintre două corpuri. Efectele acestei interacțiuni pot fi statice, atunci când corpurile se deformează, sau dinamice, atunci când se modifică starea lor de mișcare.

Mărimea fizică ce caracterizează interacțiunea dintre corpuri este *forța*, o mărime fizică vectorială. Prin acțiunea forțelor se poate modifica starea de repaus sau de mișcare a unui corp.

...experiment intuitiv

Compară accelerația produsă unui autoturism și, respectiv, unui camion atunci când asupra ambelor acționează o forță de aceeași mărime: În aceste condiții, autoturismul va avea o accelerație mai mare decât camionul, deoarece masa sa este mai mică.



...experimente

1. Accelerația este direct proporțională cu forța ($\frac{F}{a} \approx \text{constant}$)

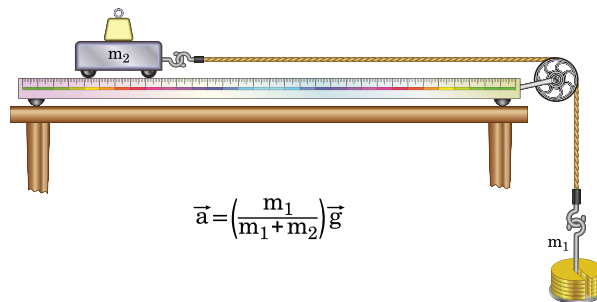
Modul de lucru:

1. Măsoară masa căruciorului + încărcătura inițială de pe el: m_2 .
2. Alege o masă marcată inițială m_1 (suport + greutate);
3. Stabilește o distanță de măsurare x (de exemplu, 1,00 m) pe șină.
4. Măsoară timpul de deplasare a sistemului.
5. Calculează accelerația (pornire din repaus), utilizând formula: $a = \frac{2x}{t^2}$.
6. Modifică forța, mărinde m_1 , astfel încât $m_{\text{tot}} = m_1 + m_2$ să rămână constantă.
7. Repetă procedeul pentru 4-5 valori ale lui m_1 .
8. Calculează accelerația în fiecare caz.

Tabel de valori:

Nr. măsurătoare	m_1 /kg	m_2 /kg	m_{tot} /kg	$F = m_1 \cdot g$ /N	t /s	a / $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$\frac{F}{a}$ /kg
1.							
...							

Concluzie: $\frac{F}{a} \approx \text{constant} \Rightarrow a \sim F$.



2. Accelerația este invers proporțională cu masa corpului ($m_{\text{tot}} \cdot a \approx \text{constant}$)

Modul de lucru:

1. Alege și fixează o masă marcată constantă m_1 (ex. 0,050 kg);
2. Măsoară masa inițială a căruciorului m_2 (fără greutăți extra);
3. Marchează distanța x (aceeași ca la experimentul 1);
4. Măsoară timpul de deplasare al sistemului;
5. Adaugă pe cărucior o masă Δm (ex. +0,050 kg), deci m_2 va crește;
6. Repetă măsurarea timpilor (cu cronometrul electronic) pentru 4–5 valori ale lui m_2 ;
7. Calculează accelerația în fiecare caz.

Tabel de valori:

Nr. măsurătoare	m_1 /kg	m_2 /kg	m_{tot} /kg	t /s	a / $\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$	$m_{\text{tot}} \cdot a$ /N
1.						
...						

Concluzie: $m_{\text{tot}} \cdot a \approx \text{constant} \Rightarrow a \sim \frac{1}{m}$

Investigație în Laboratorul Virtual – Vizualizarea Principiului al II-lea al dinamicii

Sursă: Simularea PhET Interactive Simulations – **Forces and Motion: Basics** (University of Colorado Boulder)

Instrucțiuni:

1. Scanează codul QR pentru a experimenta interactiv forța, masa și accelerația în laboratorul virtual PhET.
2. Selectează secțiunea „Acceleration”.
3. Bifează opțiunile: *Forces*, *Values*, *Masses*, *Speed* și *Acceleration*.
4. *Sarcina 1:* Menține masa constantă și mărește forța aplicată. Observă cum se modifică vectorul accelerație.
5. *Sarcina 2:* Menține forța constantă și adaugă obiecte pe platformă (mărește masa). Observă cum scade accelerația.



...de reținut

O forță rezultantă nenulă aplicată unui corp îi modifică valoarea și/sau orientarea vitezei, adică îi imprimă o accelerație. Aceeași forță produce accelerații diferite unor corpuri cu mase diferite: cu cât masa corpului este mai mare, cu atât accelerația produsă este mai mică.

Principiul fundamental al mecanicii newtoniene, numit și **principiul al II-lea al lui Newton**, exprimă legătura dintre forța rezultantă care acționează asupra unui corp, masa acestuia și accelerația produsă.

Dacă asupra unui corp acționează o forță rezultantă constantă, corpul va avea o accelerație constantă, adică viteza sa se modifică.

Accelerația este direct proporțională cu mărimea forței rezultante, are aceeași direcție și același sens cu aceasta și este invers proporțională cu masa corpului (**Principiul fundamental al mecanicii**).

Altfel spus, *vectorul forță este egal cu produsul dintre masă și vectorul accelerație*.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

Diagram illustrating the equation $\vec{F} = m \cdot \vec{a}$. The vector $\vec{F}$ is labeled "forță (N)". The mass m is labeled "masa (kg)". The vector $\vec{a}$ is labeled "accelerația ($\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)".

Unitatea de măsură pentru forță este: $\langle F \rangle_{\text{SI}} = 1 \text{ N}$ (Newton). Prin definiție, **1 Newton** este egal cu mărimea acelei forțe care, aplicată unui corp cu masa de 1 kg, îi imprimă o accelerație de 1 m/s^2 .

În unele cazuri, vectorul forță variază în timp. De aceea, este necesar să se introducă noțiunea de *forță medie*.

Se numește **forță medie**, în intervalul de timp Δt , o forță constantă care produce aceeași accelerație medie în intervalul de timp Δt ca forța variabilă dată.

Pentru valori medii, principiul II se va scrie:

$$\vec{F}_m = m \cdot \vec{a}_m = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \Rightarrow \Delta \vec{v} = \vec{F}_m \cdot \frac{\Delta t}{m}$$

accelerația medie $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)$ variația vitezei $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$
forța medie (N)

Variația vitezei are direcția și sensul forței medii aplicate.

Observație: Variația vectorului viteză $\Delta \vec{v}$ nu trebuie confundată cu variația modului vitezei Δv , unde $|\vec{v}| = v$. De exemplu, într-o mișcare curbilinie uniformă, modulul vitezei este constant $|\vec{v}| = v = \text{constant}$. Dar, viteza fiind tangentă la traiectorie în fiecare punct, direcția vectorului viteză se modifică permanent, adică $\Delta \vec{v} \neq 0$. În concluzie, accelerația medie $\vec{a}_m = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \neq 0$, ceea ce arată faptul că un corp poate avea accelerație chiar dacă modulul vitezei rămâne constant, deoarece accelerația este strâns legată de variația vectorului viteză, nu doar de variația modului său.

Produsul dintre masa unui corp și viteza acestuia poartă denumirea de **impuls**, notat cu **p**.

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

impulsul corpului (N·s) viteza corpului $\left(\frac{\text{m}}{\text{s}}\right)$
masa corpului (kg)

Impulsul este o mărime fizică vectorială care are aceeași direcție și același sens cu viteza.

Unitatea de măsură în Sistem Internațional pentru impuls este: $\langle p \rangle_{SI} = \langle m \rangle_{SI} \cdot \langle v \rangle_{SI} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{N} \cdot \text{s}$

Principiul fundamental al mecanicii reprezintă o descriere cantitativă a modificărilor pe care o forță le poate produce asupra mișcării unui corp. Acest principiu afirmă că viteza de variație în timp a impulsului unui corp este egală, atât ca mărime, cât și ca direcție, cu forța aplicată asupra acestuia.

$$\vec{F} = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = \frac{\Delta(m \cdot \vec{v})}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}, \text{ pentru un } \Delta t \text{ foarte mic}$$

Forța este egală cu variația impulsului raportată la intervalul de timp, adică variația impulsului care revine unității de timp. (Aceasta este o altă formulare a principiului fundamental al mecanicii newtoniene).

Observație: Forța la care se referă acest principiu este **forța rezultantă** care acționează asupra unui corp, diferită de zero, caz în care accelerația corpului este a , accelerația având direcția și sensul forței.

...experiment intuitiv

Un karatist reușește să spargă plăcile de lemn. Tu ai putea?

Într-o lovitură de karate, mâna ajunge la o viteză mare înainte de impact. În timpul contactului cu placa, viteza mâinii scade brusc într-un interval foarte scurt. Cu cât variația impulsului are loc într-un timp mai mic, cu atât forța medie de impact este mai mare. De aceea, tehnica loviturii și durata contactului sunt esențiale.



...probleme rezolvate

1. Două cărucioare cu masele $m_1 = 8 \text{ kg}$ și $m_2 = 12 \text{ kg}$ se află pe un plan orizontal fără frecare, în contact unul cu celălalt. Asupra căruciorului de masă m_1 acționează o forță orizontală constantă $F_1 = 100 \text{ N}$, orientată spre dreapta. Determină:

- a) accelerația cu care se deplasează cele două cărucioare;
- b) forța F_2 cu care căruciorul cu masa m_1 împinge căruciorul cu masa m_2 .

Rezolvare:

$$\begin{aligned} m_1 &= 8 \text{ kg} \\ m_2 &= 12 \text{ kg} \\ F_1 &= 100 \text{ N} \end{aligned}$$

a) $a = ?$

b) $F_2 = ?$

a) Considerăm sistemul format din ambele cărucioare ($m_1 + m_2$). Forța externă orizontală care acționează asupra sistemului este doar F_1 . Forțele de contact dintre cărucioare sunt interne sistemului și se compensează.

$$F_1 = (m_1 + m_2) \cdot a \Rightarrow a = \frac{F_1}{m_1 + m_2} \Rightarrow a = \frac{100 \text{ N}}{8 \text{ kg} + 12 \text{ kg}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

b) Aplicăm principiul al II-lea pentru căruciorul de masă m_2 :

$$F_2 = m_2 \cdot a \Rightarrow F_2 = 12 \text{ kg} \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 60 \text{ N}.$$

2. Un cărucior se deplasează rectiliniu uniform și are impulsul inițial $p_1 = 3\,600 \text{ N} \cdot \text{s}$. Sub acțiunea unei forțe orizontale constante, de modul necunoscut F , aplicată în sensul mișcării, impulsul căruciorului crește de 1,5 ori în intervalul de timp $\Delta t = 30 \text{ s}$. Determină forța F .

Rezolvare:

$$p_1 = 3\,600 \text{ N} \cdot \text{s}; p_2 = 1,5 p_1$$

$$\Delta t = 30 \text{ s}$$

$$F = ?$$

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{p_2 - p_1}{\Delta t} = \frac{1,5 p_1 - p_1}{\Delta t} \Rightarrow F = \frac{1,5 \cdot 3\,600 \text{ N} \cdot \text{s} - 3\,600 \text{ N} \cdot \text{s}}{30 \text{ s}} = 60 \text{ N}.$$

...verifică înțelegerea**Studiu de caz. „Pornirea și frânarea unui autobuz”**

Un autobuz aflat în stație pornește de pe loc sub acțiunea unei forțe rezultante constante. După un timp ajunge la o anumită viteză, iar apoi șoferul frânează, astfel încât autobuzul își micșorează uniform viteza până la oprire.

Cunoști următoarele informații: masa autobuzului (cu pasageri) $m = 8\,000 \text{ kg}$; forța rezultantă $F_1 = 16\,000 \text{ N}$; forța rezultantă la frânare are același modul, dar sens opus.

Cerințe:

- Determină accelerația autobuzului la pornire.
- Scrie relația folosită și efectuează calculul.
- Precizează direcția și sensul accelerației în timpul pornirii față de forța rezultantă.
- Determină accelerația autobuzului în timpul frânării.
- Compară valoarea accelerației cu cea de la pornire.
- Explică, folosind principiul II al mecanicii, de ce:
 - autobuzul accelerează lent la pornire;
 - frânarea necesită o forță mare.
- Analizează situația următoare: Dacă autobuzul ar avea o masă mai mică, dar forța rezultantă ar rămâne aceeași, cum s-ar modifica accelerația? Cum ar fi afectată siguranța pasagerilor?

3. Principiul acțiunilor reciproce

Ai învățat deja că un corp își păstrează starea de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă atunci când forța rezultantă care acționează asupra lui este nulă.

În studiul mișcării corpurilor, nu este suficient să analizezi doar cum se mișcă un corp, ci și de ce se mișcă. Orice modificare a stării de mișcare este legată de interacțiunea dintre corpuri, iar aceste interacțiuni se manifestă prin forțe. Deci forțele nu apar de la sine: ele apar atunci când corpurile interacționează.

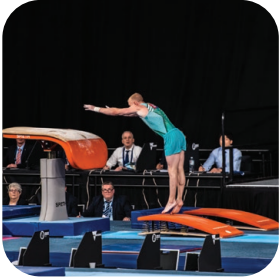
În experiența cotidiană, vei observa că un corp nu se poate pune singur în mișcare: pentru a merge, a sări, a înota sau a arunca un obiect este necesar ca acesta să interacționeze cu solul, aerul, apa sau un alt corp. Explicația acestor fenomene este oferită de *Principiul acțiunii și reacțiunii*, cunoscut și ca *Principiul al III-lea al lui Newton*, formulat de Isaac Newton în anul 1687.

Acest principiu completează principiul inerției și principiul fundamental al dinamicii, explicând originea forțelor și modul în care ele apar în perechi în orice interacțiune.

...provocare

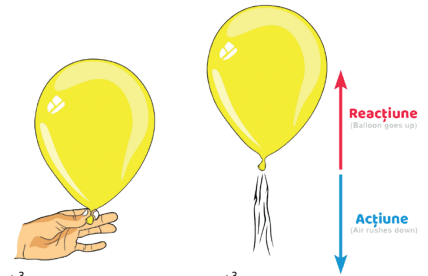
Două fete stau pe câte un hoverboard, față în față, și se împing ușor una pe cealaltă. *De ce se îndepărtează amândouă, chiar dacă doar una dintre fete „împinge”?*

...experiment intuitiv



1. În gimnastică, fiecare mișcare implică o interacțiune între gimnast și un obiect (sol, trambulină, cal, inele). În momentul desprinderii de trambulină, gimnastul din imaginea alăturată exercită o forță asupra acesteia. Ca reacție, trambulina exercită asupra gimnastului o forță orientată în sus, care îi modifică viteza și îi permite să execute săritura.

2. Atunci când gura unui balon umflat este eliberată, aerul din interior iese spre exterior. La rândul său, aerul care iese exercită o forță asupra balonului, determinându-l să se deplaseze în sens opus.



...experimente

1. Doi elevi țin capetele a două dinamometre în linie dreaptă. Un elev trage ușor, apoi mai puternic; celălalt opune rezistență (nu îl lasă să se apropie). Un al treilea elev citește simultan valorile de pe ambele dinamometre.

Observație: Cele două dinamometre vor indica aceeași valoare (de exemplu, 3 N și 3 N).

Concluzie: forța cu care un corp A trage de un alt corp B este egală ca valoare cu forța cu care corpul B trage de corpul A.



2. Prinde unul din dinamometre de un suport fix (inel în perete/ stativ/ clanța ușii – cu grijă). Cuplează cele două dinamometre. Trage de cel de-al doilea dinamometru și citește valorile pe ambele.

Observație: ambele indică aceeași valoare, indiferent cât de tare tragi.

Concluzie: suportul (prin primul dinamometru) exercită asupra ta o forță egală cu forța ta asupra suportului.



...de reținut

Principiul acțiunii și reacțiunii afirmă că:

Dacă un corp acționează asupra altui corp cu o forță, numită **acțiune**, cel de-al doilea corp acționează asupra primului cu o forță egală în modul și opusă ca sens, numită **reacțiune**.

Cu alte cuvinte, forțele nu apar izolat, ci întotdeauna în perechi, fiecare forță fiind însoțită de o altă forță corespunzătoare.

Acest principiu explică modul în care două corpuri acționează unul asupra celuilalt, fie prin contact direct, fie de la distanță.

Notează cu $\vec{F}_{AB}$ forța exercitată de corpul A asupra corpului B și cu $\vec{F}_{BA}$ forța exercitată de corpul B asupra corpului A. Atunci:

$$\vec{F}_{AB} = -\vec{F}_{BA}$$

Principiul al III-lea al lui Newton descrie interacțiunea dintre corpuri, nu efectul mișcării. Cele două forțe:

- apar simultan;
- sunt egale ca mărime;
- au sensuri opuse;
- sunt de aceeași natură (ambele de contact sau ambele la distanță);
- acționează pe corpuri diferite.



Deși aceste forțe sunt egale, ele nu se anulează, deoarece nu acționează asupra aceluiași corp. Din acest motiv, fiecare corp va avea propria accelerație, determinată de masa sa, conform principiului al II-lea al dinamicii.

Concluzie: Principiul acțiunii și reacțiunii este fundamental pentru înțelegerea mișcării în natură și tehnologie. El explică deplasarea organismelor vii, funcționarea mijloacelor de transport și interacțiunile mecanice din viața cotidiană, fiind indispensabil în studiul mecanicii newtoniene.

...problemă rezolvată

În timpul unei ore de educație fizică desfășurate pe un teren neted, două eleve, Ana și Beatrice, se află pe role și stau față în față, inițial în repaus. Suprafața este considerată suficient de netedă încât frecările pot fi neglijate. Eleva Ana, având masa $m_A = 50 \text{ kg}$, o împinge pe Beatrice, care are masa $m_B = 70 \text{ kg}$, exercitând asupra acesteia o forță constantă de 35 N , pe direcția drepte care le unește. În urma interacțiunii, cele două eleve încep să se deplaseze. Determină:

- forța exercitată de Beatrice asupra Anei;
- accelerația fiecărei eleve.

Compară mișcările celor două eleve și explică diferențele observate.

Rezolvare:

$$\begin{aligned} m_A &= 50 \text{ kg} \\ m_B &= 70 \text{ kg} \\ F_{AB} &= 35 \text{ N} \end{aligned}$$

- $F_{BA} = ?$
- $a_B = ?$

a) Conform principiului acțiunii și reacțiunii, $F_{BA} = F_{AB} \Rightarrow F_{BA} = 35 \text{ N}$.

$$\text{b) } F_{AB} = m_A \cdot a_A \Rightarrow a_A = \frac{F_{AB}}{m_A} \Rightarrow a = \frac{35 \text{ N}}{50 \text{ kg}} = 0,7 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$F_{BA} = m_B \cdot a_B \Rightarrow a_B = \frac{F_{BA}}{m_B} \Rightarrow a = \frac{35 \text{ N}}{70 \text{ kg}} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

Deși forțele sunt egale, accelerațiile celor două eleve sunt diferite. Ana (cu masa mai mică) are accelerația mai mare. Cele două eleve se deplasează în sensuri opuse.

...verifică înțelegerea

- Precizează în fiecare din cazurile de mai jos: acțiunea, reacțiunea și efectul produs:
 - un înotător care împinge peretele bazinului;
 - mingea care lovește pământul;
 - zborul păsărilor;
 - mersul pe jos.
- Un elev sare vertical de pe loc.
 - Identifică forța de acțiune și corpul asupra căruia acționează.
 - Identifică forța de reacțiune și corpul asupra căruia acționează.
 - Explică de ce elevul se ridică de la sol.

...temă de PORTOFOLIU – Principiul acțiunii și reacțiunii în viața reală

Alege o situație reală (din sport, viața cotidiană, natură sau tehnologie) în care se aplică principiul acțiunii și reacțiunii și realizează un material de portofoliu care să conțină:

- descrierea situației (5-7 rânduri);
- identificarea celor două corpuri care interacționează;
- precizarea clară a forței de acțiune și a forței de reacțiune;
- un desen, o fotografie sau o schemă în care să fie reprezentate forțele;
- o concluzie în care să explici de ce forțele nu se anulează.



4. Principiul independenței acțiunii forțelor

În viața de zi cu zi, asupra unui corp acționează, de obicei, mai multe forțe în același timp. De exemplu, un corp aflat pe o masă este atras de Pământ (greutatea corpului) și este susținut de masă (forța normală). Corpul poate fi împins sau tras, iar în timpul mișcării pot acționa frecarea și rezistența aerului.

Pentru a descrie corect mișcarea corpului, trebuie să ții seama de toate forțele care acționează asupra lui. Fiecare forță are o anumită direcție, un anumit sens și o anumită mărime, iar efectul asupra mișcării depinde de contribuția tuturor acestor forțe. Această idee este exprimată prin *principiul independenței acțiunii forțelor*. Conform acestui principiu, fiecare forță acționează asupra corpului independent de celelalte. Efectul total asupra mișcării se obține prin însumarea vectorială a forțelor, rezultând o singură forță echivalentă, numită *rezultanta forțelor*.

Rezultanta forțelor arată dacă starea de mișcare a corpului se modifică sau nu. Dacă rezultanta este nulă, corpul își păstrează starea de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă. Dacă rezultanta este diferită de zero, corpul are accelerație, conform principiului fundamental al dinamicii.

...de amintit

Forțele de contact apar ca urmare a interacțiunii directe dintre corpuri (forța normală, forța de tensiune, forța de frecare).

Forțele de acțiune la distanță se manifestă fără contact direct, de exemplu, forța gravitațională, forța electrică, forța magnetică.

Rezultanta a două sau mai multe forțe concurente se obține prin compunerea acestora cu *regula paralelogramului* sau a poligonului.

...experiment intuitiv

Analizează situația unui corp aflat pe un plan înclinat, care este tras cu o sfoară:

- asupra corpului acționează forța de greutate, orientată vertical în jos;
- planul exercită o forță de reacțiune, perpendiculară pe suprafața de contact;
- apare o forță de frecare, orientată opus sensului de mișcare;
- sfoara exercită o forță de tracțiune, orientată de-a lungul ei.

Observă că:

- toate aceste forțe acționează simultan asupra corpului;
- corpul nu se mișcă pe mai multe direcții, ci are o singură accelerație;
- modificarea uneia dintre forțe (de exemplu, mărirea tracțiunii) modifică mișcarea, fără a schimba existența celorlalte.

Această observație conduce la concluzia că efectul global asupra mișcării nu este determinat de o forță izolată, ci de combinarea efectelor tuturor forțelor care acționează asupra corpului.

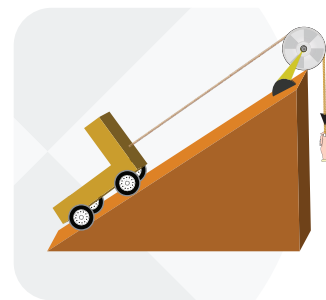
...de reținut

Atunci când asupra unui corp acționează simultan mai multe forțe, fiecare dintre acestea își produce efectul independent de celelalte, ca și cum ar acționa singură. Corpul nu „alege” o forță anume, ci reacționează la efectul lor total, care este determinat prin compunerea vectorială a tuturor forțelor ce acționează asupra lui.

Efectul simultan al mai multor forțe este echivalent cu efectul unei singure forțe, numită **rezultanta forțelor**, care este egală cu suma vectorială a tuturor forțelor aplicate corpului. Această rezultantă determină accelerația corpului, conform principiului fundamental al dinamicii.

Dacă rezultanta forțelor care acționează asupra unui corp este nulă, corpul își păstrează starea de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă. Dacă rezultanta este diferită de zero, corpul va avea o accelerație orientată în direcția rezultantei.

Prin urmare, nu numărul forțelor este important, ci rezultanta lor. Direcția, sensul și modulul accelerației depind exclusiv de această rezultantă, iar fiecare forță contribuie la mișcare în mod independent, prin propriul său vector.



Enunțul **principiului independenței acțiunii forțelor**:

Dacă mai multe forțe acționează simultan asupra unui corp, efectul fiecărei forțe poate fi analizat separat, iar accelerația corpului este suma vectorială a accelerațiilor pe care le-ar produce fiecare forță în parte. Echivalent, corpul se mișcă sub acțiunea forței rezultante.

Acest principiu ne confirmă că forțele și accelerațiile sunt vectori care se adună grafic prin regula paralelogramului, oferindu-ne soluția matematică atunci când un corp suportă mai multe acțiuni în același timp. Cu toate acestea, în aplicațiile practice din fizică, abordarea eficientă nu constă în unirea forțelor într-o rezultantă, ci în descompunerea fiecărei forțe.

În cazul particular când toate forțele acționează pe direcția mișcării, alegem dreapta respectivă drept axă Ox , cu sensul pozitiv în sensul vitezei. Vom considera forțele pozitive dacă acționează în sensul pozitiv ales și negative dacă acționează în sensul negativ. Suma algebrică a acestor forțe ne dă forța rezultantă (pozitivă dacă acționează în sensul pozitiv și negativă în sens contrar). Conform principiului fundamental al dinamicii, această rezultantă este egală cu produsul dintre masa corpului și accelerația sa.

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = m \cdot \vec{a}$$

numărul total de forțe care acționează simultan asupra corpului

indice de numărare sau indice de ordin

litera grecească sigma – înseamnă sumă

Exemplu:

Asupra unui corp acționează trei forțe orientate conform figurii alăturate.

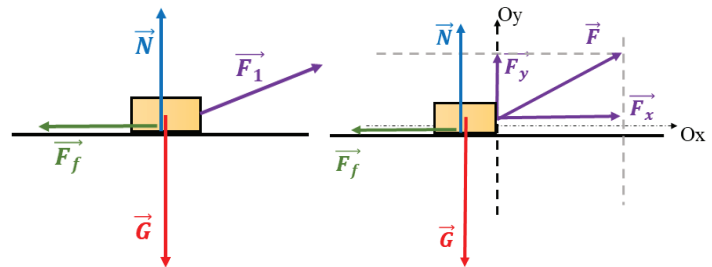
Când toate forțele acționează în planul mișcării, vei alege în acel plan două direcții convenabile Ox , Oy , de cele mai multe ori perpendiculare între ele, și vei descompune toate forțele după cele două direcții alese. Astfel, paralelogramul vectorilor devine un dreptunghi și componentele vectorilor se obțin prin proiecție ortogonală.

Mișcarea plană se descompune în două mișcări rectilinii după cele două axe.

Ecuatia fundamentală

$$\sum \vec{F} = m \cdot \vec{a}$$

rezultanta forțelor aplicate corpului (N)



scrisă pentru un punct material dat, se aplică întotdeauna proiectând-o pe axele de coordonate ortogonale între ele, adică pe componente:

- pe Ox : $F_x - F_f = m \cdot a_x$;
- pe Oy : $F_y + N - G = m \cdot a_y$.

Astfel, generalizând, suma algebrică a proiecțiilor pe o axă a tuturor forțelor aplicate unui corp sau punct material este egală cu masa corpului înmulțită cu componenta accelerației pe aceeași axă. În cazul mișcării în spațiu, se consideră proiecțiile forțelor pe trei axe de coordonate.

$$\begin{cases} F_{1x} + F_{2x} + \dots = m \cdot a_x \\ F_{1y} + F_{2y} + \dots = m \cdot a_y \\ F_{1z} + F_{2z} + \dots = m \cdot a_z \end{cases}$$

...verifică înțelegerea

1. Este posibil ca un corp să rămână în repaus dacă asupra lui acționează mai multe forțe?
2. Se poate schimba sensul mișcării unui corp fără a schimba modulul vitezei?
3. Două forțe acționează asupra unui corp și au aceeași direcție și același sens. Poate forța rezultantă să fie mai mică decât una dintre ele? Argumentează.

5. Principiul relativității, transformările Galilei

În studiul mișcării corpurilor, este esențial să clarifici sensul noțiunilor de repaus și de mișcare. De cele mai multe ori, vei stabili starea de repaus sau de mișcare a unui corp în raport cu Pământul. Totuși, aceeași situație fizică poate fi descrisă diferit dacă alegi un alt sistem de referință. Astfel, un pasager aflat într-un tren care se deplasează rectiliniu și uniform este în repaus față de tren, dar se află în mișcare față de sol. Dacă pasagerul aflat în tren aruncă o minge vertical în sus, aceasta revine în mână sa pe aceeași direcție, ca și cum trenul ar fi în repaus. Pentru un observator aflat pe peron, însă, mingea descrie o traiectorie curbă, deoarece, pe lângă mișcarea verticală, ea se deplasează și odată cu trenul. Prin urmare, aceeași mișcare este descrisă diferit în cele două sisteme de referință, fără ca legile mecanicii să se modifice.

...experiment intuitiv: Experimentul lui Galilei

Imaginează-ți o cabină închisă, situată sub puntea unei corăbii care se deplasează rectiliniu și uniform pe mare. În interiorul cabinei se desfășoară diverse experimente mecanice: un obiect este lăsat să cadă, o minge este aruncată vertical, insecte zboară liber. Toate aceste fenomene se produc exact la fel ca atunci când corabia este în repaus. Nicio observație efectuată în interiorul cabinei nu permite stabilirea stării de mișcare rectilinie uniformă a corăbiei.

Concluzie: Mișcarea rectilinie uniformă nu poate fi pusă în evidență prin experimente mecanice realizate într-un sistem de referință inerțial. Prin urmare, dependența descrierii mișcării de sistemul de referință conduce la ideea fundamentală că mișcarea nu este absolută, ci relativă. Această idee a fost formulată riguros în secolul al XVII-lea de Galileo Galilei, care a arătat că legile mecanicii au aceeași formă în toate sistemele de referință aflate în mișcare rectilinie uniformă unele față de altele.

Principiul relativității galileene reprezintă una dintre bazele mecanicii clasice și explică de ce nu poți distinge, prin experimente mecanice realizate în SRI, între starea de repaus și mișcarea rectilinie uniformă a acestuia. Vei analiza semnificația acestui principiu și modul în care mărimile cinematice se transformă la schimbarea sistemului de referință.

...de reținut: Transformările Galilei

Transformările lui Galilei leagă coordonatele unui punct în care se petrece un eveniment, dintr-un sistem de referință inerțial S , de coordonatele aceluiasi eveniment dintr-un alt sistem de referință inerțial, S' . Deducerea acestor relații se face pornind de la următoarele premise:

- Masa nu este dependentă de mișcarea punctului material, masa este invariantă în toate sistemele de referință inerțiale.
- Un eveniment (fenomen localizat în spațiu și timp) este caracterizat de trei coordonate spațiale ale locului unde se petrece (x , y , z) și o coordonată temporală (t), reprezentând momentul producerii evenimentului.
- În mecanica clasică timpul este același, $t' = t$, „curge” la fel în toate sistemele inerțiale. Intervalul de timp dintre două evenimente este același în orice sistem inerțial, are deci un caracter absolut, este independent de sistemul de referință în care a fost măsurat, $\Delta t' = \Delta t$.
- Dacă două evenimente se petrec în același moment ($t_1 = t_2$) într-un sistem inerțial S , adică sunt simultane în acest sistem, atunci ele sunt simultane în orice alt sistem de referință inerțial S' ($t'_1 = t'_2$).

Astfel, putem deduce **transformările Galilei pentru vectori de poziție/coordonate**:

Fie două sisteme inerțiale S și S' , cu originile în O și O' (S – considerat în repaus, iar S' – în mișcare rectilinie uniformă cu viteza $\vec{v}$ față de S). Poziția în spațiu a unui punct material P este determinată în sistemul de referință S de vectorul de poziție $\vec{r}$ (x, y, z) și în sistemul S' de vectorul de poziție $\vec{r}'$ (x', y', z'). Considerând că la momentul $t_0 = 0$ originile coordonatelor au coincis în spațiu și dacă $\vec{v}$ este viteza de mișcare a sistemului S' față de S și $t' = t$, atunci $\vec{OO'} = \vec{v} \cdot t$.

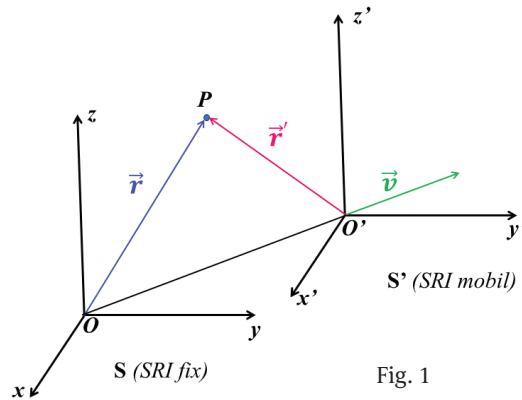


Fig. 1

În figura 1, conform regulii triunghiului, se observă că vectorul de poziție $\vec{r}'$ este diferența vectorilor $\vec{r}$ și $\vec{OO'}$. Astfel, relațiile care leagă vectorii de poziție ai punctului P în cele două sisteme de coordonate reprezintă transformările Galilei pentru vectori de poziție / coordonate:

$$\vec{r}' = \vec{r} - \vec{v} \cdot t$$

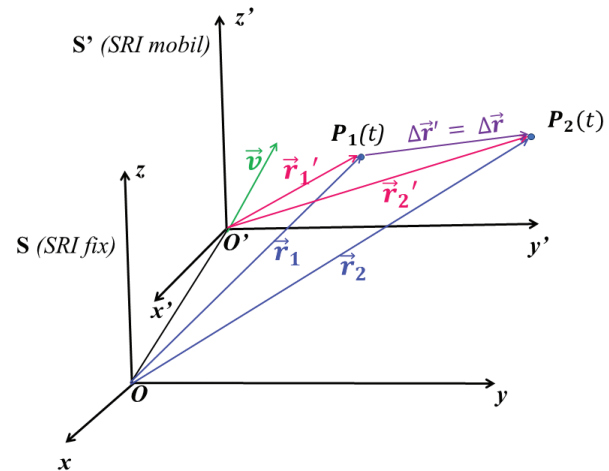
vectorul de poziție al punctului P față de $S'I'$ (m) vectorul de poziție al punctului P față de S (m) viteza de mișcare a sistemului S' față de S ($\frac{m}{s}$)

$$t' = t$$

Transformările Galilei pentru vectori de poziție/coordonate permit calculul dimensiunilor corpurilor și, în general, a distanțelor dintre locurile unde se petrec diferite evenimente.

De exemplu, la un moment dat, distanța dintre două puncte P_1 și P_2 din spațiu se definește, într-un sistem de referință inerțial, ca modulul diferenței vectorilor de poziție ai celor două puncte la moment dat, t . Aplicând relația de transformare a vectorilor de poziție, determină pozițiile punctelor P_1 și P_2 :

$$\begin{cases} \vec{r}'_1 = \vec{r}_1 - \vec{v} \cdot t \\ \vec{r}'_2 = \vec{r}_2 - \vec{v} \cdot t \end{cases} \Rightarrow |\vec{r}'_2 - \vec{r}'_1| = |(\vec{r}_2 - \vec{v} \cdot t) - (\vec{r}_1 - \vec{v} \cdot t)| = |\vec{r}_2 - \vec{r}_1| = \text{constant}$$



Așadar, distanțele dintre punctele P_1 și P_2 nu depind de sistemul de referință ales, deoarece diferența vectorilor de poziție rămâne aceeași la aplicarea transformărilor lui Galilei. Cu alte cuvinte, dimensiunile sau distanțele (conform transformărilor Galilei) nu se schimbă, sunt independente de sistemul de referință inerțial în care au fost măsurate. Din aceste motive, se spune că mecanica newtoniană are la bază concepția de spațiu și timp absolut.

Ce se întâmplă cu viteza și accelerația?

Consideră mișcarea unui punct material din poziția inițială P_0 la momentul $t_0 = t'_0$ până în poziția finală P , la momentul $t = t'$, în intervalul de timp de mișcare $\Delta t = t - t_0 = t' - t'_0 = \Delta t'$. Aplicând relația de transformare a vectorilor de poziție care determină pozițiile punctului material în cele două sisteme S și S' , obții:

- pentru poziția finală P : $\vec{r} = \vec{r}' + \vec{v} \cdot t$; $t' = t$
- pentru poziția inițială P_0 : $\vec{r}_0 = \vec{r}'_0 + \vec{v} \cdot t_0$; $t'_0 = t_0$
 $\Rightarrow \vec{r} - \vec{r}_0 = \vec{r}' - \vec{r}'_0 + \vec{v} \cdot (t - t_0)$; $\Delta t' = \Delta t$
 $\Rightarrow \Delta \vec{r} = \Delta \vec{r}' + \vec{v} \cdot \Delta t \Rightarrow \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{r}'}{\Delta t} + \vec{v}$

Notează $\vec{v}_{abs} = \frac{\Delta \vec{r}}{\Delta t}$ – viteza absolută, adică viteza punctului material observată față de SRI în repaus;

$\vec{v}_{rel} = \frac{\Delta \vec{r}'}{\Delta t'}$ – viteza relativă, adică viteza punctului material observată față de SRI în mișcare rectilinie uniformă;

$\vec{v}$ – viteza de transport, adică viteza de mișcare rectilinie uniformă a SRI în mișcare rectilinie uniformă față de SRI considerat în repaus.

Regula de compunere a vitezelor va fi: $\vec{v}_{abs} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}$

Viteza unui punct material depinde de sistemul de referință față de care se observă evenimentul, iar trecerea de la un sistem inerțial la altul se face conform legii galileene de compunere a vitezelor.



În sistemul de referință S , accelerația este $\vec{a} = \frac{\Delta \vec{v}_{abs}}{\Delta t} = \frac{\vec{v}_{abs} - \vec{v}_{0abs}}{\Delta t}$, iar în sistemul S' , $\vec{a}' = \frac{\Delta \vec{v}_{rel}}{\Delta t'} = \frac{\vec{v}_{rel} - \vec{v}_{0rel}}{\Delta t'}$. Conform regulii de compunere a vitezelor și a invarianței intervalului de timp ($\Delta t' = \Delta t$), $\vec{v}_{abs} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}$,

$$\vec{v}_{0abs} = \vec{v}_{0rel} + \vec{v}, \text{ rezultă } \vec{v}_{abs} - \vec{v}_{0abs} = \vec{v}_{rel} - \vec{v}_{0rel} \Rightarrow \frac{\Delta \vec{v}_{abs}}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}_{rel}}{\Delta t'} \Rightarrow \vec{a} = \vec{a}'$$

Astfel, se obține faptul că accelerația este invariantă în toate sistemele de referință inerțiale, fapt esențial pentru formularea legii a doua a lui Newton. În aceste condiții și pe baza invarianței masei și accelerației:

$$m\vec{a}' = \vec{F}' \text{ (în sistemul de referință inerțial } S'); \quad m\vec{a} = \vec{F} \text{ (în sistemul de referință inerțial } S)$$

În concluzie, datorită invarianței accelerației și a caracterului absolut al timpului, spațiului și masei, **legile mecanicii newtoniene au aceeași formă în toate sistemele de referință inerțiale**, adică fenomenele mecanice se petrec la fel în orice sisteme de referință inerțiale care se mișcă unele față de altele, rectiliniu și uniform, formulare care exprimă **principiul relativității clasice**.

...problemă rezolvată: Depășirea a două automobile

Două automobile, A și B , se deplasează rectiliniu și uniform pe același drum, în același sens. Automobilul A are viteza constantă $v_A = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, iar automobilul B are viteza constantă $v_B = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$, față de șosea. La momentul inițial $t = 0$, partea din față a automobilului A se află la o distanță $d = 30 \text{ m}$ în spatele părții din spate a automobilului B . Lungimea automobilului A este $l_A = 4,5 \text{ m}$, iar lungimea automobilului B este $l_B = 5 \text{ m}$. Determină:

- viteza relativă a automobilului A față de automobilul B ;
- timpul necesar pentru ca automobilul A să depășească complet automobilul B .
- distanța parcursă de automobilul A pe șosea în timpul depășirii.

Rezolvare:

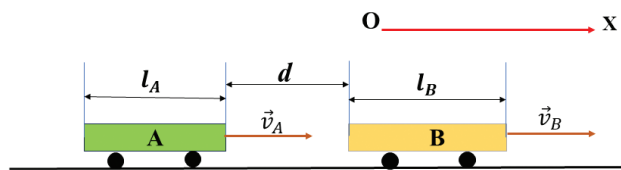
$$v_A = 90 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$v_B = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

$$d = 30 \text{ m}$$

$$l_A = 4,5 \text{ m}$$

$$l_B = 5 \text{ m}$$



$$\text{a) } v_{rel A} = ?$$

$$\text{b) } \Delta t = ?$$

$$\text{c) } d_A = ?$$

$$\text{a) } v_B = v; v_A = v_{abs} \text{ (notații conform regulii de compunere a vitezelor)}$$

$$\vec{v}_{abs} = \vec{v}_{rel} + \vec{v}; \quad \vec{v}_A = \vec{v}_{rel A} + \vec{v}_B;$$

$$\text{pe Ox: } v_A = v_{rel A} + v_B \Rightarrow v_{rel A} = v_A - v_B \Rightarrow v_{rel A} = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} - 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\text{b) } v_{rel A} = \frac{d_t}{\Delta t} \Rightarrow \Delta t = \frac{d_t}{v_{rel A}} = \frac{l_A + d + l_B}{v_{rel A}} \Rightarrow \Delta t = \frac{4,5 \text{ m} + 30 \text{ m} + 5 \text{ m}}{5 \frac{\text{m}}{\text{s}}} = 7,9 \text{ s}.$$

$$\text{c) } d_A = v_{abs} \cdot \Delta t = v_A \cdot \Delta t \Rightarrow d_A = 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 7,9 \text{ s} = 197,5 \text{ m} \cong 198 \text{ m}.$$

...verifică înțelegerea

Răspunde la următoarele întrebări, justificând răspunsul:

- Un pasager aflat într-un avion care zboară rectiliniu și uniform lasă să cadă un obiect. Ce traiectorie vede el? Dar un observator de pe sol?
- Este posibil ca un corp să fie în repaus într-un sistem de referință și în mișcare în alt sistem? Dă un exemplu.
- De ce nu poți „simți” viteza unui tren care merge uniform, dar vei simți imediat când frânează?
- Accelerația unui corp este aceeași în toate sistemele inerțiale. Ce consecință are acest lucru pentru legea a II-a a lui Newton?

Interacțiuni prin contact

În viața de zi cu zi, corpurile nu își schimbă starea de mișcare de la sine. Un obiect pornește, se oprește, își schimbă direcția sau se deformează deoarece interacționează cu alte corpuri din jurul său. Uneori aceste interacțiuni au loc de la distanță, dar foarte multe dintre situațiile pe care le observăm în mod obișnuit apar atunci când corpurile se află în contact direct.

Atunci când un corp este așezat pe o suprafață, împins, tras, suspendat de un fir sau întins de un arc, între el și corpurile din jur apar interacțiuni de contact. Aceste interacțiuni se manifestă prin forțe care acționează la nivelul suprafețelor de atingere. Ele pot susține un corp, îl pot pune în mișcare, îi pot schimba direcția de deplasare sau îl pot opri.

Înțelegerea acestor forțe permite explicarea unor situații întâlnite frecvent în viața cotidiană – de ce o minge nu cade de pe masă, de ce un obiect împins pe podea se oprește sau de ce un alpinist poate urca o pantă abruptă.

1. Forțe de apăsare, forțe de frecare

Forța de apăsare normală

Ai observat că o minge așezată pe o masă nu cade, deși este atrasă de Pământ? Sau că un om poate sta în picioare fără să se afunde în podea?

În toate aceste situații, asupra corpului acționează o forță exercitată de suprafața de sprijin, care împiedică mișcarea corpului în direcția forței de atracție gravitațională.

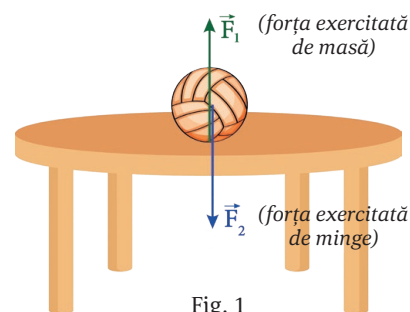


Fig. 1

...de reținut

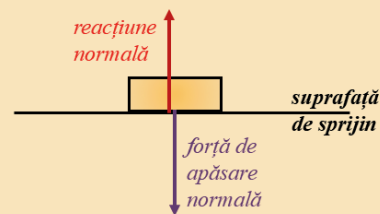
Forța de apăsare normală $\vec{F}_n$ este forța pe care un corp o exercită asupra suprafeței de sprijin cu care se află în contact; ea acționează perpendicular pe suprafața de contact, cu sensul dinspre corp spre suprafață. Conform principiului acțiunii și reacțiunii, suprafața exercită asupra corpului o forță egală în modul și opusă ca sens, numită **forță de reacțiune normală**, orientată dinspre suprafață spre corp.

Caracteristicile forței de reacțiune normală:

- ▶ Simbolul: $\vec{N}$
- ▶ Punctul de aplicație este pe corp, chiar pe suprafața de contact.
- ▶ Direcția forței este perpendiculară pe suprafața de contact dacă suprafața este plană. Dacă suprafața este curbă, forța normală are direcția normalei la suprafață în punctul de contact; pentru o suprafață sferică, această direcție coincide cu raza dusă prin punctul de contact.
- ▶ Sensul este dinspre suprafața de sprijin spre corp.
- ▶ Nu există o formulă specifică de calcul – valoarea ei depinde de masa corpului, de orientarea suprafeței de sprijin și de existența altor forțe care acționează asupra corpului.
- ▶ Unitatea de măsură în SI este: $\langle N \rangle_{SI} = N$ (Newton)
- ▶ Instrumentul de măsură este dinamometrul.

Forța de apăsare normală și reacțiunea normală acționează asupra a două corpuri; de aceea ele au punctele de aplicație diferite. Forța de apăsare normală acționează asupra suprafeței pe care stă corpul, iar cea de reacțiune normală (care are sens opus) acționează asupra corpului.

Forța de apăsare normală (F_n) și reacțiunea normală (N) sunt forțe pereche și, conform principiului acțiunii și reacțiunii, sunt egale în modul, au aceeași direcție (perpendiculară pe suprafață) și sensuri opuse. Valoarea forței de apăsare normală se schimbă în funcție de înclinația suprafeței și de forțele aplicate asupra corpului.



Modulul reacțiunii normale (care este forță pereche cu apăsarea normală) este egal cu modulul greutateii corpului în două situații:

- ▶ când corpul este în repaus pe o suprafață orizontală;
- ▶ când corpul se mișcă pe o suprafață orizontală, tras de o forță de tracțiune orizontală.

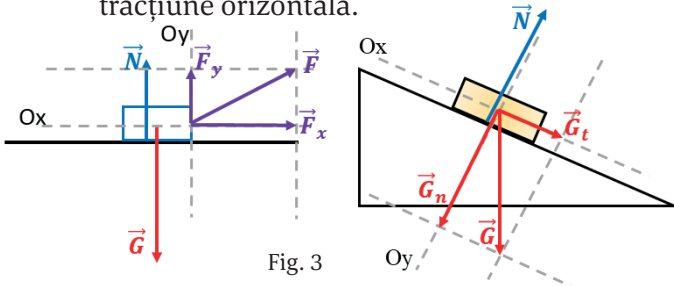


Fig. 3

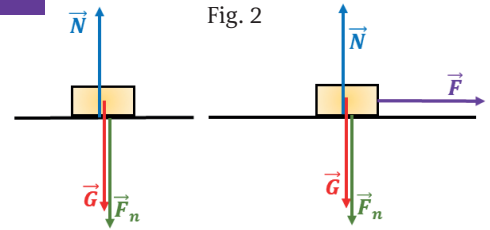


Fig. 2

Modulul reacțiunii normale nu este egal cu modulul greutateii corpului, de exemplu în situațiile în care:

- ▶ corpul se deplasează pe o suprafață orizontală tras de o forță de tracțiune oblică;
- ▶ corpul urcă sau coboară pe o suprafață.

Situație	Relație pentru N	Observație
Corp în repaus pe plan orizontal	$N = G = m \cdot g$	N este egală cu greutatea corpului.
Corp tras orizontal cu forță orizontală	$N = G = m \cdot g$	N rămâne egală cu greutatea.
Corp tras cu o forță oblică orientată în sus, sub un unghi α față de orizontală	$N = G - F \cdot \sin \alpha$	Componenta verticală a forței reduce apăsarea; $N < G$.
Corp împins cu forță oblică în jos (unghi α față de orizontală)	$N = G + F \cdot \sin \alpha$	Componenta verticală a forței mărește apăsarea; $N > G$.
Corp pe plan înclinat cu unghiul α (în absența altor forțe aplicate)	$N = G \cdot \cos \alpha = m \cdot g \cdot \cos \alpha$	Doar componenta normală a greutateii determină N .

Observație: Relațiile din tabel sunt valabile când accelerația corpului pe direcție perpendiculară pe suprafață este zero.

...problemă rezolvată

Un corp cu masa $m = 5 \text{ kg}$ se află în repaus pe un plan orizontal. Se consideră accelerația gravitațională $g = 10 \text{ m/s}^2$. Determină forța de apăsare normală exercitată de plan asupra corpului.

Rezolvare: $m = 5 \text{ kg}$
 $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$
 $N = ?$

Principiul fundamental pe direcție verticală: $\vec{G} + \vec{N} = 0$.
 Proiecția pe Oy: $N - G = 0 \Rightarrow N = G = m \cdot g$
 $N = 5 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 50 \text{ N}$

...verifică înțelegerea

1. De ce forța de apăsare normală nu este egală cu greutatea pe un plan înclinat?
2. Ce se întâmplă cu forța de apăsare normală dacă masa corpului se dublează?
3. De ce existența forței de frecare este legată de existența reacțiunii normale?

Forța de frecare

Studiul reacțiunii normale permite înțelegerea unei alte forțe de contact, forța de frecare.

...provocare

Ai împins vreodată un dulap greu și ai observat că, după ce a pornit, îl poți menține în mișcare cu o forță mai mică decât cea cu care l-ai pornit? De ce este mai greu să pornești decât să menții în mișcare un corp? De ce mașinile de Formula 1 folosesc anvelope speciale, diferite de cele ale mașinilor obișnuite?

Răspunsul se găsește în înțelegerea forțelor de frecare.

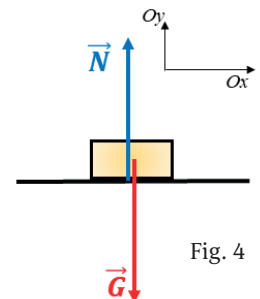


Fig. 4

...experiment intuitiv

Dacă lansezi un obiect cu o anumită viteză inițială de-a lungul unui plan orizontal (pe o masă), el va avea o mișcare încetinită de alunecare și până la urmă se va opri. Cum explici această mișcare încetinită?

Deoarece viteza se micșorează, vectorul accelerație este opus vectorului viteză, deci și forța rezultantă trebuie să fie opusă vectorului viteză. Pe verticală, greutatea corpului este echilibrată de reacțiunea normală a planului, deci pe direcție verticală, corpul nu are accelerație. Prin urmare, suprafața exercită asupra corpului o forță orizontală, opusă mișcării: forța de frecare.

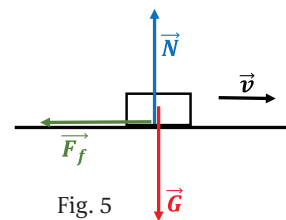


Fig. 5

...de reținut

Atunci când un corp tinde să se deplaseze, alunecă sau se rostogolește pe o suprafață, la zona de contact apare o forță care se opune tendinței de mișcare sau mișcării propriu-zise a corpului. Aceasta se numește **forță de frecare**.

Se disting mai multe forme de frecare, în funcție de modul în care interacționează corpurile aflate în contact:

- Frecarea statică (de aderență)** apare când o forță exterioară încearcă să pună corpul în mișcare. Ea variază de la 0 la o valoare maximă: $F_{f\text{ statică}} \leq \mu_s \cdot N$, unde μ_s reprezintă coeficientul de frecare statică. (de exemplu, când împingi un dulap și acesta nu pornește imediat).
- Frecarea la alunecare (numită și frecare cinetică)** apare atunci când un corp alunecă pe suprafața altui corp. (de exemplu, deplasarea unei sănii pe zăpadă). Are o valoare aproximativ constantă: $F_{f\text{ alunecare}} = \mu \cdot N$, unde μ reprezintă coeficientul de frecare la alunecare.
- Frecarea de rostogolire** apare atunci când un corp se rostogolește pe o suprafață (de exemplu, rostogolirea roților unei biciclete).

De obicei, valoarea maximă a frecării statice este mai mare decât frecarea la alunecare, iar frecarea de rostogolire este mult mai mică decât frecarea la alunecare: $F_{f\text{ statică}} > F_{f\text{ alunecare}} > F_{f\text{ rostogolire}}$.

De aceea, este mai ușor să menții un corp în mișcare decât să îl pui în mișcare.

Investigație în Laboratorul Virtual – Studiul forțelor de frecare (Statică vs. Alunecare)

Sursă: Simularea PhET Interactive Simulations (University of Colorado Boulder)

Instrucțiuni pentru elevi:

- Scanează codul QR pentru a vedea cum forțele microscopice se opun mișcării și cum se modifică frecarea în funcție de apăsarea normală. Selectează secțiunea „Frecare” (Friction).
- Bifează în panoul de control: *Forțe (Forces)*, *Valori (Values)*, *Mase (Masses)* și *Viteză (Speed)*.
- Sarcina 1 (Frecarea statică):** Aplică treptat o forță asupra lăzii (folosește săgețile) și urmărește ce se întâmplă cu forța de frecare. Ce relație observi între cele două forțe cât timp lada stă pe loc? Există o limită? Ce se întâmplă când o depășești? Formulează o concluzie proprie înainte de a citi definiția frecării statice.”
- Sarcina 2 (Frecarea la alunecare):** După ce lada a pornit, compară forța de frecare în mișcare cu valoarea maximă pe care ai măsurat-o în Sarcina 1. Ce observi? Crezi că acest lucru are legătură cu experiența de zi cu zi a împingerii unui dulap greu? Argumentează.
- Sarcina 3 (Dependența de apăsarea normală):** Înainte de a adăuga masa suplimentară, formulează o predicție: dacă dublezi masa lăzii, cum crezi că se va modifica forța de frecare maximă? Se va dubla, va crește mai puțin sau mai mult? Notează predicția, apoi verifică experimental. A fost predicția ta corectă? Ce concluzie tragi despre relația dintre forța normală și forța de frecare?



Caracteristicile forței de frecare:

- ▶ Simbolul: $\vec{F}_f$
- ▶ Punctul de aplicație este pe corp (forța acționează asupra corpului), în apropierea suprafeței de contact.
- ▶ Direcția este tangentă la suprafața de contact și paralelă cu mișcarea relativă sau cu tendința de alunecare dintre suprafețe.
- ▶ Sensul este opus sensului de mișcare al corpului.
- ▶ Modulul forței de frecare este dat de relația matematică: $F_f = \mu \cdot N$
- ▶ Unitatea de măsură în SI este: $\langle F_f \rangle_{SI} = \text{N}$ (Newton)
- ▶ Instrumentul de măsură este dinamometrul.

$$F_f = \mu \cdot N$$

coeficient de frecare
forța de reacțiune normală (N)
forța de frecare (N)

Legile frecării la alunecare**...experimente**

Experiment 1: Așază un bloc de lemn de formă paralelipipedică pe fețe diferite: pe fața mare, apoi pe fața cea mai mică. Trage corpul uniform cu un dinamometru pe aceeași suprafață, fără a-i modifica greutatea. Compară valorile indicate de dinamometru. Vei observa că forța de frecare rămâne aproximativ aceeași.

Deci, pentru același corp și același tip de suprafațe, frecarea la alunecare nu depinde semnificativ de mărimea suprafeței de contact.

Prima lege a frecării afirmă faptul că **forța de frecare la alunecare între două corpuri nu depinde de aria suprafeței de contact dintre corpuri.**

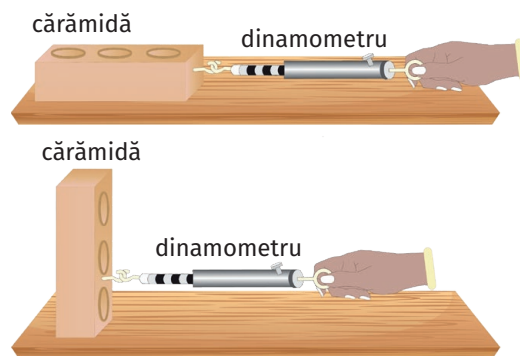


Fig. 6 Forța de frecare la alunecare nu depinde de aria suprafeței de contact

Experiment 2: Așază blocul de lemn din Experimentul 1 pe o suprafață orizontală și trage-l cu ajutorul unui dinamometru. Notează forța necesară pentru o mișcare uniformă. Adaugă pe corp una sau mai multe greutateți și repetă măsurarea. Vei constata că, pe măsură ce greutatea corpului crește, crește și forța de frecare. Deci, forța de frecare este cu atât mai mare cu cât forța de apăsare normală este mai mare.

...de reținut

A doua lege arată că **forța de frecare la alunecare este direct proporțională cu forța de apăsare normală** exercitată pe suprafața de contact.

$$F_f = \mu \cdot N \Rightarrow \mu = \frac{F_f}{N} \Rightarrow \langle \mu \rangle_{SI} = \frac{N}{N} = 1$$

Coeficientul μ din această relație este **coeficientul de frecare la alunecare**. El este mai mic decât coeficientul de frecare statică (μ_s), care determină forța maximă necesară pornirii corpului din repaus. De aceea, forța necesară pentru a menține un corp în mișcare este mai mică decât forța necesară pentru a-l porni – exact cum ai observat în simularea PhET și în exemplul dulapului.

Coeficientul de frecare la alunecare „ μ ” este o mărime adimensională (fără unitate de măsură) ce depinde de natura materialelor aflate în contact și de starea suprafețelor (netede, rugoase, uscate, lubrificate). De regulă valoarea acestui coeficient este subunitară, dar poate depăși valoarea 1 pentru unele perechi de materiale. În cadrul modelului analizat, el nu depinde de aria suprafeței de contact și nici de viteza de alunecare.

...experiment**Experiment 3:**

Așază același bloc paralelipipedic din experimentele de mai sus pe suprafețe diferite: bancă netedă, hârtie abrazivă, material textil, folie de plastic. Trage uniform blocul cu ajutorul unui dinamometru și notează

indicația dinamometrului pentru fiecare tip de suprafață. Vei observa că forța necesară pentru menținerea mișcării uniforme este diferită, deși corpul este același.

Deci, forța de frecare depinde de natura și de starea suprafețelor aflate în contact (de exemplu, gradul de șlefuire al suprafeței).

Suprafețe aflate în contact	Coeficient de frecare la alunecare (μ)	Coeficient de frecare static (μ_s)
Lemn pe lemn (uscat)	0,25 – 0,50	0,35 – 0,60
Metal pe metal (uscat)	0,15 – 0,25	0,20 – 0,45
Cauciuc pe asfalt (uscat)	0,60 – 0,80	0,70 – 0,90
Cauciuc pe asfalt (umed)	0,40 – 0,50	0,45 – 0,60
Gheață pe gheață	0,02 – 0,04	0,05 – 0,15
Teflon pe teflon	0,04	0,04

Tabel – Coeficienți de frecare
(Valorile din tabel sunt aproximative și depind de tipul suprafețelor)

Observă că μ scade semnificativ când suprafața este umedă (cauciuc pe asfalt umed: 0,40–0,50 față de 0,60–0,80 pe uscat). Anvelopele uzate nu mai pot evacua apa dintre cauciuc și asfalt, reducând și mai mult contactul real dintre suprafețe, deci și coeficientul de frecare.

Aplicație: forțe pe planul înclinat.

Consideră un corp aflat pe un plan înclinat cu unghiul α față de orizontală. Greutatea corpului se descompune în două componente:

$G_t = G \cdot \sin \alpha$ – componenta tangențială a greutateii (paralelă cu planul), care tinde să coboare corpul;

$G_n = G \cdot \cos \alpha$ – componenta normală a greutateii (perpendiculară pe plan), care determină reacțiunea normală: $N = G \cdot \cos \alpha$.

Dacă obiectul este în repaus pe planul înclinat, forța de frecare statică se adaptează pentru a echilibra componenta tangențială a greutateii:

$$F_{fstatică} = G \cdot \sin \alpha,$$

atât timp cât $G \cdot \sin \alpha \leq \mu_s \cdot G \cdot \cos \alpha$.

Forța de frecare care se opune tendinței de alunecare este:

$$F_f = \mu \cdot N = \mu \cdot G \cdot \cos \alpha$$

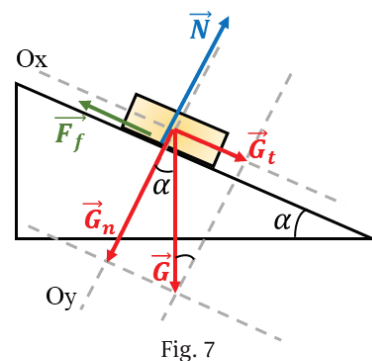


Fig. 7

...de reținut

Atunci când un corp este așezat pe un plan înclinat, iar unghiul de înclinare crește treptat, corpul rămâne în repaus până la atingerea unei valori limită a unghiului de înclinare, φ , numit **unghi de frecare**, pentru care corpul odată pornit va aluneca în jos practic *uniform*. În acest caz, $F_f = G \cdot \sin \varphi$ și $F_f = \mu_s \cdot N = \mu_s \cdot G \cdot \cos \varphi$.

coeficientul de frecare la alunecare

$$\mu_s = \frac{F_f}{N} = \frac{G \cdot \sin \varphi}{G \cdot \cos \varphi} = \tan \varphi$$

tangenta unghiului de frecare

Dacă corpul alunecă uniform pe plan, atunci:

$$G \cdot \sin \alpha = \mu \cdot G \cdot \cos \alpha \Rightarrow \mu = \tan \alpha = \tan \varphi$$

Coeficientul de frecare la alunecare μ este egal cu tangenta unghiului de frecare φ , care la rândul lui este egal cu unghiul planului înclinat pentru care corpul alunecă *uniform* pe plan.

...Știi că

Fără forța de frecare statică nu ai putea merge (picioarele ți-ar aluneca înapoi, ca pe gheață, la fiecare pas), iar mașinile nu ar putea vira. În Formula 1, inginerii caută compuși de cauciuc care să maximizeze această aderență, transformând interacțiunea prin contact într-un avantaj competitiv crucial.

...problemă rezolvată

Un elev trage orizontal, uniform, pe podeaua clasei un ghiozdan de 1,2 kg, în care se află 3,8 kg rechizite. Cunoscând coeficientul de frecare la alunecare dintre ghiozdan și podea $\mu = 0,35$, determină forța de frecare la alunecare care acționează asupra ghiozdanului. Consideră $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Rezolvare:

$$M = 1,2 \text{ kg}$$

$$m = 3,8 \text{ kg}$$

$$\mu = 0,35$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$F_f = ?$$

$$F_f = \mu \cdot N$$

$$\text{Principiul fundamental: } \vec{F}_f + \vec{G} + \vec{N} = 0$$

$$\text{Proiecția pe Oy: } N - G = 0 \Rightarrow N = G = (M + m) \cdot g \Rightarrow F_f = \mu \cdot (M + m) \cdot g$$

$$F_f = 0,35 \cdot (1,2 + 3,8) \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 17,5 \text{ N}$$

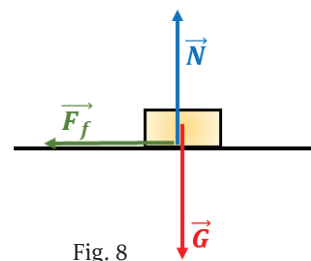


Fig. 8

...verifică înțelegerea

1. De ce este mai dificil să pui un corp în mișcare decât să îl menții în mișcare pe o suprafață solidă? Explică folosind noțiunile de frecare statică și frecare la alunecare.
2. De ce forța de frecare la alunecare depinde de natura suprafețelor aflate în contact, dar nu depinde de aria suprafeței de contact?
3. Explică de ce anvelopele uzate pot fi periculoase pe carosabilul umed.

2. Forța deformatoare. Legea lui Hooke. Forța elastică. Tensiunea mecanică

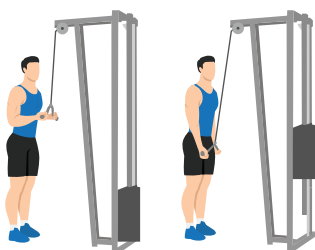
Ai observat că un elastic întins revine la forma inițială când îl eliberezi, dar dacă îl întinzi prea mult nu mai revine? Sau că arcul unui pix se comprimă atunci când apeși pe el, apoi revine la forma inițială când încetezi să apeși? Ce forță apare în aceste corpuri deformate și de cine depinde ea?

De ce cablurile podurilor suspendate pot suporta greutatea foarte mari? De ce arcurile de la mașini absorb șocurile fără să se rupă? Răspunsul stă în înțelegerea forțelor elastice și a tensiunii mecanice.

Tensiunea în fir

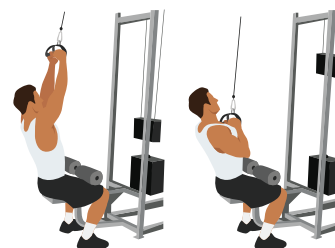
În viața de zi cu zi întâlnești adesea fire, sfori sau cabluri care susțin, ridică sau pun în mișcare diferite corpuri. De exemplu, o lampă poate fi suspendată de tavan, un lift sau o telecabină se deplasează cu ajutorul unor cabluri, iar la unele aparate de fitness greutatea sunt ridicate prin intermediul acestora.

...provocare



Când tragi de mânerul unui aparat de fitness, greutatea se ridică prin intermediul unui cablu. Cum poate acest cablu să transmită forța până la greutate? Ce forță se transmite prin el?

Pentru a descrie astfel de situații, în mecanică vei folosi noțiunea de *tensiune mecanică* sau *tensiune în fir*.



...de reținut

Atunci când un corp este legat de un fir întins, între corp și fir apare o interacțiune mecanică. Firul exercită asupra corpului o forță orientată de-a lungul său, iar corpul exercită asupra firului o forță de aceeași mărime și de sens opus, conform principiului acțiunii și reacțiunii. Forța cu care firul acționează asupra corpului se numește **tensiunea firului** și se notează, de obicei, cu T . Direcția acestei forțe este de-a lungul firului. Forțe de același tip pot apărea și în alte elemente care leagă corpuri între ele, cum sunt barele sau tijele.

Caracteristicile forței de tensiune în fir:

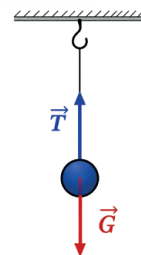
- ▶ Simbolul: $\vec{T}$
- ▶ Este exercitată de fir și acționează asupra corpului.
- ▶ Punctul de aplicație este pe corp, la capătul firului dinspre corp (punctul în care firul se leagă de corp).
- ▶ Direcția este de-a lungul firului/barei, coincide cu direcția forței care întinde/comprimă firul sau bara.
- ▶ Sensul este de la corp spre fir sau bară/tijă (la întindere) și invers (la comprimarea barei/tije).
- ▶ Modulul forței de tensiune este dat de relațiile matematice ale celorlalte forțe care acționează asupra corpului agățat de fir/bară/tijă, fiind o forță de reacțiune.
- ▶ Unitatea de măsură în SI este: $\langle T \rangle_{SI} = \text{N}$ (Newton)
- ▶ Instrumentul de măsură este dinamometrul.

...experiment intuitiv

Analizează cazul unui corp suspendat vertical de un fir.

- Când corpul se află în repaus, asupra lui acționează: greutatea, orientată vertical în jos, și tensiunea firului, orientată vertical în sus. Deoarece corpul este în echilibru mecanic, rezultanta forțelor este nulă, deci tensiunea firului este egală în valoare cu greutatea corpului: $T = G$
- Când corpul se deplasează vertical, tensiunea firului nu mai este, în general, egală cu greutatea.

Atunci când corpul este ridicat cu accelerație, tensiunea firului este mai mare decât greutatea, deoarece firul trebuie nu doar să susțină corpul, ci și să îi producă accelerația. În acest caz, aplicând principiul fundamental al dinamicii, obții: $m \cdot a = T - G$. Atunci când corpul coboară cu accelerație, tensiunea firului este mai mică decât greutatea. În această situație: $m \cdot a = G - T$.



...de reținut

Corp în repaus	$T = G = m \cdot g$
Corp ridicat cu accelerație	$T = m \cdot (g + a)$
Corp coborât cu accelerație	$T = m \cdot (g - a)$

În rezolvarea problemelor de fizică, firul este considerat adesea ideal, adică fără masă, inextensibil și perfect flexibil. În cazul unui fir ideal, fără masă și fără frecări, tensiunea are aceeași valoare în toate punctele firului. Această ipoteză simplifică analiza și permite studiarea mai ușoară a sistemelor formate din corpuri legate între ele.

Tensiunea în fir este, așadar, o mărime fizică importantă în mecanică, necesară pentru descrierea echilibrului și a mișcării corpurilor suspendate sau legate între ele.

Tensiunea în cazul a două corpuri legate printr-un fir inextensibil

Două corpuri de mase m_1 și m_2 legate printr-un fir inextensibil, cu masa neglijabilă, sunt așezate pe o platformă orizontală, fără frecări.

Asupra corpului m_1 acționează:

- ▶ forța de tracțiune $\vec{F}$ (exercitată, de exemplu, de mâna unui om);
- ▶ greutatea $\vec{G}_1$ (datorată interacțiunii cu Pământul);
- ▶ normala $\vec{N}_1$ (exercitată de platforma pe care alunecă corpul).

Asupra corpului m_2 acționează forțele $\vec{G}_2$ și $\vec{N}_2$.

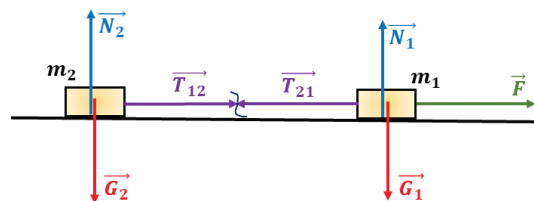


Fig. 9

Dacă ambele corpuri au fost inițial în repaus, acționând cu forța $\vec{F}$ asupra corpului m_1 , acesta va dobândi o accelerație $\vec{a}$ orientată spre dreapta. Odată cu el se va deplasa și corpul m_2 cu aceeași accelerație $\vec{a}$. Ce forță trage corpul m_2 orizontal spre dreapta?

Deoarece singurul corp din sistem care acționează orizontal asupra lui m_2 este m_1 , înseamnă că forța care îl determină pe m_2 să se miște (accelerat) spre dreapta este rezultatul acțiunii lui m_1 asupra lui m_2 ; notează această forță cu $\vec{T}_{12}$. Conform principiului al III-lea, și m_2 acționează asupra lui m_1 cu o forță $\vec{T}_{21}$ egală în modul, dar de sens opus: $\vec{T}_{21} = -\vec{T}_{12}$; $T_{21} = T_{12} = T$. Cele două forțe cu care corpurile legate la capetele firului (m_1 și m_2) interacționează sunt tensiuni în același fir.

...problemă rezolvată

Pentru a studia tensiunea într-un fir, un corp de masă $m = 3 \text{ kg}$ este ridicat vertical cu accelerația $a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Determină tensiunea în fir. Ce se întâmplă cu tensiunea dacă corpul coboară cu aceeași accelerație? (Consideră $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

Rezolvare:

$$m = 3 \text{ kg}$$

$$a = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$$

$$\text{a) } T_{\text{urcare}} = ?$$

$$\text{b) } T_{\text{coborare}} = ?$$

a) Corpul urcă – conform principiului fundamental al dinamicii:

$$m \cdot a = T_{\text{urcare}} - G \Rightarrow T_{\text{urcare}} = m \cdot a + m \cdot g = m \cdot (a + g)$$

$$\Rightarrow T_{\text{urcare}} = 3 \text{ kg} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} + 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 36 \text{ N.}$$

$$\text{b) } m \cdot a = G - T_{\text{coborare}} \Rightarrow T_{\text{coborare}} = m \cdot g - m \cdot a = m \cdot (g - a)$$

$$\Rightarrow T_{\text{coborare}} = 3 \text{ kg} \cdot \left(10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} - 2 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \right) = 24 \text{ N.}$$

Concluzie: $T_{\text{urcare}} > G > T_{\text{coborare}}$.

...verifică înțelegerea

- Un corp este suspendat de un fir. Cum se modifică tensiunea în fir față de greutatea corpului în fiecare dintre situațiile de mai jos? Argumentează fără calcul.
 - Corpul este ridicat cu accelerație.
 - Corpul coboară cu accelerație.
 - Corpul se mișcă în sus cu viteză constantă.
- De ce tensiunea unui fir ideal are aceeași valoare în toate punctele sale? Ce condiție trebuie îndeplinită pentru ca această afirmație să fie valabilă?

Forța deformatoare. Forța elastică

În viața de zi cu zi întâlnești multe situații în care corpurile își schimbă forma sau dimensiunile sub acțiunea unor forțe. Atunci când apeși un burete, întinzi un elastic sau comprimi un arc, vei observa că aceste obiecte se deformează. Forțele care produc astfel de modificări se numesc **forțe deformatoare**.

O forță deformatoare este, așadar, o forță care schimbă forma sau dimensiunile unui corp. Efectul ei depinde nu doar de mărimea forței aplicate, ci și de proprietățile materialului din care este alcătuit corpul. Unele materiale se deformează mai ușor, în timp ce altele se opun mai mult deformării.

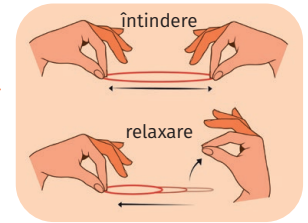
...de amintit

Tip de deformare	Descriere	Exemple
Deformare elastică	Corpul revine la forma inițială după încetarea forței deformatoare.	arc, elastic, bandă de cauciuc, burete
Deformare plastică (permanentă)	Corpul nu mai revine la forma inițială – deformarea este ireversibilă.	lut modelat, sârmă îndoită, foaie de hârtie
Limita elastică	Valoarea maximă a forței la care deformarea rămâne elastic.	Depășirea ei → deformare plastică

Forța deformatoare poate produce: **întindere** (alungire), **comprimare** (scurtare), **încovoiere**, **răsucire** sau **forfecare**. În cadrul acestei lecții te vei concentra pe întindere și comprimare.

...provocare

Ia în mână un arc metalic, o bandă elastică sau chiar un elastic de păr. Trage ușor de el și observă ce se întâmplă. Apoi eliberează-l.



...experiment intuitiv

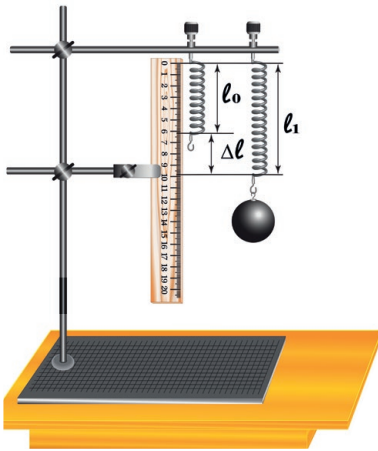


Fig. 10. Alungirea barei este direct proporțională cu forța deformatoare

Dacă un arc este suspendat vertical și de capătul său liber sunt agățate, pe rând, corpuri cu mase diferite, vei observa că arcul se alungește tot mai mult pe măsură ce forța care acționează asupra lui crește. După îndepărtarea corpurilor, arcul revine la lungimea inițială. Aceasta arată că modificarea produsă este reversibilă și poartă numele de *deformare elastică*.

Revenirea corpului la forma inițială se explică prin apariția unei forțe interne, numită *forță elastică*. Aceasta apare într-un corp deformat elastic și se opune deformării produse de forța deformatoare. Forța elastică are sens opus deformării, iar mărimea ei depinde de cât de mult este deformat corpul. Când cauza deformării dispare, forța elastică face ca obiectul să revină la forma și dimensiunile inițiale.

Pentru a exprima printr-o mărime fizică modificarea lungimii unui resort elastic, se folosește *deformația absolută*. Ea arată cu cât s-a schimbat lungimea resortului în urma deformării. În cazul deformării liniare, deformația absolută este diferența dintre lungimea finală și lungimea inițială a resortului: $\Delta l = l_1 - l_0$

...de reținut

Atunci când un fir elastic sau un resort este alungit ori comprimat de o **forță deformatoare** (F), el suferă o **deformare elastică**. După încetarea acțiunii acestei forțe, corpul revine la forma inițială datorită apariției unei forțe interne, numite **forță elastică** (F_e). Aceasta are sens opus deformării și tinde să readucă firul sau resortul la forma și dimensiunile inițiale.

Caracteristicile forței elastice:

- ▶ Simbolul: $\vec{F}_e$
- ▶ Punctul de aplicație coincide cu capătul resortului; când acest capăt este legat de un corp, acționează astfel asupra corpului.
- ▶ Direcția coincide cu direcția forței deformatoare, deci cu direcția resortului.
- ▶ Sensul este opus sensului forței deformatoare, deci opus deformării.
- ▶ Modulul este dat de legea deformării elastice (legea lui Hooke):

$$F_e = k \cdot \Delta l$$

constantă elastică a resortului ($\frac{N}{m}$)
deformarea (m)
forță elastică (N)
- ▶ Unitatea de măsură în SI este: $\langle F_e \rangle_{SI} = N$ (Newton).
- ▶ Instrumentul de măsură este dinamometrul.

Pentru deformări suficient de mici, s-a constatat experimental că între forța elastică și deformarea produsă există o relație de proporționalitate directă. Această dependență este exprimată de **legea lui Hooke**:

Mărimea forței elastice este direct proporțională cu alungirea sau comprimarea corpului (vezi relația de mai sus).

Legea lui Hooke este valabilă doar în domeniul deformărilor elastice. Dacă forța deformatoare depășește o anumită limită, numită **limita elastică**, corpul nu mai revine complet la forma inițială, iar deformarea devine permanentă. În acest caz, relația de proporționalitate dintre forță și deformare nu mai este respectată.

Astfel, în figura alăturată, graficul forței elastice în funcție de deformația absolută este o **dreaptă care trece prin origine**, cu panta egală cu k . Până la limita elastică graficul este linear. După depășirea limitei elastice, corpul se deformează plastic și graficul devine nelinier.

Vectorial, legea deformării elastice se scrie: $\vec{F}_e = -k \cdot \vec{\Delta l}$

Semnul „-” în relația de mai sus apare datorită faptului că forța elastică se opune deformării, adică acționează în sens opus.

Scala $F_e = k \cdot \Delta l \Rightarrow k = \frac{F_e}{\Delta l} \Rightarrow \langle k \rangle_{SI} = \frac{N}{m}$

Constanta elastică caracterizează proprietățile elastice ale corpului și depinde de natura materialului, de forma și de dimensiunile acestuia. Cu cât valoarea constantei elastice este mai mare, cu atât corpul este mai rigid și se deformează mai greu sub acțiunea unei forțe.

GRUPAREA RESORTURILOR

Ce se întâmplă când mai multe resorturi acționează împreună? Cum poți înlocui un grup de resorturi cu un singur resort echivalent?

Oricare ar fi modul de grupare (serie sau paralel), un sistem de resorturi poate fi înlocuit cu un singur resort, numit **resort echivalent**, care produce aceeași deformare sub aceeași forță. Constanta elastică a resortului echivalent se notează k_e .

1. Gruparea în serie

Două sau mai multe resorturi sunt grupate **în serie** atunci când sunt conectate unul după altul, astfel încât asupra fiecărui resort acționează aceeași forță deformatoare F , care produce deformări diferite fiecărui resort. Forța acționează la un capăt al șirului, iar celălalt capăt este fix.

...experiment intuitiv

Suspendă vertical două resorturi legate cap la cap și agață de capătul liber un corp. Observă că fiecare resort se alungește separat, iar alungirea totală a sistemului este suma alungirilor individuale.

...de reținut

Proprietățile grupării în serie:

- Forța este aceeași în fiecare resort – fiecare resort suportă întreaga forță aplicată:

$$F_1 = F_2 = \dots = F_n = F$$

- Deformarea totală este suma deformărilor individuale:

$$\Delta l_{total} = \Delta l_1 + \Delta l_2 + \dots + \Delta l_n$$

Aplicând legea lui Hooke pentru fiecare resort și pentru resortul echivalent:

$$\frac{F}{k_{es}} = \frac{F}{k_1} + \frac{F}{k_2} + \dots + \frac{F}{k_n} \Rightarrow \frac{1}{k_{es}} = \frac{1}{k_1} + \frac{1}{k_2} + \dots + \frac{1}{k_n}$$

Constanta elastică echivalentă în serie, k_{es} , este mai mică decât cea mai mică dintre constantele individuale. Grupul de resorturi în serie este mai slab decât oricare resort luat separat, se deformează mai ușor sub aceeași forță.

Exemplu în practică: Cântarele cu arcuri utilizează adesea resorturi în serie pentru a obține o sensibilitate mai mare, un sistem mai moale produce deformări mai mari pentru aceeași forță, ușurând citirea valorilor mici.

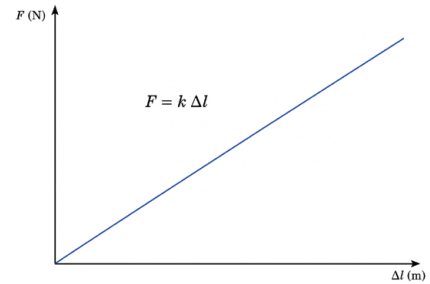


Fig. 11. Graficul $F = f(\Delta l)$

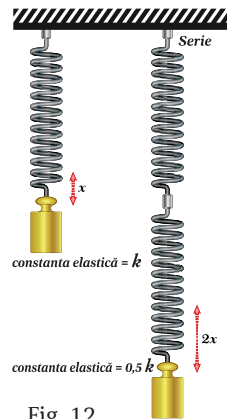


Fig. 12

2. Gruparea în paralel

Două sau mai multe resorturi sunt grupate **în paralel** atunci când au capetele fixate la aceleași două puncte – se deformează simultan și împart între ele forța aplicată.

...experiment intuitiv

Fixează două resorturi alăturate între același punct fix de sus și aceeași bară rigidă de jos. Agață un corp de bară. Observă că ambele resorturi se alungesc cu același Δl , dar fiecare suportă doar o parte din forță.

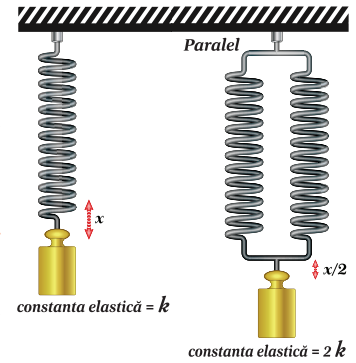


Fig. 13

...de reținut

Proprietățile grupării în paralel:

- Deformarea este aceeași pentru toate resorturile:

$$\Delta l_1 = \Delta l_2 = \dots = \Delta l$$

- Forța totală este suma forțelor suportate de fiecare resort:

$$F_{total} = F_1 + F_2 + \dots + F_n$$

Aplicând legea lui Hooke, obținem:

$$k \cdot \Delta l = k_1 \cdot \Delta l_1 = k_2 \cdot \Delta l_2 = \dots = k_n \cdot \Delta l_n \implies k_{ep} = k_1 + k_2 + \dots + k_n$$

Constanta elastică echivalentă în paralel, k_{ep} , este **suma** constantelor individuale. Grupul de resorturi în paralel este mai rigid decât oricare resort luat separat, se deformează mai greu sub aceeași forță.

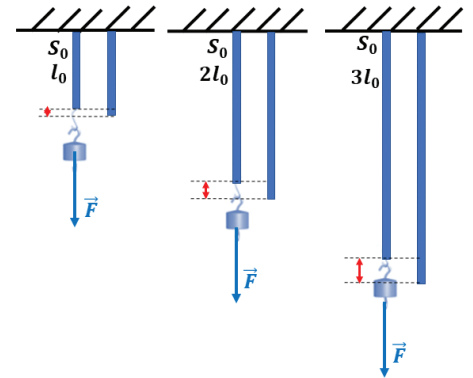


Fig. 14. Alungirea barei este direct proporțională cu lungimea sa inițială

Exemple în practică:

- Suspensia automobilului folosește resorturi în paralel pentru a distribui greutatea vehiculului și a absorbi șocurile uniform, un sistem mai rigid, care oferă stabilitate.
- Saltelele cu arcuri folosesc sute de resorturi în paralel, fiecare preluând o fracțiune din greutatea corpului, sistemul în ansamblu este mai rigid și mai rezistent decât un resort singur.

Până acum ai studiat legea lui Hooke în forma $Fe = k \cdot \Delta l$, care descrie comportarea unui resort sau a unui fir elastic concret. Dar cum vei compara comportarea elastică a două bare din materiale diferite, dacă au lungimi și secțiuni diferite? O bară scurtă și groasă dintr-un material se va deforma altfel decât una lungă și subțire din același material, chiar sub aceeași forță.

...experiment:

- Pentru trei fire cilindrice elastice (de oțel sau cauciuc) de lungimi diferite, de aceeași grosime și din același material:

- măsoară lungimea inițială a firelor;
- agață câte un corp de aceeași greutate la capetele fiecărui fir;
- determină alungirea firelor în fiecare caz în parte.

Cu cât lungimea firului inițial este mai mare, cu atât alungirea finală va fi mai mare. Sub acțiunea greutății, firul se alungește. Cu cât lungimea firului este mai mare, rezistența sa la deformare scade, astfel încât firele mai lungi se alungesc mai mult.

- Pentru trei fire elastice, de grosimi diferite, dar de aceeași lungime inițială și din același material:

- măsoară lungimea inițială a firelor;
- agață aceeași greutate la capetele celor trei fire;
- determină alungirea firelor în fiecare caz în parte.

Când grosimea firului crește, alungirea scade. Sub acțiunea greutății, firul se alungește. Cu cât grosimea firului este mai mare, rezistența sa la deformare crește, astfel încât firele mai groase se alungesc mai puțin.

...de reținut

Rezultatele obținute pe cale experimentală pot fi puse matematic sub forma: $\Delta l \sim \frac{F \cdot l_0}{S_0}$

Dacă lungimea inițială l_0 , aria secțiunii (transversale) inițiale S_0 și forța F , care acționează asupra firului, vor rămâne neschimbate, dar vei experimenta cu fire din materiale diferite, vei obține alungiri diferite. Deformările depind deci și de natura materialului supus sollicitării. Aceste constatări experimentale pot fi scrise sub forma:

$$\Delta l = \frac{1}{E} \cdot \frac{F l_0}{S_0} \quad \text{sau} \quad \frac{F}{S_0} = E \cdot \frac{\Delta l}{l_0}$$

unde: $\frac{F}{S_0} = \sigma$ reprezintă forța exercitată pe unitatea de suprafață și se numește **tensiune sau efort unitar**.

$$\sigma = \frac{F}{S_0}$$

efort unitar $\left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)$ — **forța exercitată pe unitatea de suprafață (N)**
— **aria secțiunii transversale inițiale (m^2)**

$\frac{\Delta l}{l_0} = \varepsilon$ reprezintă raportul dintre alungirea absolută și lungimea inițială și se numește **alungire relativă sau deformare specifică**. Relația de mai sus arată că alungirile relative $\frac{\Delta l}{l_0}$ sunt proporționale cu eforturile unitare $\frac{F}{S_0}$ pentru un material dat. Această dependență reprezintă legea lui Hooke sau legea deformărilor elastice. Este o lege experimentală, valabilă doar în domeniul deformărilor elastice. Cu notațiile de mai sus, **legea lui Hooke** poate fi scrisă:

$$\sigma = E \cdot \varepsilon$$

efort unitar $\left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)$ — **alungirea relativă**
— **modul de elasticitate $\left(\frac{\text{N}}{\text{m}^2}\right)$**

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l_0}$$

alungirea relativă (deformație specifică) — **alungirea absolută (m)**
— **alungirea inițială (m)**

Factorul de proporționalitate E se numește **modul de elasticitate longitudinal** sau **modulul lui Young**. El caracterizează proprietățile elastice ale materialului din care este realizat corpul și se măsoară în N/m^2 . Modulul lui Young arată cât de mult se opune un material deformării elastice prin întindere sau comprimare. Cu cât valoarea lui E este mai mare, cu atât materialul se deformează mai puțin sub acțiunea aceleiași forțe.

Este important să deosebești modulul lui Young de constanta elastică k . Modulul lui Young caracterizează materialul, independent de forma corpului, în timp ce constanta elastică caracterizează un corp concret (un anumit resort, fir sau bară) și depinde atât de material, cât și de dimensiunile și forma acestuia. De aceea, două resorturi realizate din același material pot avea constante elastice diferite dacă au lungimi, grosimi sau forme diferite, însă vor avea același modul al lui Young. De exemplu, două arcuri din același oțel pot avea rigidități diferite: unul se poate deforma ușor, iar altul mai greu, în funcție de lungimea, grosimea și forma lui. În schimb, modulul lui Young rămâne același, deoarece depinde doar de material.

Dacă scrii legea lui Hooke sub forma $F = \frac{E \cdot S_0}{l_0} \cdot \Delta l$ și ții cont de relația $F = k \cdot \Delta l$, vei deduce faptul că relația pentru constanta elastică a firului (resortului) se scrie $k = \frac{E \cdot S_0}{l_0}$. Determinarea experimentală a constantei elastice a unui resort utilizează legea deformărilor elastice.

...problemă rezolvată

Un resort se alungește cu 4 cm atunci când este supus unei forțe de 8 N.

- Determină constanta elastică a resortului.
- Explică ce se poate spune despre rigiditatea materialului din care este realizat resortul.

Rezolvare: $\Delta l = 4 \text{ cm} = 0,04 \text{ m}$
 $F = 8 \text{ N}$

a) $k = ?$

$$\text{a) } F = k \cdot \Delta l \Rightarrow k = \frac{F}{\Delta l} \Rightarrow k = \frac{8 \text{ N}}{0,04 \text{ m}} = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$$

b) Dacă arcul ar fi realizat dintr-un material cu modul de elasticitate mai mare, aceeași forță ar produce o deformare mai mică, iar constanta elastică ar avea o valoare mai mare.

...verifică înțelegerea

- Ce diferență există între forța deformatoare și forța elastică?
- Ce se întâmplă cu forța elastică atunci când corpul revine la forma inițială?
- Cum influențează valoarea constantei elastice deformarea unui corp?
- Două arcuri sunt întinse cu aceeași forță. Care se alungește mai mult: cel cu constantă elastică mică sau cel cu constantă elastică mare? De ce?
- De ce două corpuri din materiale diferite se deformează diferit sub aceeași forță?
- Un resort se alungește cu 6 cm atunci când asupra lui acționează o forță de 12 N.
 - Determină constanta elastică a resortului.
 - Calculează forța elastică ce apare atunci când același arc este alungit cu 4 cm.
 - Explică, în câteva rânduri, ce s-ar întâmpla cu deformarea arcului dacă acesta ar fi realizat dintr-un material mai rigid.

Investigație în Laboratorul Virtual – Determinarea constantei elastice și Legea lui Hooke

Sursă: Simularea PhET Interactive Simulations (University of Colorado Boulder)

Instrucțiuni pentru elevi:

- Scanează codul QR pentru a explora interactiv forța elastică și deformările în laboratorul virtual PhET.
- Selectează secțiunea „Introducere” (Intro).
- Bifează opțiunile din panoul din dreapta: *Forța aplicată*, *Forța elastică*, *Deplasare*, *Poziția de echilibru* și *Valori*.
- Sarcina 1:* Modifică valoarea forței aplicate (săgeata roșie) și observă cum se modifică vectorul forței elastice (săgeata albastră). Ce observi referitor la sensul celor doi vectori?
- Sarcina 2:* Fixează forța la o valoare constantă (de exemplu, 50 N) și modifică „Constanta resortului” de la cursorul de jos. Observă cum o constantă mai mare (un resort mai rigid) duce la o deformare mai mică.



Curiozități...

- Firele din care este alcătuită pânza de păianjen sunt printre cele mai rezistente și elastice materiale naturale cunoscute.
- Modulul de elasticitate poartă numele fizicianului englez Thomas Young (1773–1829). Același savant a contribuit și la explicarea naturii ondulatorii a luminii și la descifrarea unor hieroglife egiptene. Puțini oameni de știință au avut realizări importante în domenii atât de diferite!



Dinamica mișcării circulare uniforme

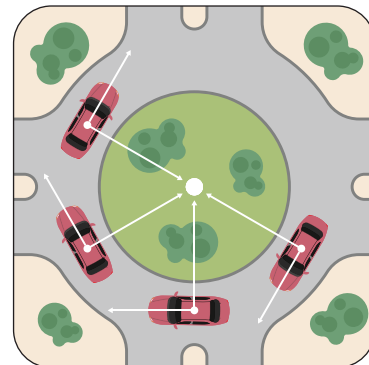
Privește în jurul tău: roțile unei mașini aflate în mers, paletele unui ventilator, un carusel, sateliții artificiali care orbitează Pământul sau chiar vârful acului unui ceas. Toate acestea au ceva în comun: se deplasează pe traiectorii circulare. Dar cum este posibil ca un corp să își schimbe permanent direcția de mișcare și totuși să se deplaseze „uniform”? Ce forță îl obligă să urmeze cercul și să nu continue pe direcție rectilinie?

În această unitate vei descoperi că mișcarea circulară uniformă ascunde o dinamică aparte. Deși modulul vitezei rămâne constant, direcția vectorului viteză se schimbă continuu. Această schimbare este posibilă datorită acțiunii unor forțe care modifică permanent starea de mișcare a corpului. Vei analiza natura acestor forțe și rolul lor în menținerea corpului pe traiectoria circulară.

...provocare

Atunci când un automobil intră într-un sens giratoriu, pasagerii au impresia că sunt împinși spre exteriorul curbei. Într-un parc de distracții, oamenii aflați într-un carusel simt că sunt „trași” spre marginea acestuia, iar dintr-o găleată rotită rapid pe un cerc vertical apa nu cade nici atunci când găleata ajunge deasupra capului.

Toate aceste situații au legătură cu mișcarea circulară și cu modul în care corpurile își schimbă permanent direcția de mișcare. Dar ce determină această schimbare de direcție? De ce un corp nu își continuă deplasarea în linie dreaptă?



...reține

Schimbarea direcției vitezei în mișcarea circulară

În mișcarea circulară uniformă, un corp se deplasează cu viteză constantă ca valoare, dar direcția vitezei se modifică permanent. Din acest motiv, mișcarea circulară uniformă este o mișcare accelerată.

Conform principiului fundamental al mecanicii, modificarea vitezei unui corp este posibilă numai dacă asupra lui acționează o forță rezultantă. În cazul mișcării circulare, această forță este orientată permanent spre centrul traiectoriei și are rolul de a schimba direcția vitezei corpului.

Forța orientată spre centrul cercului se numește **forță centripetă**. Denumirea provine din cuvintele latine *centrum* („centru”) și *petere* („a se îndrepta spre”), sugerând faptul că această forță este orientată spre centrul traiectoriei circulare.

Caracteristicile forței cu rol centripet

Forța cu rol centripet acționează pe direcția razei cercului și are întotdeauna sensul orientat spre centru. Ea este perpendiculară pe viteza instantanee a corpului. Ca urmare a acțiunii forței care determină schimbarea continuă a direcției vitezei, corpul are o accelerație specifică mișcării circulare, numită accelerație centripetă. Ea este orientată întotdeauna spre centrul cercului și este perpendiculară pe vectorul viteză. Modulul accelerației centripete depinde de viteza corpului și de raza traiectoriei circulare:

$$a_{cp} = \frac{v^2}{R}$$

Relația arată că accelerația centripetă crește atunci când viteza crește și scade atunci când raza cercului devine mai mare. Din acest motiv, un automobil aflat într-un viraj strâns are o accelerație centripetă mai mare decât într-un viraj larg, la aceeași viteză.

Este important de reținut că forța centripetă nu reprezintă un tip nou de forță. În funcție de situație, rolul centripet poate fi îndeplinit de diferite forțe cunoscute deja. Astfel:

- tensiunea din fir poate menține un corp pe o traiectorie circulară;
- forța gravitațională menține planetele și sateliții pe orbită;
- forța de frecare poate asigura deplasarea unui automobil într-o curbă;
- forța elastică poate determina mișcarea circulară a unor corpuri legate de resorturi.

Mărimea forței cu rol centripet este dată de relația:

$$F_{cp} = m \cdot a_{cp} = m \cdot \frac{v^2}{R}$$

Aceasta arată că forța centripetă depinde direct de masa corpului și de pătratul vitezei și invers proporțional de raza traiectoriei circulare. De aceea, un automobil trebuie să reducă viteza atunci când intră într-o curbă cu rază de curbura mică, iar centrifugele din laboratoarele medicale trebuie să se rotească foarte rapid pentru a realiza separarea eficientă a substanțelor cu densități diferite.

...experiment

Pentru a evidenția rolul forței centripete, se poate realiza un experiment simplu folosind o bilă mică legată de o sfoară. Bila este rotită uniform pe o traiectorie circulară. În timpul mișcării, sfoara rămâne întinsă, ceea ce arată că asupra bilei acționează permanent o forță orientată spre centrul cercului. Această forță este tensiunea din sfoară. Dacă sfoara se rupe, bila nu mai continuă mișcarea circulară, ci se deplasează pe direcția tangentei la cerc în punctul respectiv. Observația confirmă faptul că mișcarea circulară este posibilă numai în prezența unei forțe orientate spre centru.

Sistemele de referință

Pentru descrierea mișcării corpurilor este necesar un sistem de referință. În funcție de starea de mișcare a acestuia, *sistemele de referință pot fi inerțiale sau neinerțiale*.

Un sistem de referință în care este valabil principiul inerției se numește **sistem de referință inerțial**. Într-un astfel de sistem, un corp asupra căruia nu acționează forțe rămâne în repaus sau se deplasează rectiliniu și uniform. Pentru majoritatea fenomenelor studiate la nivel liceal, Pământul poate fi considerat aproximativ inerțial.

Există însă situații în care sistemul de referință este accelerat. Un automobil care accelerează, un lift care își modifică viteza sau un carusel aflat în rotație reprezintă exemple de **sisteme de referință neinerțiale**. În aceste sisteme, descrierea mișcării devine diferită față de cea realizată de un observator aflat într-un sistem inerțial.

Forța centrifugă

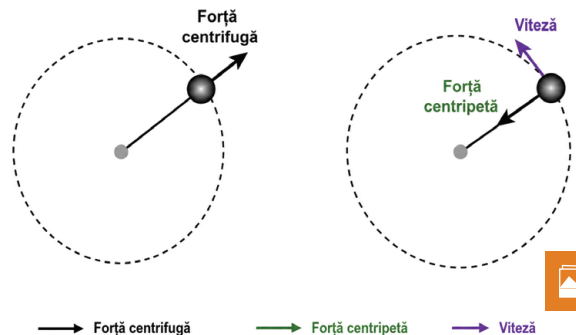
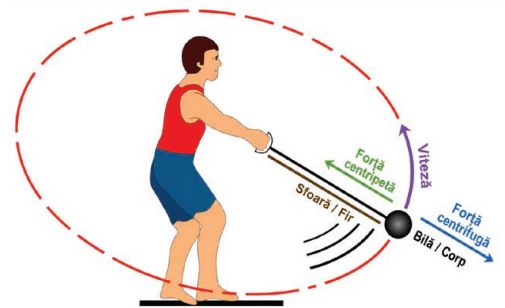
Un observator aflat într-un sistem de referință care se rotește are impresia că asupra corpurilor acționează o forță orientată spre exteriorul traiectoriei circulare. Într-un sistem de referință aflat în rotație, efectele inerției pot fi descrise prin introducerea unei forțe aparente, numite **forță centrifugă**, având același modul ca forța centripetă și sens opus acesteia.

$$\vec{F}_{cf} = -\vec{F}_{cp} \Rightarrow F_{cf} = F_{cp}$$

Forța centrifugă apare numai în sistemele de referință neinerțiale și este o forță aparentă, deoarece nu este produsă de o interacțiune reală între corpuri.

Forța centripetă și forța centrifugă nu formează un cuplu acțiune – reacțiune deoarece sunt descrise în sisteme de referință diferite. De exemplu, într-un automobil care intră într-un viraj, pasagerii au impresia că sunt împinși spre exteriorul curbei. În realitate, conform principiului inerției, corpul lor tinde să își continue mișcarea rectilinie. Schimbarea direcției de mișcare este posibilă deoarece scaunul, centura de siguranță sau portiera automobilului exercită asupra pasagerului forța necesară. Prin urmare, ceea ce observatorul din automobil interpretează ca o „forță” orientată spre exterior reprezintă efectul utilizării unui sistem de referință aflat în rotație.

Forță centrifugă



...problemă rezolvată

Un automobil cu masa $m = 1200 \text{ kg}$ se deplasează cu viteza constantă $v = 54 \text{ km/h}$ pe o șosea circulară de rază $R = 75 \text{ m}$. Determină:

- acceleerația centripetă a automobilului;
- forța centripetă care acționează asupra automobilului;
- de câte ori este acceleerația centripetă mai mică decât acceleerația gravitațională $g = 10 \text{ m/s}^2$.

Rezolvare: $v = 54 \frac{\text{km}}{\text{h}} = 15 \frac{\text{m}}{\text{s}}$
 $R = 75 \text{ m}$

a) $a_{cp} = ?$

b) $F_{cp} = ?$

c) $\frac{a_{cp}}{g} = ?$

a) $a_{cp} = \frac{v^2}{R} \Rightarrow a_{cp} = \frac{15^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{75 \text{ m}} = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$

b) $F_{cp} = m \cdot a_{cp} \Rightarrow F_{cp} = 1200 \text{ kg} \cdot 3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 3600 \text{ N}$

c) $\frac{a_{cp}}{g} = \frac{3 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 0,3$ (acceleerația centripetă este de 3 ori mai mică decât acceleerația gravitațională)

...verifică înțelegerea

- De ce este necesară existența unei forțe pentru menținerea mișcării circulare uniforme?
- De ce un automobil poate derapa într-o curbă dacă viteza devine prea mare?
- Cum se modifică forța centripetă dacă viteza se dublează?
- De ce pasagerii unui autobuz au impresia că sunt împinși spre exterior atunci când vehiculul intră într-o curbă?
- Explică de ce viteza unui automobil trebuie redusă în curbele cu rază mică.

...aplică cele învățate

Identifică forța cu rol centripet în următoarele situații:

- mișcarea Lunii în jurul Pământului;
- rotirea unei pietre legate de o sfoară;
- deplasarea unui automobil într-un sens giratoriu.

Explică de ce starea carosabilului influențează viteza maximă cu care un automobil poate aborda o curbă.

Realizează o listă cu dispozitive sau activități din viața cotidiană în care apare mișcarea circulară: centrifuge, mașini de spălat, carusele, montagne-russe sau sateliți artificiali.

Curiozități...

- Astronauții sunt antrenați în instalații speciale numite centrifuge. Acestea se rotesc cu viteze foarte mari și reproduc acceleerațiile care apar în timpul lansării unei rachete. În timpul antrenamentului, corpul astronautilor este supus unor efecte asemănătoare celor observate în sistemele de referință aflate în rotație.

Investigație în laboratorul virtual – Explorarea acceleerației centripete

Sursă: simularea PhET „Rotation – Ladybug Revolution”

Instrucțiuni pentru elevi:

- Accesează simularea folosind codul QR sau linkul indicat.
- Activează opțiunile:
 - Velocity Vector;
 - Acceleration Vector.
- Așază două insecte la distanțe diferite față de centru.
- Modifică viteza unghiulară și observă:
 - direcția vectorilor;
 - modificarea vitezei;
 - modificarea acceleerației centripete.
- Compară mișcarea corpurilor aflate la raze diferite.



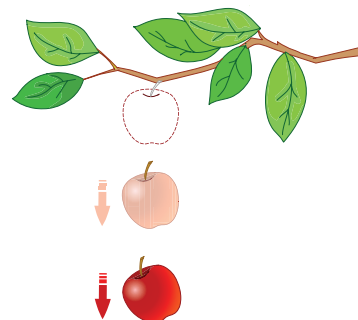
Interacțiuni prin câmpuri: interacțiunea gravitațională

1. Legea atracției gravitaționale

În viața de zi cu zi observi numeroase fenomene care par, cu siguranță, firești: o minge scăpată din mână cade pe sol, ploaia cade din nori, frunzele cad toamna. Aceste fenomene nu sunt însă întâmplătoare. Ele apar deoarece între Pământ și orice obiect există o interacțiune numită *interacțiune gravitațională*. Această interacțiune nu apare doar pe Pământ. Ea există între toate corpurile din Univers: între Pământ și Lună, între Soare și planete, între stele și galaxii.

În secolul al XVII-lea, fizicianul englez Isaac Newton a formulat legea care explică acest fenomen. Legenda spune că Newton a fost inspirat de căderea unui măr dintr-un pom. Observând că mărul cade spre Pământ, Newton s-a întrebat: „De ce cade mărul întotdeauna spre Pământ? Dacă Pământul atrage mărul, nu cumva Pământul atrage și Luna?”. Această idee a dus la formularea legii atracției gravitaționale universale, care explică atât căderea corpurilor pe Pământ, cât și mișcarea planetelor.

Pornind de la observația că mărul cade spre Pământ, Newton a ajuns la o idee revoluționară. El a înțeles că aceeași forță care produce căderea corpurilor pe Pământ menține și Luna pe orbită. Mai mult, această forță explică și mișcarea planetelor în jurul Soarelui. Newton a arătat că oricare două corpuri din Univers se atrag reciproc, iar această atracție se numește **interacțiune gravitațională**. Această idee a fost formulată matematic în legea atracției universale.



...de reținut

Legea formulată de **Newton** spune că:

Forța de atracție gravitațională dintre două corpuri cu masele m_1 și m_2 , considerate punctiforme față de distanța dintre ele, este direct proporțională cu produsul maselor lor și invers proporțională cu pătratul distanței dintre ele.

$$F = k \cdot \frac{m_1 \cdot m_2}{r^2}$$

$\frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ — constanta atracției gravitaționale
 (N) — forța de atracție gravitațională
 m_1, m_2 — masele celor două corpuri (kg)
 r — distanța între centrele corpurilor care interacționează (m)

Constanta de proporționalitate, k , reprezintă **constantă atracției gravitaționale**, cu valoarea $k = 6,67 \cdot 10^{-11} \frac{N \cdot m^2}{kg^2}$ (are aceeași valoare pentru orice pereche de corpuri din Univers).

INVESTIGAȚIE – De cine depinde forța de atracție gravitațională?

1. Completează tabelul de mai jos cu datele furnizate. Identifică un tipar matematic.
2. Dacă distanța se dublează, cu cât se modifică forța? Dar dacă masa unui corp se triplează?
3. Formulează o relație matematică între F , m_1 , m_2 și r pe baza observațiilor.

Corp 1	Corp 2	Distanța r (m)	Forța F (N)	$F \cdot r^2 / (m_1 \cdot m_2)$
Pământ (6×10^{24} kg)	Lună ($7,3 \times 10^{22}$ kg)	$3,84 \times 10^8$	$2,0 \times 10^{20}$	
Pământ (6×10^{24} kg)	Marte ($6,4 \times 10^{23}$ kg)	$2,25 \times 10^{11}$	$5,06 \times 10^{15}$	
Soare (2×10^{30} kg)	Pământ (6×10^{24} kg)	$1,496 \times 10^{11}$	$3,58 \times 10^{22}$	

Raportul $F \cdot r^2 / (m_1 \cdot m_2)$ rămâne **constant** indiferent de corpurile alese. Acest raport reprezintă **constantă universală k** .

Valoarea foarte mică a lui k arată că atracția gravitațională devine apreciabilă numai în cazul corpurilor cu masa foarte mare.

$$k = \frac{F \cdot r^2}{m_1 \cdot m_2}$$

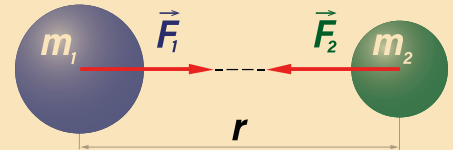
Dacă $m_1 = m_2 = 1$ kg, iar distanța $r = 1$ m, se obține $k = F$, adică constanta atracției universale k este numeric egală cu forța, exprimată în newtoni, care se exercită între două corpuri punctiforme având fiecare masa de 1 kg și fiind situate la distanța de 1 metru.

În concluzie, două corpuri punctiforme, cu masa de un kilogram fiecare, aflate la un metru depărtare unul de altul, se atrag cu o forță egală cu $6,673 \cdot 10^{-11}$ N, ceea ce reprezintă aproximativ $\frac{1}{15} \cdot 10^{-9}$ N.

Iată de ce forța de atracție dintre două corpuri aflate la suprafața Pământului nu poate fi observată direct! În timp ce două corpuri cu masa de câte un kilogram fiecare, aflate la un metru depărtare unul de altul, se atrag cu o forță $F = \frac{1}{15} \cdot 10^{-9}$ N, fiecare dintre ele este atras de Pământ cu o forță de $F = 9,8$ N, deci o forță de $147 \cdot 10^9$ ori mai mare decât F .

Caracteristicile forței de atracție gravitațională:

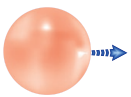
- ▶ Simbolul: $\vec{F}$
- ▶ Punctul de aplicație este în centrul de masă al corpului.
- ▶ Direcția este dată de dreapta care unește centrele celor două corpuri.
- ▶ Sensul este spre celălalt corp.
- ▶ Modulul greutateii este dat de relația de mai sus.
- ▶ Unitatea de măsură în SI este: $\langle F \rangle_{SI} = \text{N}$ (Newton)



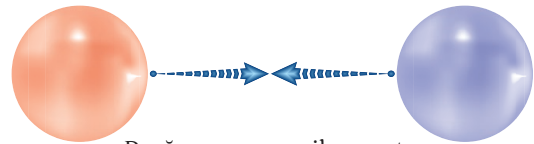
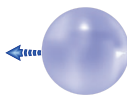
Pentru a înțelege cât de diferită poate fi forța de atracție gravitațională, să comparăm două situații.

- Pe de o parte, Pământul și Luna se atrag reciproc cu o forță gravitațională de valoare foarte mare. Calculul arată că aceasta este de aproximativ $2 \cdot 10^{20}$ N. Această forță de atracție este suficient de puternică pentru a menține Luna pe orbită în jurul Pământului.
- Pe de altă parte, imaginează-ți două corpuri, fiecare cu masa de 1 000 kg, aflate la 1 metru distanță unul de celălalt. Între aceste două corpuri apare o forță de atracție gravitațională, dar valoarea ei este de numai aproximativ $6,7 \cdot 10^{-5}$ N, adică o forță cu valoare extrem de mică.

Prin comparație, forța gravitațională dintre Pământ și Lună este de aproximativ 10^{24} ori mai mare decât forța de atracție dintre cele două corpuri cu masa de 1 000 kg. Această comparație arată că atracția gravitațională există între toate corpurile care au masă, însă efectele ei devin vizibile mai ales atunci când sunt implicate mase foarte mari, cum sunt corpurile cerești. Pentru obiectele obișnuite din viața de zi cu zi, această forță este atât de mică încât nu poate fi observată direct.



Dacă distanța dintre corpuri crește,
forța de atracție gravitațională scade



Dacă masa corpurilor crește,
forța de atracție gravitațională crește

Forța gravitațională mare pe care Pământul o exercită asupra tuturor corpurilor de la suprafața sa se datorează masei foarte mari a Pământului. Știind valoarea lui k , poți determina masa Pământului.

Fie M_p masa Pământului și fie un corp de pe suprafața sa cu masa m . Forța de atracție gravitațională este dată atât de legea a II-a a dinamicii, $F = mg$, cât și de relația $F = K \frac{m M_p}{R_p^2}$, de unde rezultă

$$M_p = \frac{g \cdot R_p^2}{k} = \frac{9,8 \text{ (m/s}^2\text{)} \cdot (6,37 \cdot 10^6 \text{ m})^2}{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N} \cdot \text{m}^2/\text{kg}^2} = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg.}$$

Din faptul că $m \cdot g_0 = k \cdot \frac{M_p}{R_p^2}$ rezultă că valoarea accelerației gravitaționale la suprafața Pământului este $g_0 = k \cdot \frac{M_p}{R_p^2}$. La distanța r de centrul Pământului accelerația gravitațională are valoarea $g = k \cdot \frac{M_p}{r^2}$.

Luna este atrasă permanent de Pământ prin forța gravitațională. Totuși, ea nu cade pe suprafața Pământului deoarece are și o viteză tangentă foarte mare. Astfel, Luna se află într-o stare de „cădere continuă”: ea cade permanent spre Pământ, dar înaintează suficient de repede pentru a rata continuu suprafața acestuia. **În acest mod se menține pe orbită în jurul Pământului.**

...verifică înțelegerea

1. Cum influențează distanța dintre corpuri valoarea forței gravitaționale?
2. De ce Luna nu cade pe Pământ?

...temă de PORTOFOLIU – Pe umerii giganților... Cum a ajuns Newton la legea gravitației universale? _

Isaac Newton însuși spunea: „Dacă am văzut mai departe, este pentru că am stat pe umerii unor giganți”. Această temă te invită să descoperi cine au fost acești „giganți” și cum anume contribuțiile lor s-au împletit pentru a face posibilă una dintre cele mai mari descoperiri din istoria științei.

Realizează un portofoliu individual structurat în patru părți:

1. **Harta cunoașterii (1–2 pagini)** – Alcătuiește o schemă vizuală (hartă mentală, linie a timpului sau diagramă) în care să prezinți oamenii de știință care au contribuit la formularea legii gravitației, cu ideea principală adusă de fiecare.
2. **Fișe de personaj (cel puțin 3 fișe)** – Alege trei dintre savanții din hartă și realizează câte o fișă care să cuprindă: cine a fost, ce a descoperit, cum a influențat gândirea lui Newton.
3. **Analiza descoperirii (1 pagină)** – Explică, cu cuvintele tale, cum a reușit Newton să *unifice* toate aceste idei într-o singură lege matematică. Ce a fost cu adevărat nou în contribuția lui?
4. **Reflecție personală (jumătate de pagină)** Răspunde la întrebarea: *Crezi că marile descoperiri științifice sunt opera unui singur om de geniu sau a unei întregi comunități? Argumentează.*

2. Câmpul gravitațional

Legea atracției gravitaționale universale arată că orice două corpuri cu masă se atrag. Dar cum poate acționa această forță între corpuri aflate la distanță, fără contact direct? Pentru a explica acest lucru, fizica folosește noțiunea de *câmp gravitațional*. Orice corp cu masă creează în jurul său un câmp gravitațional, iar un alt corp aflat în acest câmp este atras gravitațional. De exemplu, mingea cade spre Pământ deoarece se află în câmpul gravitațional al Pământului, iar Luna se menține pe orbită deoarece se află în același câmp. Astfel, câmpul gravitațional explică modul în care se manifestă atracția gravitațională la distanță. În cazul gravitației, orice corp cu masă creează în jurul său un câmp gravitațional. Dacă un alt corp ajunge în această regiune, asupra lui va acționa o **forță de atracție gravitațională**.

...de reținut

Câmpul – Un corp poate modifica spațiul din jurul său astfel încât alte corpuri aflate în acea regiune să fie supuse unor forțe. Această regiune poartă numele de câmp.

Câmpul gravitațional (câmpul gravific) – este regiunea din spațiu în care asupra unui corp cu masă acționează forța de atracție gravitațională exercitată de un alt corp cu masă. Câmpul gravitațional descrie modul în care un corp cu masă poate exercita forțe asupra altor corpuri aflate la distanță. Legea atracției universale ne arată că orice corp trebuie privit ca o sursă, un izvor de câmp gravitațional.

Fie Pământul o sursă de câmp gravitațional izolată de alte surse (Lună, Soare, planete). Dacă în vecinătatea Pământului este adus un corp de masă $m \ll M_p$, denumit *corp de probă*, atunci asupra lui se va exercita o forță de atracție F pe direcția razei Pământului (presupus sferic) care trece prin acel punct. Valoarea acestei forțe este: $F = k \frac{mM_p}{r^2}$, unde r este distanța dintre centrul Pământului și corpul de probă, M_p masa Pământului, m masa corpului de probă. Raportul $\frac{\vec{F}}{m} = \vec{\Gamma}$ definește mărimea fizică numită **intensitatea câmpului gravitațional** produs de sursa gravifică Pământ în acel punct și semnifică forța de atracție gravitațională care se exercită pe unitatea de masă în acel punct al câmpului.

$$\Gamma = \frac{F}{m} = k \cdot \frac{M_p}{r^2} \quad \langle \Gamma \rangle_{SI} = \frac{N}{kg}$$

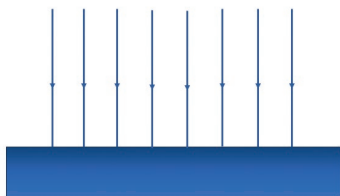
Mărimea fizică Γ nu depinde de corpul de probă, ci depinde numai de sursa gravitică (M_p) și locul (r) în care se analizează câmpul gravitațional.

Intensitatea câmpului gravitațional și accelerația gravitațională au aceeași valoare numerică.

Câmpul gravitațional, ca orice câmp fizic de altfel, poate fi reprezentat și prin linii de câmp. Liniile de câmp sunt linii a căror tangentă coincide în fiecare punct cu direcția vectorului intensitate a câmpului respectiv. Pentru un corp sferic omogen, liniile de câmp coincid cu direcțiile razelor care pornesc din centrul sursei de câmp; un astfel de câmp este un câmp radial sau central.

În cazul **câmpului gravitațional radial** (în jurul unei planete), liniile câmpului sunt orientate spre centrul planetei, câmpul este radial, iar liniile de câmp sunt mai dese în apropierea planetei (câmpul este mai intens).

În cazul **câmpului gravitațional uniform** (în apropierea suprafeței Pământului), liniile de câmp sunt paralele, sunt egal distanțate, ceea ce arată că, pe porțiuni mici, câmpul gravitațional poate fi considerat uniform.



Câmpul gravitațional explică modul în care corpurile se atrag la distanță, fără contact direct între ele. Pentru a descrie efectele acestui câmp asupra corpurilor, folosim mărimea fizică numită accelerație gravitațională. Ea arată cum acționează câmpul gravitațional asupra unui corp lăsat liber. În apropierea suprafeței Pământului, corpurile aflate în cădere liberă au o accelerație aproximativ egală cu $g \approx 9,8 \text{ m/s}^2$. Aceasta înseamnă că viteza lor crește cu aproximativ $9,8 \text{ m/s}$ în fiecare secundă. Accelerația gravitațională descrie și intensitatea câmpului gravitațional într-un anumit punct: cu cât valoarea lui g este mai mare, cu atât câmpul gravitațional este mai intens.

...de reținut

Accelerația gravitațională are un rol esențial în descrierea interacțiunii gravitaționale deoarece: arată cât de puternic este câmpul gravitațional, indică accelerația cu care se deplasează corpurile în cădere liberă, permite determinarea forței gravitaționale exercitate asupra unui corp.

Astfel, accelerația gravitațională este mărimea fizică prin care se descrie modul în care câmpul gravitațional influențează mișcarea corpurilor.

...temă de PORTOFOLIU – Câmpul gravitațional în viața de zi cu zi

Realizează o scurtă prezentare (1-2 pagini) în care să explici modul în care câmpul gravitațional al Pământului influențează diferite fenomene din natură sau din activitățile umane. Pentru aceasta:

1. alege 3 exemple din viața reală în care intervine câmpul gravitațional (căderea obiectelor, mișcarea sateliților artificiali, sporturi precum săritura în înălțime etc.);
 2. explică pe scurt rolul câmpului gravitațional în fiecare situație;
 3. include cel puțin o imagine sau o schemă explicativă pentru fiecare exemplu;
 4. formulează o concluzie de 3-4 rânduri despre importanța gravitației pentru viața pe Pământ.
- Opțional, poți realiza portofoliul sub formă de afiș, prezentare digitală sau hartă conceptuală.

INVESTIGAȚIE în Laboratorul Virtual – Explorarea forței gravitaționale (Legea lui Newton)

Sursă: Simularea PhET Interactive Simulations (University of Colorado Boulder)

Instrucțiuni pentru elevi:

1. Scanează codul QR pentru a măsura forța de atracție dintre două corpuri și pentru a verifica legea atracției universale.
2. Selectează secțiunea „Laborator” (pentru control total asupra maselor și distanței). Bifează în panoul din dreapta „Valori forțe” (Force Values) și asigură-te că este selectată opțiunea „Notație științifică”.
3. Sarcina 1 (*Dependența de masă*): Menține distanța dintre sfere constantă la 4 m. Dublează masa primei sfere (m_1). Observă de câte ori crește forța gravitațională indicată.
4. Sarcina 2 (*Dependența de distanță*): Menține masele constante ($m_1 = 100 \text{ kg}$, $m_2 = 100 \text{ kg}$). Mărește distanța dintre sfere de la 2 m la 4 m. Observă că, deși distanța s-a dublat, forța a scăzut de 4 ori. Ce concluzie poți trage despre relația dintre forță și pătratul distanței?



PROIECT. Frecarea – dușman sau aliat?

Realizează un proiect de investigație în care să analizezi rolul forțelor de frecare în cel puțin două contexte diferite, unul din natură și unul din tehnică, și să argumentezi, pe baza conceptelor învățate, dacă frecarea este benefică sau dăunătoare în fiecare caz.

Structura obligatorie a proiectului:

Proiectul va conține următoarele secțiuni, în această ordine:

a. Introducere (½ pagină)

- De ce ai ales aceste două contexte?
- Ce întrebare de investigat ai formulat? (de exemplu, „La ce unghi începe să alunece un obiect pe o suprafață acoperită cu nisip umed?”)

b. Cadrul teoretic (1 pagină)

- Prezentarea conceptelor fizice relevante pentru contextele alese.
- Formulele utilizate, cu explicarea fiecărui simbol și a unității de măsură.
- Nu se copiază definiții din manual – se reformulează cu cuvinte proprii.

c. Investigația propriu-zisă (1–2 pagini)

Elevii aleg una dintre variantele de mai jos:

Varianta A – Experiment simplu realizat acasă sau la școală: Măsoară coeficientul de frecare la alunecare pentru două perechi de suprafețe diferite (de exemplu, carte pe masă de lemn vs. carte pe folie de plastic), folosind un dinamometru sau o metodă indirectă prin plan înclinat. Introdu datele într-un tabel, trasează un grafic și formulează o concluzie.

Varianta B – Studiu de caz documentat: Analizează un caz real (de exemplu, un accident rutier pe carosabil umed, un record de frânare la Formula 1, uzura unui rulment industrial). Identifică valorile lui μ implicate, calculează forțele de frecare relevante și interpretează rezultatele.

d. Analiză și interpretare (1 pagină)

- Răspunde explicit la întrebarea din introducere.
- Compară cele două contexte. În care frecarea este mai mare? De ce?
- Identifică cel puțin un factor care ar modifica semnificativ rezultatele (de exemplu, umiditatea, temperatura, starea suprafeței).

Argumentează: în contextele alese, frecarea este mai mult **aliat** sau mai mult **dușman**?

e. Concluzie (¼ pagină)

- Sinteză clară a răspunsului la întrebarea de investigat.
- O reflecție personală: ce ai aflat care v-a surprins?

f. Surse bibliografice

- Minimum 3 surse, dintre care cel puțin una științifică (manual, articol, site instituțional).
- Citate corecte — nu se acceptă doar „Google” sau „Wikipedia” fără titlu și autor.

g. Criterii de evaluare

Criteriu	Descriptor	Punctaj
Rigoare științifică	Concepte și formule utilizate corect, unități de măsură corecte	2,5 p
Investigație proprie	Experiment sau studiu de caz realizat și documentat	2,5 p
Analiză și argumentare	Conexiuni între teorie și fenomenul ales, raționament clar	2,0 p
Comunicare științifică	Limbaaj specific fizicii, grafice/tabele corecte, structură clară	1,5 p
Creativitate și relevanță	Alegere originală a contextelor, reflecție personală autentică	1,5 p
Total		10 p

INVESTIGAȚIE 1

Verificarea legilor frecării la alunecare

A. Te-ai întrebat vreodată de ce unele dintre cele mai „tari” mișcări de dans funcționează doar pe anumite suprafețe? Sau de ce un cui bătut în perete devine foarte greu de scos? De multe ori, privim **frecarea** ca pe un personaj negativ care ne încetinește, uitând cât de importantă este în viața noastră...

Vom investiga experimental cum se modifică **forța de frecare** la alunecare atunci când se schimbă forța de apăsare normală pe plan. Vei înțelege că uneori o forță de apăsare mai mare face diferența între a aluneca necontrolat și a avea stabilitate.



...de amintit

Forța de frecare la alunecare apare între două suprafețe aflate în contact, atunci când un corp alunecă pe suprafața altui corp. Ea are direcția suprafeței de contact și sens opus sensului mișcării. Valoarea ei depinde de natura și de gradul de prelucrare a suprafețelor aflate în contact, precum și de forța de apăsare dintre acestea.



Întrebarea de investigat:

Cum depinde forța de frecare la alunecare de valoarea forței de apăsare normală pe plan?



Ipoteza:

Scrie în caiet ipoteza ta. Precizează ce crezi că se va întâmpla cu forța de frecare la alunecare atunci când forța de apăsare normală crește.



Proiectarea experimentului:

- 1. Materiale necesare:** un corp paralelipipedic din lemn sau alt material cu masa cunoscută; dinamometru; set de mase marcate; o suprafață plană orizontală.
- 2. Identificarea variabilelor**

VARIABILA INDEPENDENTĂ	VARIABLE CONTROLATE
forța de apăsare normală pe plan	- natura suprafețelor aflate în contact - aria suprafeței de contact - masa și geometria corpului - metoda de măsurare - viteza corpului (menținută constantă)
VARIABILA DEPENDENTĂ	
forța de frecare la alunecare	

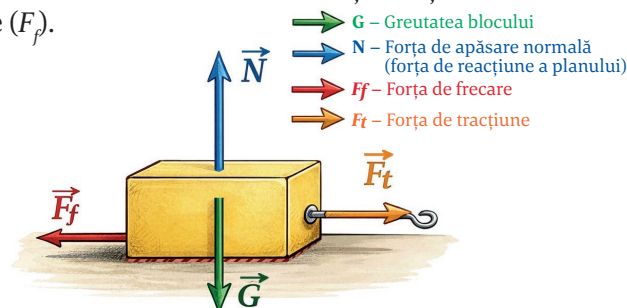
3. Modul de lucru:

- Notează în caietul tău masa corpului paralelipipedic (M_c).
- Așază corpul pe suprafața plană și orizontală. Atașează dinamometrul și menține-l orientat orizontal.
- Trage de dinamometru menținându-l orizontal, astfel încât corpul să se deplaseze **uniform** (cu viteză aproximativ constantă).
- Notează valoarea **forței de tracțiune** (F) indicată de dinamometru. În acest caz, forța de tracțiune este egală cu **forța de frecare la alunecare** (F_f).
- Repetă experimentul pentru alte valori ale greutateii, adăugând mase marcate pe corp. Pentru fiecare caz, măsoară din nou forța de frecare la alunecare.

Observație: Pentru fiecare situație experimentală vei nota:

- ▶ masa totală a corpului paralelipipedic ($M = M_c + m$), unde m este masa marcată adăugată suplimentar;
- ▶ forța de tracțiune care asigură mișcarea uniformă a corpului (F).

Atenție! Trage corpul astfel încât **mișcarea să fie uniformă**. Numai în această situație forța indicată de dinamometru (F) este egală cu forța de frecare la alunecare (F_f).



Înregistrarea datelor experimentale:

Organizează măsurile determinate experimental într-un tabel ca cel alăturat, în ordine crescătoare a masei totale a corpului:

Nr. det.	M/kg	F_f/N



Prelucrarea și analiza datelor experimentale

- Calculează, pentru fiecare măsurare, forța de apăsare normală exercitată de corp pe plan, folosind relația: $N = G = M \cdot g$, unde $g \approx 9,81 \text{ N/kg}$.
- Compară valorile lui N cu valorile F_f .
- Calculează raportul F_f/N .
- Centralizează datele obținute într-un nou tabel:
- Reprezintă grafic forța de frecare F_f în funcție de forța de apăsare normală N .

Nr.	M/kg	N/N	F_f/N	F_f/N



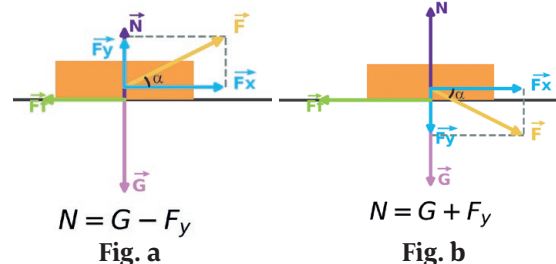
Formularea concluziilor

Notează concluziile tale în care include răspunsurile la întrebările de mai jos

- Cum se modifică forța de frecare la alunecare când forța de apăsare normală crește?
- Cum este raportul F_f/N ? Care este semnificația fizică a acestui raport?
- Care este semnificația fizică a pantei graficului $F_f = f(N)$?
- Ipoteza formulată la început a fost confirmată?

...întrebări de reflecție

1. De ce este important ca obiectul să se deplaseze uniform în timpul măsurării?
2. De ce a fost important să păstrezi neschimbate celelalte condiții experimentale?
3. Ce surse de eroare ar putea influența rezultatele experimentale?
4. Cum se modifică forța de frecare la tragerea sau împingerea oblică a unui corp față de cazul tragerii/împingerii orizontale? Justifică răspunsul tău pe baza figurilor de mai jos



Reține!

Forța de apăsare normală nu este mereu egală cu greutatea.

- ▶ La tragerea oblică, apăsarea pe plan scade, iar forța de frecare se micșorează.
- ▶ La împingerea oblică, apăsarea pe plan crește, iar forța de frecare devine mai mare.

B. Ai observat deja că forța de frecare crește atunci când corpul apasă mai puternic pe suprafață. Se schimbă forța de frecare, chiar dacă apăsarea rămâne aceeași, când corpul alunecă pe o altă suprafață? Dar dacă așezăm corpul în altă poziție, astfel încât să modificăm ariile suprafețelor aflate în contact?

...provocare

Proiectează, împreună cu colegii tăi, o nouă investigație experimentală pentru a verifica dacă forța de frecare depinde de tipul și de mărimea suprafeței de contact. Folosește reperele de mai jos pentru a formula ipotezele, a organiza experimentul, a înregistra și analiza datele, a formula concluzii.



Întrebarea de investigat:

Notează noile întrebări de investigat. Compară întrebările tale cu ale celorlalți colegi și, dacă apar neclarități, cere sprijinul profesorului!



Ipoteza:

Notează răspunsurile tale la întrebările de mai jos:

- Ce crezi că se va întâmpla cu forța de frecare dacă același corp este așezat pe fețe diferite?
- Ce crezi că se va întâmpla cu forța de frecare dacă păstrezi același corp, dar schimbi suprafața pe care alunecă?



Proiectarea experimentului:

În această investigație vei proiecta două experimente (câte unul pentru fiecare întrebare de investigat)

1. Materiale necesare

- Ce materiale îți sunt necesare pentru a verifica dacă frecarea depinde de mărimea suprafeței de contact? Dar pentru a verifica dacă frecarea depinde de tipul suprafeței?
- De ce ar fi util să folosești același corp paralelipipedic și același dinamometru ca în investigația precedentă?
- Pe ce tipuri de suprafețe ai putea face corpul să alunece pentru a compara valorile forței de frecare (de exemplu: lemn, material textil etc.)?

Fă o listă a materialelor necesare. Verifică împreună cu colegii dacă lista este completă!

2. Identificarea variabilelor:

a. Variabila independentă

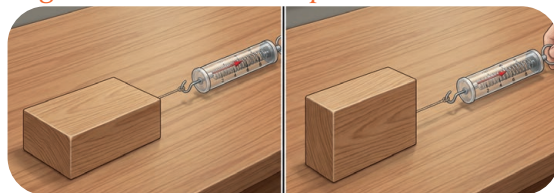
- Ce alegi să modifici în primul experiment?
- Ce alegi să modifici în al doilea experiment?

b. Variabila dependentă

- Ce mărime urmărești pentru a vedea dacă frecarea se schimbă?
- Ce vei măsura efectiv cu dinamometrul?

c. Variabile controlate

- Ce trebuie să păstrezi neschimbat, în fiecare experiment, atunci când compari două situații?
- Cum te asiguri că forța de apăsare normală rămâne aceeași?
- De ce este important să nu schimbi mai multe condiții în același timp?



Notează variabilele în caiet, separat, pe cele trei categorii. Dacă nu ești sigur că ai identificat corect variabilele, cere confirmarea profesorului!

VARIABILA INDEPENDENTĂ	VARIABILA DEPENDENTĂ	VARIABLE CONTROLATE
?	?	?

3. Modul de lucru

- Cum vei așeza corpul pentru a modifica suprafața de contact, păstrând același corp?
- Cum vei proceda pentru a schimba numai tipul suprafeței pe care alunecă?
- Cum te vei asigura că forța de frecare este egală cu forța de tracțiune?
- Este suficientă o singură măsurare pentru fiecare situație?

Stabilește și notează în caiet pașii experimentului. Verifică cu colegii de grup. Dacă vă blocați, reveniți la întrebările „Ce modificăm?” și „Ce păstrăm constant?”.



Înregistrarea datelor experimentale

- Ce date trebuie notate pentru fiecare măsurare?
- Cum vei marca în tabel situația experimentală: fața pe care este așezat corpul sau tipul suprafeței?
- Cum poți organiza datele astfel încât comparația să fie ușoară?

*Notează valorile imediat după fiecare măsurare.
Verifică în grup dacă datele au fost notate corect și complet.*



Prelucrarea și analiza datelor experimentale

- Diferențele observate pot fi explicate prin erori de măsurare sau indică o dependență reală?

Compară observațiile tale cu ale colegilor și verifică dacă ajungeți la aceeași concluzie.

Analizează valorile forțelor de frecare obținute în cadrul aceluiași experiment.



Formularea concluziilor

- Forța de frecare la alunecare depinde sau nu de mărimea suprafeței de contact?
- Forța de frecare la alunecare depinde sau nu de tipul suprafețelor aflate în contact?

Scrie concluziile în enunțuri clare și complete. Nu nota doar „da” sau „nu”; explică ce dovezi experimentale susțin concluziile tale.

Reține!

► Forța de frecare la alunecare se calculează cu relația:

$$F_f = \mu N$$

unde: μ este coeficientul de frecare la alunecare (depinde de natura suprafețelor aflate în contact), iar N este reacțiunea planului la forța de apăsare normală exercitată de corp.

► Forța de frecare NU depinde de mărimea suprafețelor aflate în contact.

INVESTIGAȚIE 2

Determinarea constantei elastice a unui resort

În viața de zi cu zi întâlnim numeroase obiecte care se deformează, mai mult sau mai puțin, sub acțiunea unei forțe și care apoi revin la forma inițială, datorită **proprietăților** lor **elastice**. Dintre acestea, **resorturile**, numite și **arcuri**, sunt frecvent întâlnite în componența altor obiecte și mecanisme supuse deformării, precum saltelele, umbrelele, pixurile, jucăriile, trambulinele sau aparatele de fitness.



...de amintit

Forța care apare într-un corp elastic deformat se numește *forță elastică*. Forța elastică are aceeași direcție cu forța deformatoare, dar sens opus. Valoarea forței elastice este dată de relația $F_e = k \cdot \Delta x$. În starea de echilibru, forța elastică și forța deformatoare au valori egale ($F_e = F_d$), astfel că putem calcula *constantă elastică* folosind relația: $k = \frac{F_d}{\Delta x}$, unde k este constanta elastică a corpului, iar Δx este deformarea.



Întrebarea de investigat:

Cum influențează lungimea inițială a unui resort valoarea constantei sale elastice?



Ipoteza

Scrie în caiet ipoteza ta. Crezi că două resorturi din același material și cu aceeași grosime, dar de lungimi diferite, vor avea aceeași constantă elastică? Motivează pe scurt răspunsul tău.



Proiectarea experimentului:

1. Materiale necesare: două resorturi realizate din același material, cu aceeași grosime, dar cu lungimi inițiale diferite; stativ; riglă gradată; cârlig pentru mase; discuri crestate sau corpuri de mase cunoscute.

2. Identificarea variabilelor

VARIABILA INDEPENDENTĂ	VARIABILA DEPENDENTĂ	VARIABLE CONTROLATE
lungimea inițială a resortului	constanta de elasticitate a resortului, determinată experimental	- materialul resorturilor și grosimea lor - aceeași metodă de măsurare, aceleași mase utilizate - aceleași condiții experimentale

3. Modul de lucru:

- Suspendă primul resort de stativ, măsoară și notează lungimea sa inițială (x_0).
- Suspendă de resort, pe rând, în ordine crescătoare, mase cunoscute. Notează valoarea fiecărei mase în tabel. Așteaptă, de fiecare dată, stabilizarea resortului și măsoară lungimea resortului deformat (x).
- Pentru fiecare determinare, calculează alungirea resortului folosind relația: $\Delta x = x - x_0$.
- Suspendă al doilea resort de stativ, măsoară și notează lungimea sa inițială (x_0).
- Urmează aceiași pași pentru al doilea resort, notează de fiecare dată lungimea resortului deformat și calculează alungirea acestuia.



Atenție! Masele se adaugă treptat, în ordine crescătoare. Alege valori suficient de mici astfel încât resortul să se alungească, dar să poată reveni la lungimea inițială după îndepărtarea sarcinii.



Înregistrarea datelor experimentale:

Completează valorile măsurate în următoarele tabele:

resort	masa (g)	alungirea (cm)	resort	masa (g)	alungirea (cm)
1			2		



Prelucrarea și analiza datelor experimentale

- Calculează forța deformatoare aplicată resortului, folosind relația: $F_d = G = m \cdot g$, unde $g \approx 9,8 \text{ N/kg}$.
- Determină, pentru fiecare măsurare, constanta elastică a fiecărui resort folosind relația: $k = \frac{F_d}{\Delta x}$.
- Centralizează datele obținute într-un tabel ca cel de mai jos

Nr.	Masă/kg	$F_d (G = mg)/\text{N}$	$\Delta x_1/\text{cm}$	$\Delta x_2/\text{cm}$	$k_1/\text{N/cm}$	$k_{1\text{medie}}/\text{N/cm}$	$k_2/\text{N/cm}$	$k_{2\text{medie}}/\text{N/cm}$
-----	---------	-------------------------	------------------------	------------------------	-------------------	---------------------------------	-------------------	---------------------------------

- Compară între ele valorile constantei elastice obținute pentru același resort când forța deformatoare se modifică. Ce observi?
- Compară pentru un resort valorile constantei elastice obținute în fiecare caz, cu valoarea medie a constantei elastice a resortului. Cum explici diferențele?
- Compară între ele valorile constantei elastice obținute pentru același resort când forța deformatoare se modifică. Ce observi?
- Reprezintă grafic, în același sistem de axe de coordonate, dependența alungirii de forța deformatoare pentru fiecare resort.
 - Ce semnificație fizică are panta graficului $\Delta x = f(F_d)$?
 - Ce relație vei folosi pentru a calcula din graficul $\Delta x = f(F_d)$ constanta de elasticitate a fiecărui resort?
- Compară valorile constantei elastice obținute prin calcul direct cu cele determinate din grafic. Verifică dacă cele două metode conduc la rezultate apropiate.

- Compară valorile constantelor de elasticitate obținute pentru cele două resorturi și analizează dacă diferențele pot fi puse în legătură cu lungimea inițială a acestora.

Întrebări de reflecție:

1. Care dintre cele două resorturi are constanta de elasticitate mai mare?
2. Se verifică sau nu ipoteza ta?
3. Ce surse de eroare ar putea influența rezultatele experimentale?
4. De ce este important ca cele două resorturi comparate să aibă aceeași grosime și să fie din același material?



Formularea concluziilor

- Formulează concluziile investigației tale.
- Redactează un scurt raport de investigație, ce va cuprinde:
 - a. titlul investigației
 - b. întrebarea de investigat
 - c. ipoteza de lucru
 - d. descrierea dispozitivului experimental (va include și o schiță/fotografie a acestuia)
 - e. modul de lucru
 - f. tabelul cu date experimentale și graficele realizate pe baza acestor date
 - g. concluziile investigației (cu precizarea surselor de eroare și a limitelor experimentului).

Curiozități...

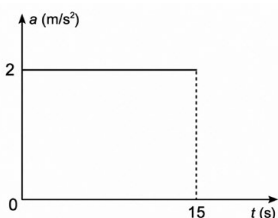
Niciun corp nu este perfect elastic sau perfect inelastic. Orice corp poate manifesta proprietăți elastice, dar numai în anumite condiții și pentru deformări suficient de mici. Dacă forța deforma-toare depășește o anumită limită, dependentă de caracteristicile corpului, acesta nu mai revine la dimensiunile inițiale.

Provocare:

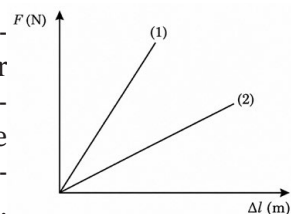
1. Proiectează o investigație experimentală pentru a identifica limita de elasticitate a unei benzi elastice.
2. Propune și alte investigații cu privire la constanta elastică a unui corp.

PROBLEME PROPUSE

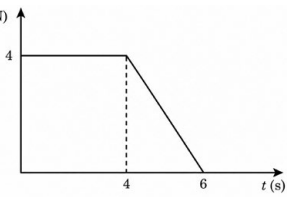
1. Un corp cu masa $m = 2 \text{ kg}$ este ridicat accelerat cu accelerația $a = 2 \cdot g$. Firul de susținere rezistă la o tensiune maximă $T_{\max} = 80 \text{ N}$. Determină:
 - a. tensiunea în firul de susținere;
 - b. accelerația maximă pentru care firul este la limita ruperii.
2. Un corp alunecă pe un plan înclinat de unghi $\alpha = 45^\circ$, fără viteză inițială. După ce parcurge o distanță $d = 0,36 \text{ m}$, viteza corpului devine $v = 2,0 \text{ m/s}$. Determină coeficientul de frecare.
3. O ladă cu masa $m = 12 \text{ kg}$ este deplasată pe o suprafață orizontală, sub acțiunea unei forțe orizontale constante. În graficul alăturat este reprezentată dependența de timp a accelerației lăzii. Determină modulul forței rezultante care acționează asupra lăzii.



4. Acoperișul unei case este înclinat cu $\alpha = 15^\circ$ față de orizontală. Va putea merge un om în sus, pe acoperiș, coeficientul de frecare statică fiind $\mu_s = 0,30$? Dar dacă acoperișul s-a acoperit cu polei și coeficientul de frecare este $\mu_s' = 0,030$?
5. Asupra unei cărămizi cu masa de 500 g acționează o forță F orientată oblic în sus, sub un unghi $\alpha = 45^\circ$ cu orizontala, apăsând cărămida pe perete. Cunoscând coeficientul de frecare dintre cărămidă și perete $\mu = 0,2$, determină valoarea forței F pentru care cărămida nu cade.
6. În figura alăturată sunt reprezentate graficele deformărilor elastice pentru două resorturi. Stabilește relația care există între constantele elastice ale celor două materiale.
7. Un corp cu masa de 2 kg este deplasat pe o suprafață orizontală cu ajutorul unui resort care formează cu orizontala un unghi α ($\sin \alpha = 0,6$). Cunoscând accelerația cu care se deplasează



corpul, $a = 2 \text{ m/s}^2$, coeficientul de frecare dintre corp și suprafața orizontală, $\mu = 0,2$, și constanta elastică a resortului, $k = 400 \text{ N/m}$, calculează alungirea resortului.

8. O bilă de masă $m = 200 \text{ g}$ poate culisa fără frecări de-a lungul unei tije orizontale care se rotește în jurul unei axe verticale cu viteza unghiulară $\omega = 2,0 \text{ rad/s}$. Bila este fixată de axa de rotație printr-un resort orizontal de constantă $k = 4,0 \text{ N/m}$. Lungimea resortului nedeformat este $l_0 = 20 \text{ cm}$. Care va fi alungirea resortului?
9. Un glonț cu masa de 10 g și viteza de 400 m/s traversează un perete. Determină variația de impuls care se produce dacă, în urma traversării peretelui, viteza glonțului a scăzut cu 40% .
10. Asupra unui corp cu $F \text{ (N)}$ masa de 4 kg , aflat inițial în repaus, acționează cu o forță a cărei variație în funcție de timp este reprezentată în figura alăturată. Determină viteza finală a corpului.
 
11. De un fir inextensibil, de lungime $l = 1 \text{ m}$, este legată o bilă de masă $m = 100 \text{ g}$. Bila se rotește uniform pe un cerc situat într-un plan orizontal, astfel încât firul descrie suprafața laterală a unui con. Frecvența de rotație este $n = 60 \text{ rot/min}$. Calculează modulul forței centripete care acționează asupra bilei.
12. Un disc circular se rotește în jurul unui ax vertical cu o frecvență de 20 rot/min . La 50 cm de ax se găsește un obiect. Pentru ce valoare a coeficientului de frecare obiectul rămâne pe loc?
13. Determină durată a $N = 100$ rotații efectuate de o roată cu viteza unghiulară $\omega = 4\pi \text{ rad/s}$.
14. Un corp de masă $m = 5,0 \text{ kg}$ (o căldare cu apă), legat de o sfoară de lungime $l = 1,00 \text{ m}$, este rotit într-un plan vertical. Care este frecvența minimă de rotație pentru ca sfoara să rămână întinsă (apa să nu curgă)? Care va fi tensiunea în sfoară în acest caz, când corpul trece prin punctul inferior?
15. Distanța Pământ – Lună este $D = 384\,400 \text{ km}$, iar raportul maselor este $\frac{M_p}{M_l} = 81$. Determină:
 - a. la ce altitudine intensitatea câmpului gravitațional este un sfert din valoarea ei la suprafața Pământului;
 - b. în ce punct pe direcția Pământ–Lună intensitatea câmpului gravitațional este nulă.

16. Două corpuri punctiforme de mase m_1 și m_2 se află la distanța $d = 12 \text{ m}$ unul de celălalt. Cunoscând raportul maselor celor două corpuri $\frac{m_1}{m_2} = \frac{9}{16}$, află în ce punct, pe dreapta ce unește cele două corpuri, poate fi plasat un corp de masă m astfel încât acesta să fie în echilibru.

17. Perioada de rotație a unui satelit care înconjoară Pământul la altitudinea de 500 km este de 98 minute. Calculează masa Pământului.

18. Determină la ce înălțime deasupra suprafeței Pământului trebuie plasat un satelit artificial pentru a rămâne permanent deasupra aceluiași punct de pe suprafața terestră (satelit geostaționar). Se cunosc: $R_p = 6\,400 \text{ km}$ și perioada de rotație a Pământului $T = 24 \text{ h}$.

19. Un corp de masă $m = 100 \text{ kg}$ se deplasează rectiliniu uniform pe un plan orizontal rugos. Asupra corpului acționează o forță de modul $F = 400 \text{ N}$, orientată sub un unghi de 45° față de orizontală. Analizează separat următoarele două situații:

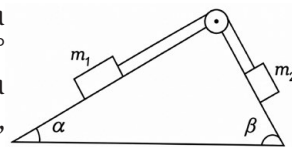
- 1) corpul este tras, forța fiind orientată deasupra orizontalei;
- 2) corpul este împins, forța fiind orientată sub orizontală.

Pentru fiecare situație, determină:

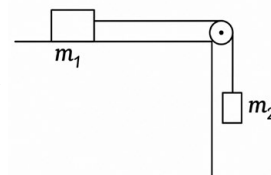
- a. reacțiunea normală a planului;
- b. forța de frecare la alunecare;
- c. coeficientul de frecare la alunecare.

20. Pe două plane înclinate cu unghiurile $\alpha = 30^\circ$ și $\beta = 60^\circ$ se află două corpuri cu masele $m_1 = 8 \text{ kg}$ și $m_2 = 2 \text{ kg}$, ca în figură. Corpurile se deplasează cu frecare, astfel: $\mu_1 = \frac{1}{2\sqrt{3}}$ și $\mu_2 = 0,1$. Determină:

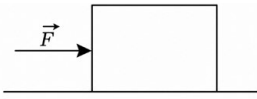
- a. accelerația cu care se mișcă sistemul de corpuri;
- b. reacțiunea în axul scripetelui;
- c. valoarea masei corpului 2, astfel ca sistemul să se deplaseze cu accelerația $a = \frac{2m}{s^2}$ în același sens.



21. Două corpuri de mase $m_1 = 200 \text{ g}$ și $m_2 = 100 \text{ g}$ sunt legate printr-un fir inextensibil și de masă neglijabilă, ca în figura alăturată. Deplasarea pe planul orizontal se face cu frecare, coeficientul de frecare la alunecare fiind $\mu = 0,2$. Inițial sistemul se află în repaus. Determină:

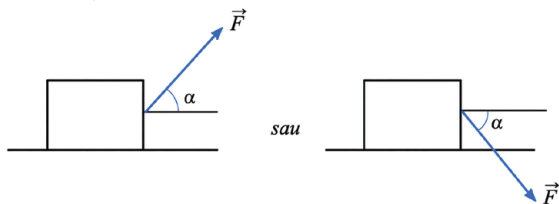


- a. accelerația sistemului;
- b. valoarea forței de tensiune din fir;
- c. intervalul de timp necesar corpului m_1 pentru a atinge viteza $v = 4 \text{ m/s}$;
- d. valoarea unei forțe orizontale care, aplicată corpului de masă m_1 , produce mișcarea sistemului de corpuri cu viteză constantă, corpul de masă m_1 deplasându-se spre stânga.

22. Asupra unui corp cu masa $m = 100 \text{ kg}$ acționează o forță $F = 250 \text{ N}$, care împinge corpul timp $t = 6 \text{ s}$ pe o suprafață orizontală, în direcția și în sensul ei. Determină:
- 
- a. accelerația imprimată corpului;
 - b. viteza atinsă de corp după acest timp;
 - c. distanța parcursă de corp până la oprire, din momentul încetării acțiunii forței;

Se cunoaște valoarea coeficientului de frecare dintre corp și suprafața pe care alunecă, $\mu = 0,2$, iar accelerația gravitațională se consideră 10 m/s^2 .

23. O ladă cu masa $m = 100 \text{ kg}$ este trasă uniform pe o suprafață orizontală rugoasă, cu ajutorul unui cablu care formează un unghi de 30° cu orizontala. Tensiunea din cablu este $T = 360 \text{ N}$. Calculează:
- a. Reacțiunea normală exercitată de sol asupra lăzii.
 - b. Coeficientul de frecare la alunecare dintre ladă și sol....
 - c. Tensiunea necesară în cablu dacă lada este trasă tot uniform, dar cablul este orizontal.
24. Un corp de masă $m = 100 \text{ kg}$ este tras de o forță $F = 400 \text{ N}$ sub un unghi $\alpha = 30^\circ$ față de orizontală, ca în figura alăturată. Care este accelerația corpului, dacă unghiul de frecare este $\varphi = 15^\circ$? Sub ce unghi trebuie să tragem corpul astfel ca accelerația să fie maximă?



25. Două corpuri de mase $m_1 = 100 \text{ g}$, $m_2 = 400 \text{ g}$ sunt legate printr-un fir trecut peste un scripete ideal. În firul de care este legat corpul m_2

este inserat un resort foarte ușor, de constantă elastică 60 N/m . Inițial sistemul este blocat. Determină cu cât se modifică alungirea resortului față de starea inițială blocată.

26. O bilă de masă $m = 100 \text{ g}$ se rotește cu turația $n = 120 \text{ rot/min}$, legată fiind de centru printr-un fir elastic. Care va fi deformația relativă a firului în timpul rotației, știind că la o forță $F_1 = 10 \text{ N}$ firul se lungește cu $l_1 = 6,3 \text{ mm}$?
27. Un resort suspendat vertical are masa neglijabilă și lungimea în stare nedeformată $l_0 = 20 \text{ cm}$. Dacă prindem o bilă de mici dimensiuni de capătul liber al resortului, la echilibru, lungimea acestuia crește cu $f = 5\%$. Dacă se acționează asupra bilei prinse de resort cu o forță verticală de modul $F_1 = 5 \text{ N}$, la echilibru, alungirea resortului se dublează. Determină:
- a. masa bilei;
 - b. constanta elastică a resortului
 - c. deformarea resortului, dacă forța F_1 este înlocuită de o altă forță, orientată orizontal, de modul $F_2 = 3,32 \text{ N}$.
28. De tavanul unui lift este suspendat un dinamometru (resort) cu constanta elastică $k = 200 \text{ N/m}$, de care atârna un corp cu masa $m = 1 \text{ kg}$. Determină forța indicată de dinamometru dacă liftul:
- a. urcă cu accelerația $a = 0,8 \text{ m/s}^2$;
 - b. coboară accelerat cu accelerația $a = 0,8 \text{ m/s}^2$;
 - c. se deplasează uniform.
29. Când un copil se cântărește pe un cântar, resortul cântarului se deformează cu $\Delta l = 2 \text{ cm}$, iar acul indică $m = 30 \text{ kg}$. Apoi pe cântar se urcă un adult cu masa $M = 90 \text{ kg}$. Calculează:
- a. constanta elastică a resortului cântarului;
 - b. deformația resortului, dacă în locul copilului pe cântar se urcă adultul;
 - c. masa indicată de acul cântarului când adultul se află pe acesta și cântarul se află într-un lift care coboară frânat cu accelerația $a = 0,6 \text{ m/s}^2$.
30. Un tren se deplasează rectiliniu și uniform cu $v_1 = 72 \frac{\text{km}}{\text{h}}$ față de sol. Un copil aleargă în interiorul trenului cu $v_2 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ față de tren. Determină:
- a. viteza copilului față de sol, dacă aleargă în sensul de mers al trenului.
 - b. viteza copilului față de sol, dacă aleargă în sens opus mersului trenului.

TEST DE EVALUARE

I. (1,5p) Citește următoarele enunțuri. Dacă apreciezi că enunțul este adevărat, scrie litera A. Dacă apreciezi că enunțul este fals, scrie litera F.

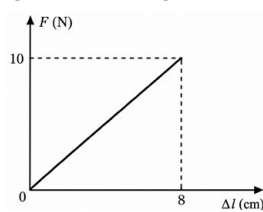
1. Un corp asupra căruia rezultanta forțelor este nulă își păstrează starea de repaus sau de mișcare rectilinie uniformă.	
2. Dacă distanța dintre două corpuri se dublează, iar masele lor rămân constante, atunci modulul forței de atracție gravitațională devine de patru ori mai mare.	
3. În mișcarea circulară uniformă, viteza corpului este constantă atât ca modul, cât și ca direcție.	
4. Conform principiului relativității clasice, legile mecanicii au aceeași formă în toate sistemele de referință inerțiale	

II. (3p) Pentru fiecare item de mai jos, încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. Fiecare item are un singur răspuns corect.

A. Un copil ține în mână o minge de cauciuc. Reacțiunea corespunzătoare greutateii mingii este exercitată de:
a. mâna asupra mingii; **c.** Pământ asupra mâinii;
b. minge asupra Pământului; **d.** Pământ asupra mingii.

B. Unitatea de măsură a impulsului unui corp exprimată în unități de măsură din SI este:
a. $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-1}$; **b.** $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; **c.** $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}$; **d.** $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^2$.

C. În graficul alăturat este reprezentată dependența modulului F al forței elastice dintr-un resort de alungirea x a acestuia. Valoarea constantei elastice a resortului este:



a. 125 N/m; **b.** 80 N/m; **c.** 12,5 N/m; **d.** 8,0 N/m.

D. De un dinamometru fixat de tavanul unui lift este suspendat un corp cu masa $m = 1 \text{ kg}$. Liftul coboară accelerat, cu accelerația egală cu 1 m/s^2 . Forța indicată de dinamometru are valoarea:
a. 0 N; **b.** 9 N; **c.** 10 N; **d.** 11 N.

E. Asupra unui corp de masă $m = 250 \text{ g}$, aflat pe o suprafață orizontală, acționează o forță, orientată orizontal, având modulul $F = 2 \text{ N}$. Corpul se deplasează cu viteză constantă. Valoarea coeficientului de frecare dintre corp și suprafața orizontală este:
a. 0,2; **b.** 0,4 **c.** 0,6; **d.** 0,8

F. Transformările Galilei descriu:

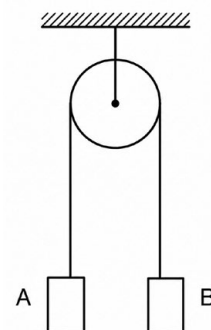
- relațiile dintre coordonatele și timpul unui eveniment măsurate în două sisteme de referință inerțiale aflate în mișcare relativă uniformă;
- relațiile dintre coordonatele și timpul unui eveniment măsurate în două sisteme de referință accelerate;
- relațiile dintre coordonatele și timpul unui eveniment măsurate în două sisteme de referință inerțiale, ținând cont de constanța vitezei luminii;
- relațiile dintre coordonatele și timpul unui eveniment măsurate într-un câmp gravitațional.

III. (4,5p) Rezolvă următoarele probleme:

1. De un dinamometru fixat de tavanul unui lift este suspendat un corp cu masa $m = 1 \text{ kg}$. Liftul coboară accelerat, cu accelerația egală cu 1 m/s^2 . Determină forța indicată de dinamometru.

2. Două resorturi, de constante elastice $k_1 = 30 \text{ N/m}$ și $k_2 = 60 \text{ N/m}$, sunt deformate pe rând de aceeași forță F . Alungirile lor sunt Δl_1 și respectiv Δl_2 . Determină constanta elastică a unui singur resort, care supus la aceeași forță deformatoare se alungește cu $\Delta l_1 + \Delta l_2$.

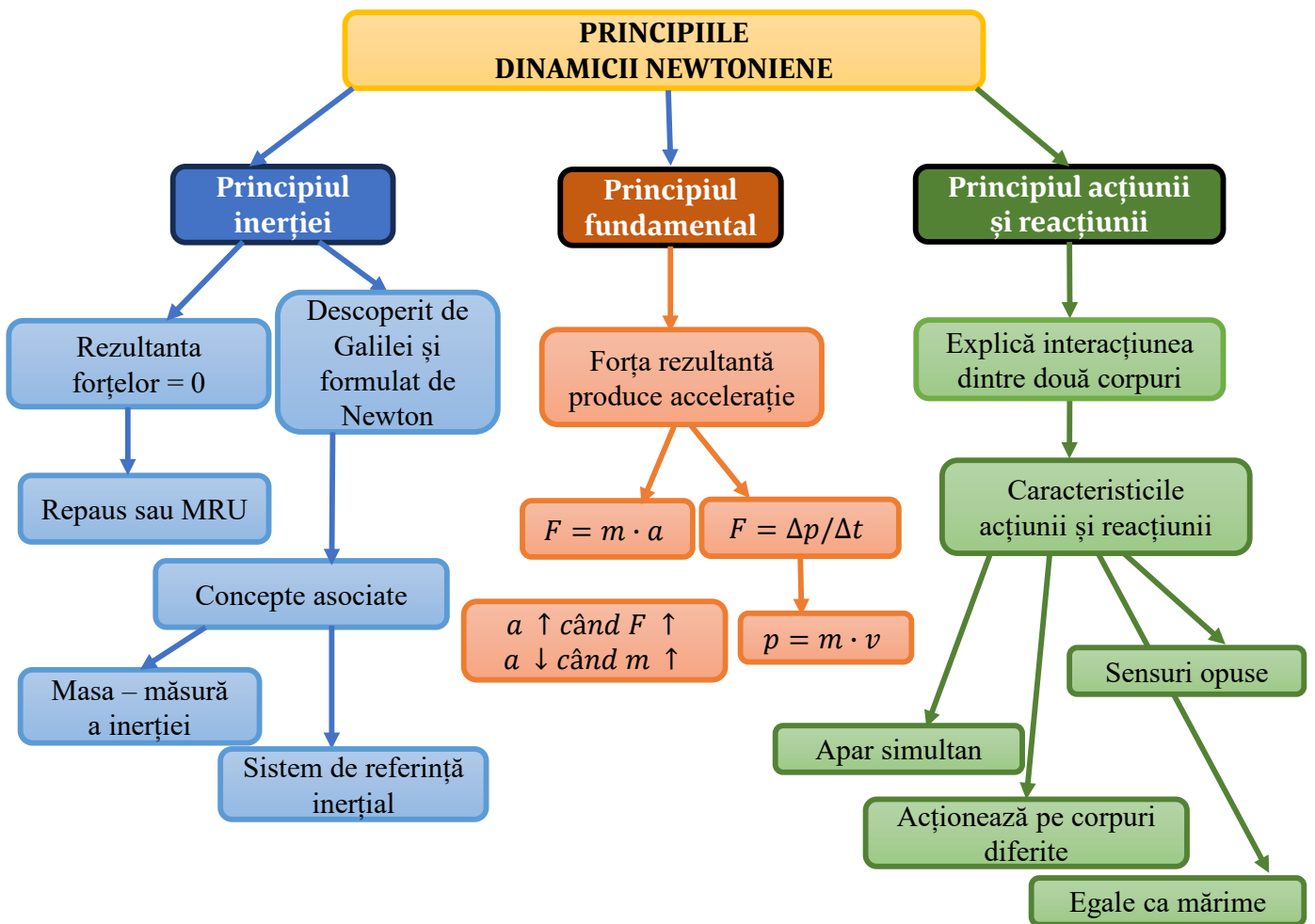
3. Sistemul mecanic din figura alăturată este alcătuit din două corpuri A și B, legate prin intermediul unui fir inextensibil și de masă neglijabilă. Firul este trecut peste un scripete fără frecări și lipsit de inerție. La momentul inițial corpurile se află în repaus. După ce sistemul este lăsat liber, se constată că accelerația corpului A este orientată în jos și are valoarea $a = 5 \text{ m/s}^2$.



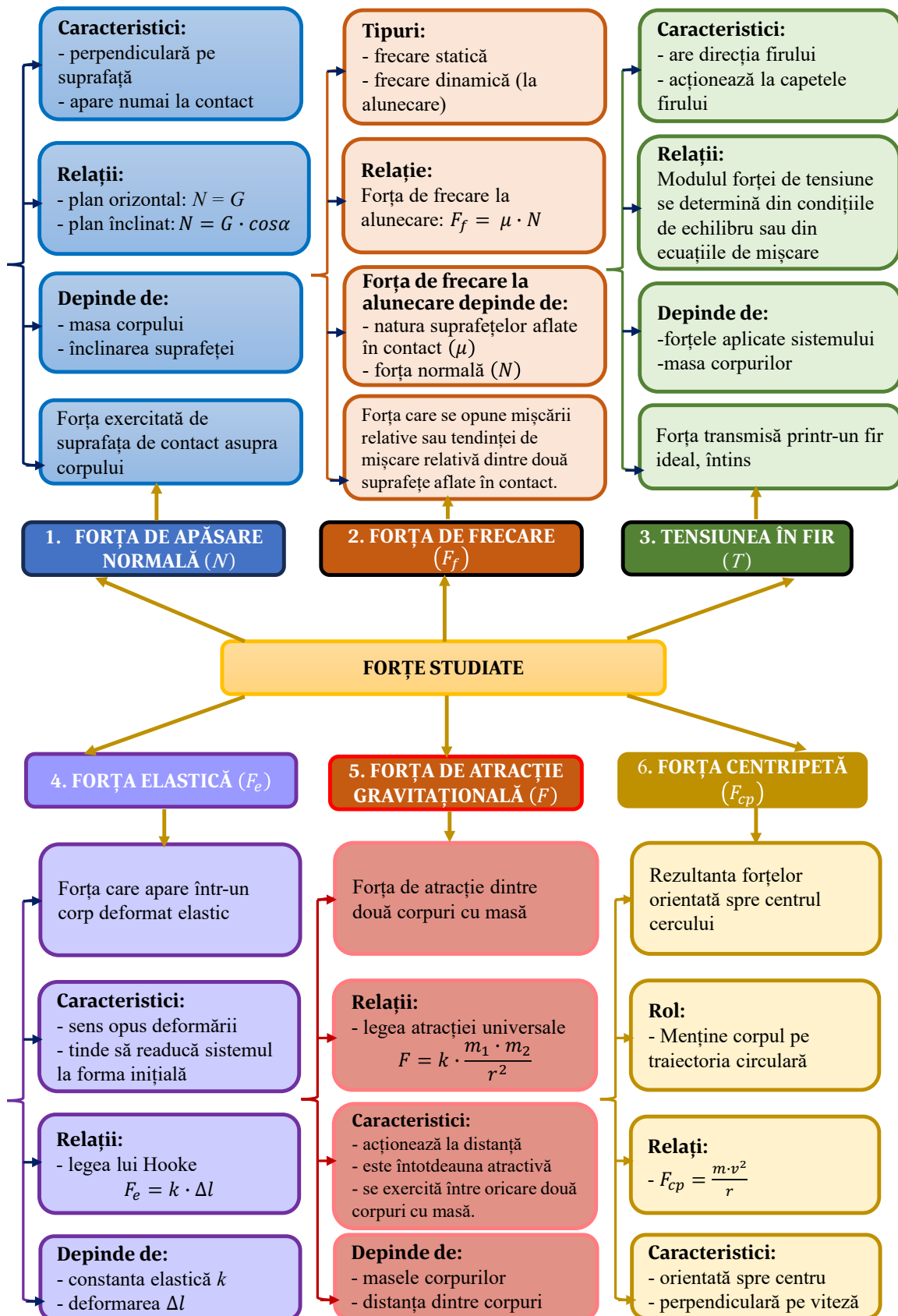
- Calculează valoarea vitezei corpului A la $\Delta t = 0,5 \text{ s}$ din momentul în care sistemul este lăsat liber.
- Determină valoarea raportului m_A/m_B dintre masa corpului A și masa corpului B.
- Determină valoarea forței de apăsare din axul scripetelui, dacă $m_A = 300 \text{ g}$.

Observație: Se acordă 1 punct din oficiu

HARTĂ CONCEPTUALĂ



HARTĂ CONCEPTUALĂ





TEOREME DE VARIAȚIE ȘI LEGI DE CONSERVARE ÎN MECANICĂ

4

Gândește-te la un roller-coaster care urcă lent și apoi coboară în viteză, la un sportiv care ridică greutăți sau la un arc care lansează o săgeată. În spatele acestor fenomene spectaculoase se află mărimi fizice precum lucrul mecanic, puterea, randamentul și energia mecanică. Acest capitol te invită să descoperi cum se produce mișcarea, cum circulă energia și cât de eficient funcționează lumea din jurul tău.

Lucrul mecanic



Muncim sau lucrăm? Întrebarea pare ciudată la prima vedere, totuși are sens.

În viața de zi cu zi spunem că muncim din greu și atunci când ne pregătim pentru un examen sau concurs, și atunci când ridicăm greutatea la sală sau ne ajutăm părinții la săpatul grădinii. În primul caz vorbim despre muncă intelectuală, în al doilea caz, despre muncă fizică.

Pentru a recompensa corect munca efectuată, trebuie să o putem măsura. Fizicienii au reușit acest lucru doar în cazul muncilor fizice, iar mărimea fizică ce măsoară munca fizică efectuată a fost denumită *lucru mecanic*.

...provocare

Ce crezi, în ce condiții se efectuează lucru mecanic?

...studiu de caz

Un halterofil ridică o halteră la înălțime, apoi o coboară lent (fig. 1).

- În prima fază, halterofilul își încordează mușchii, dar forța nu este suficientă pentru a deplasa haltera. În acest caz spunem că nu se efectuează lucru mecanic.
- În faza a doua, forța exercitată de halterofil învinge forța de greutate, iar haltera se deplasează în sus și se efectuează lucru mecanic.
- În faza a treia, haltera este ținută la o anumită înălțime. Haltera nu se deplasează nici în acest caz, deci halterofilul nu efectuează lucru mecanic asupra ei. Totuși, mușchii puternic încordați consumă energie pentru menținerea contracției, iar micile oscilații involuntare ale brațelor pot implica efectuarea unui lucru mecanic foarte redus.
- În faza a patra, halterofilul coboară lent haltera. Forța exercitată de el efectuează lucru mecanic negativ, deoarece frânează mișcarea halterei.

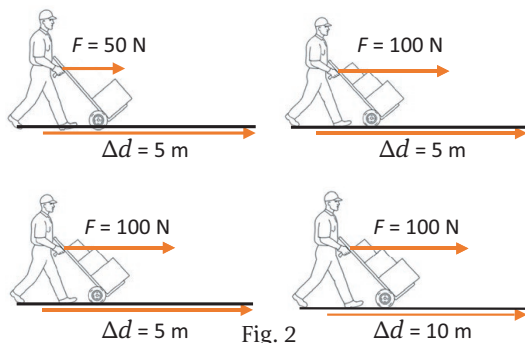


...de reținut

Efectuarea de lucru mecanic este legată de acțiunea unei forțe și de deplasarea corpului asupra căruia acționează.

...experiment mental

Cum depinde lucrul mecanic efectuat de mărimea forței și a deplasării?



Muncitorul efectuează lucru mecanic mai mare atunci când forța necesară deplasării este mai mare.

Dacă forța se dublează, se dublează și lucrul mecanic.

Lucrul mecanic este direct proporțional cu forța.

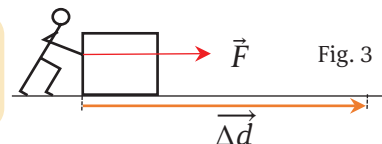
Muncitorul efectuează lucru mecanic mai mare atunci când deplasează corpul pe o distanță mai mare.

Dacă distanța se dublează, se dublează și lucrul mecanic.

Lucrul mecanic este direct proporțional cu deplasarea.

...de reținut

Definiția simplă a lucrului mecanic – **Lucrul mecanic** este mărimea fizică scalară egală cu produsul dintre modulul forței și cel al deplasării, dacă forța este constantă și deplasarea are loc în direcția și sensul forței.



lucrul mecanic efectuat (J)

$$L = F \cdot \Delta d$$

forța (N)

deplasarea (m)

$$\langle L \rangle_{\text{SI}} = \text{N} \cdot \text{m} = \text{J (joule)}$$

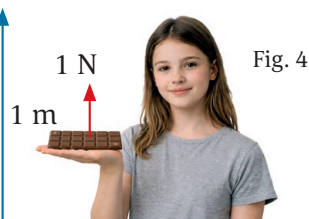


Fig. 4

Cât de mare este lucrul mecanic de 1 J ?

Dacă ridici lent o tablă de ciocolată de 100 g (care are greutatea de aproximativ 1 N) la înălțimea de 1 m, lucrul mecanic efectuat este de aproximativ 1 J (fig. 4).

Folosind un limbaj științific și riguros, vei spune că:

1 J este lucrul mecanic efectuat de o forță de 1 N în timp ce își deplasează punctul de aplicație cu 1 m în direcția și sensul forței.

Lucrul mecanic efectuat de o forță perpendiculară pe deplasare

Analizează mișcarea unei bile de biliard care se rostogolește pe masă (fig. 5). Deși este destul de mare, forța de greutate nu influențează direct mișcarea bilei, ci doar indirect, prin intermediul forței de frecare. În absența frecării, bila s-ar mișca uniform până la capătul mesei.

Fiind perpendiculare pe direcția deplasării, nici forța de greutate, nici forța normală de reacțiune nu efectuează lucru mecanic.

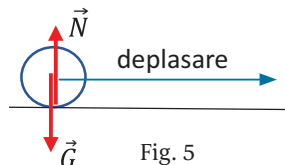
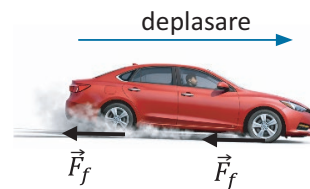


Fig. 5

Forțele perpendiculare pe direcția mișcării nu efectuează lucru mecanic.

Lucrul mecanic efectuat de o forță opusă deplasării

Atunci când o mașină frânează, forța de frecare acționează în sens opus deplasării, micșorând viteza mașinii. În acest caz forța de frecare efectuează lucru mecanic negativ.



Forța care acționează în sens opus deplasării efectuează lucru mecanic negativ.

Definiția riguroasă a lucrului mecanic

Sunt multe situații în care forțele nu acționează pe direcția mișcării și nici perpendicular pe ea (fig. 6). În aceste cazuri, descompunem forța după o direcție paralelă cu deplasarea și una perpendiculară pe ea. Deoarece componenta perpendiculară (F_n) nu efectuează lucru mecanic, lucrul mecanic efectuat de forța $\vec{F}$ va fi egal cu cel efectuat de componenta paralelă ($\vec{F}_p$).

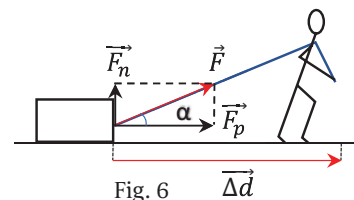


Fig. 6

$$L = F_p \cdot \Delta d = F \cdot \Delta d \cdot \cos \alpha$$

Lucrul mecanic este mărimea fizică scalară egală cu produsul dintre forță, deplasare și cosinusul unghiului format de direcția forței cu direcția deplasării.

Lucrul mecanic este o mărime de proces, deoarece descrie procesul de trecere a unui corp dintr-o stare (caracterizată de poziția inițială) în alta (caracterizată de poziția finală). Lucrul mecanic nu se efectuează la un moment dat, ci pe toată durata procesului.

...problemă rezolvată

O săniuță cu masa $m = 5 \text{ kg}$ este trasă cu o forță $F = 10 \text{ N}$, prin intermediul unui fir care face unghiul $\alpha = 60^\circ$ cu orizontala. Considerăm $g = 10 \text{ m/s}^2$.

- Cât lucru mecanic efectuează această forță în timp ce deplasează săniuța pe distanța $\Delta d = 100 \text{ m}$?
- Cât lucru mecanic efectuează forța de greutate și forța normală de reacțiune?
- Cât lucru mecanic efectuează forța de frecare, dacă coeficientul de frecare dintre talpa săniuței și zăpadă este $\mu = 0,1$?

Rezolvare:

$$m = 5 \text{ kg}$$

$$F = 10 \text{ N}$$

$$\alpha = 60^\circ; g = 10 \text{ m/s}^2$$

$$\text{a) } L_F = ? \text{ dacă } \Delta d = 100 \text{ m}$$

$$\text{b) } L_G = ?$$

$$\text{c) } L_{Ff} = ? \text{ dacă } \mu = 0,1$$

$$\text{a) } L_F = F \cdot \Delta d \cdot \cos \alpha = 10 \text{ N} \cdot 100 \text{ m} \cdot \cos 60^\circ = 500 \text{ J.}$$

$$\text{b) } L_N = N \cdot \Delta d \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ J}; L_G = G \cdot \Delta d \cdot \cos 90^\circ = 0 \text{ J.}$$

$$\text{c) } N = G - F_n = m \cdot g - F \cdot \sin \alpha = 41,34 \text{ N.}$$

$$F_f = \mu \cdot N = 4,134 \text{ N.}$$

$$L_{Ff} = F_f \cdot \Delta d \cdot \cos 180^\circ = -413,4 \text{ J.}$$

Semnul lucrului mecanic

Dacă unghiul format de forță cu direcția deplasării este mai mic de 90° , forța ajută la mișcarea corpului și lucrul mecanic este pozitiv (fig. 7a).

Dacă unghiul format de forță cu direcția deplasării este mai mare de 90° , forța se opune mișcării corpului și lucrul mecanic este negativ (fig. 7b).

Dacă unghiul format de forță cu direcția deplasării este egal cu 90° , forța nici nu ajută, nici nu se opune mișcării corpului și lucrul mecanic este zero (fig. 7c).

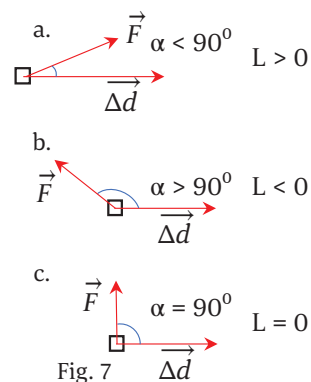


Fig. 7

Interpretarea geometrică a lucrului mecanic

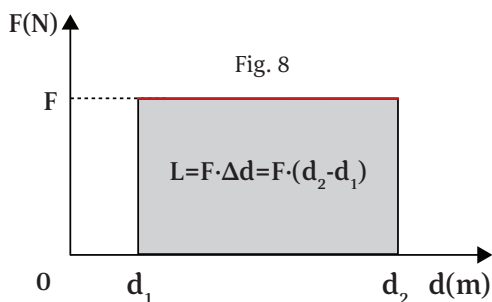


Fig. 8

Pornește de la cazul simplu, când o forță constantă F acționează în direcția și sensul deplasării.

Vei observa că valoarea forței este înălțimea dreptunghiului hașurat din figură, iar a deplasării ($d_2 - d_1$) este lungimea dreptunghiului. Astfel, lucrul mecanic (produsul dintre forță și deplasare) este aria hașurată.

Această observație poate fi generalizată și pentru situația când forța se schimbă pe parcursul mișcării. În acest caz, atât aria, cât și lucrul mecanic pot fi calculate, împărțind deplasarea în multe deplasări foarte mici, pe care le vei înmulți cu forța, care poate fi considerată constantă pe durata acelei mici deplasări.

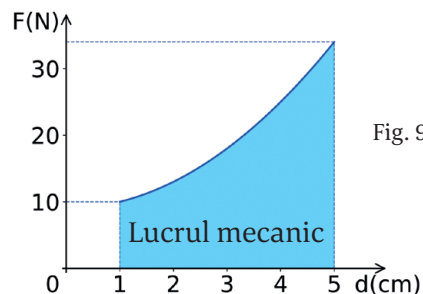
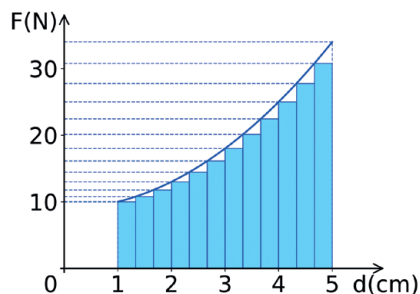
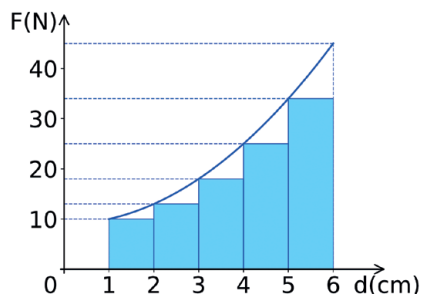


Fig. 9

Adunând ariile acestor mici dreptunghiuri, vei obține o arie apropiată ca valoare de aria de sub graficul forței. Precizia este cu atât mai mare cu cât vei împărți deplasarea în intervale mai mici. Dacă mărimea unui interval tinde spre zero, calculul devine exact.

Dacă reprezinți grafic valoarea forței în funcție de poziția corpului, lucrul mecanic este aria suprafeței delimitate **pe verticală** de axa Ox și graficul forței, iar **pe orizontală** de coordonatele inițială și finală ale deplasării.

Atenție! Această constatare nu este valabilă dacă reprezinți forța în funcție de timp sau de orice altă variabilă decât coordonata.

...probleme rezolvate

- De un corp cu masa $m = 500$ g, așezat pe o masă orizontală, se leagă un resort vertical, inițial nedeformat. Calculează lucrul mecanic efectuat de omul care ridică foarte lent corpul la înălțimea $h = 20$ cm, trăgând de capătul superior al resortului. Se cunoaște constanta elastică a acestuia, $k = 100$ N/m și accelerația gravitațională $g = 10$ m/s².

Rezolvare: $m = 500$ g
 $h = 20$ cm
 $k = 100$ N/m
 $L = ?$

Procesul de ridicare a corpului are loc în două etape distincte. În prima etapă, resortul se alungește din ce în ce mai mult, dar forța elastică, deși crește încontinuu, nu este suficientă pentru a ridica corpul de pe masă.

Corpul se ridică de pe masă abia atunci când $F_e = G$.

Între timp, resortul se alungește cu $\Delta l = \frac{mg}{k} = 5$ cm.

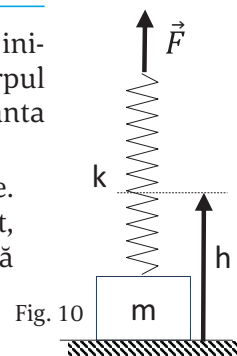


Fig. 10

În a doua etapă, forța elastică rămâne constantă și egală cu greutatea corpului. Lungimea resortului nu se mai schimbă, iar capătul de sus, unde acționează forța F , se deplasează încă 20 cm, de această dată împreună cu corpul. Graficul (fig. 11) prezintă variația forței de tracțiune în funcție de deplasarea capătului superior al resortului. Aria trapezului colorat de sub grafic reprezintă lucrul mecanic cerut.

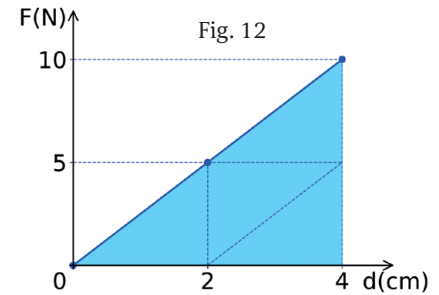
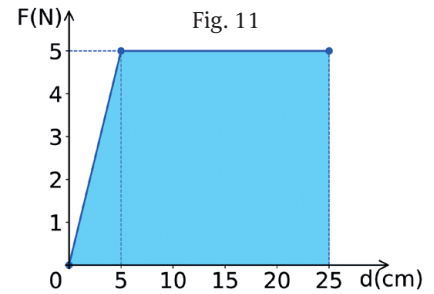
$$L = \frac{(baza_{mare} + baza_{mică}) \cdot înălțimea}{2} = \frac{(0,25 \text{ m} + 0,2 \text{ m}) \cdot 5 \text{ N}}{2} = 1,125 \text{ J}.$$

2. Un resort nedeformat este alungit cu 2 cm, apoi cu încă 2 cm. De câte ori este mai mare lucrul mecanic efectuat pe a doua jumătate a alungirii, decât pe prima?

Rezolvare:

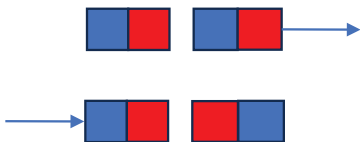
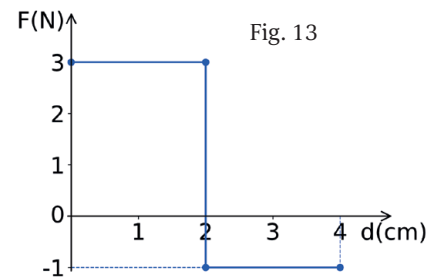
Deformarea totală a resortului este de 4 cm. Știind că aria hașurată de sub graficul forței (fig. 12) reprezintă lucrul mecanic efectuat, trebuie să comparăm aria de sub grafic, cuprinsă între 2 și 4 cm, notată cu S_{24} , cu aria cuprinsă între 0 și 2 cm, notată cu S_{02} .

Se poate observa cu ușurință, că $S_{24} = 3 \cdot S_{02}$, deci lucrul mecanic efectuat pe a doua jumătate a alungirii este de 3 ori mai mare decât pe prima jumătate.



...verifică înțelegerea

- Stabilește semnul lucrului mecanic efectuat de:
 - forța de tracțiune a macaralei care ridică un corp;
 - forța de greutate în timp ce urcăm pe o scară;
 - forța normală de reacțiune a șinelor asupra roților unui tramvai care se deplasează orizontal.
- Când efectuează un om lucru mecanic mai mare și de câte ori: atunci când trage o barcă orizontal, sau atunci când o trage cu aceeași forță sub unghi de 30° față de orizontală, știind că în ambele cazuri barca se deplasează orizontal pe aceeași distanță?
- Calculează lucrul mecanic efectuat de forța $F = 100 \text{ N}$ ce acționează asupra unui corp, în timp ce acesta se deplasează pe distanța $d = 20 \text{ m}$, în situațiile când unghiul format de direcția forței și a deplasării este:
 - 0° ;
 - 30° ;
 - 90° ;
 - 120° ;
 - 180° .
- De ce obosește un om ținând o greutate ridicată la înălțime, cu toate că nu efectuează lucru mecanic?
- Forța care acționează asupra unui corp pe direcția mișcării sale variază de-a lungul deplasării, conform graficului (fig. 13). Determină lucrul mecanic efectuat pe primii 2 m, precum și lucrul mecanic total corespunzător întregii mișcări.



6. Imaginează-ți doi magneți, A (în partea stângă) și B (în partea dreaptă), care se atrag (sus), respectiv se resping (jos). Asupra cărui magnet efectuează forța de interacțiune magnetică lucru mecanic pozitiv, dacă ambii se deplasează spre dreapta?

Lucrul mecanic efectuat de diferite forțe

1. Lucrul mecanic efectuat de forța de greutate în câmp gravitațional uniform



Dacă îți plac drumețiile, ai observat cu siguranță că este mult mai greu să urci un munte decât să îl cobori. La urcare trebuie să învingi forța de atracție gravitațională a Pământului, dar la coborâre aceasta te ajută.

Ai observat, de asemenea, că drumurile de munte au multe serpentine. Acestea ajută atât la urcare, cât și la coborâre.

...provocare

Când efectuezi lucru mecanic mai mare, atunci când urci muntele pieptiș sau atunci când îl urci pe serpentine?

...de reținut

Atât timp cât nu se îndepărtează prea mult de suprafața Pământului, greutatea unui corp poate fi considerată constantă. De exemplu, pe vârful Everest (8 848 m) greutatea corpurilor este cu doar 0,276% mai mică decât la nivelul mării.

În aceste condiții, dacă un corp cu greutatea G , coboară de la înălțimea h_1 la h_2 (fig.1), lucrul mecanic efectuat de forța de greutate va fi, conform definiției lucrului mecanic:

$$L_G = G \cdot |\Delta h| \cdot \cos 0^\circ = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$

masa corpului (kg) → m
nivelul inițial, de la care pornește corpul (m) → h_1
acceleerația gravitațională (m/s²) → g
nivelul final, la care ajunge corpul (m) → h_2

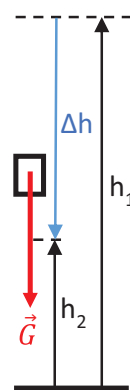


Fig.1

Semnul lucrului mecanic efectuat de forța de greutate:

1. Dacă corpul urcă, $h_2 > h_1 \rightarrow L_G < 0$
2. Dacă corpul coboară, $h_2 < h_1 \rightarrow L_G > 0$
3. Dacă corpul se deplasează orizontal, $h_2 = h_1 \rightarrow L_G = 0$

În condițiile unei deplasări mici, astfel încât pe parcursul ei accelerația gravitațională să poată fi considerată constantă, formula se poate aplica în orice loc din Univers, folosind accelerația gravitațională corespunzătoare. De exemplu, pe Lună $g = 1,62 \text{ m/s}^2$, în punctul de echilibru gravitațional aflat între Pământ și Lună (în care forțele de atracție gravitațională ale celor două corpuri cerești se anulează) $g = 0$.

Interpretare geometrică

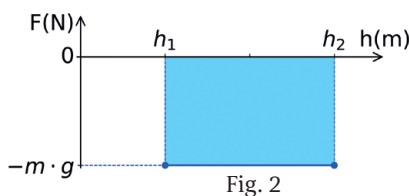


Fig. 2

Graficul din figura 2 arată dependența forței de greutate a unui corp de înălțimea la care se găsește. Observăm că forța de greutate este constantă, $G = -m \cdot g$, iar corpul urcă de la înălțimea h_1 la h_2 . Semnul „minus” arată că vectorul greutate este îndreptat în jos, în timp ce axa înălțimilor este îndreptată în sus. Aria hașurată corespunde lucrului mecanic efectuat de forța de greutate și se poate calcula ușor din datele de pe figură:

$$L_G = G \cdot (h_2 - h_1) = -m \cdot g \cdot (h_2 - h_1) = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$

Observație: Rezultatul obținut este identic cu cel dedus mai sus aplicând formula de calcul a lucrului mecanic.

În cazul unor corpuri de dimensiuni mari, lucrul mecanic al forței de greutate se poate calcula folosind aceeași formulă, cu observația că înălțimile h_1 și h_2 se referă la nivelul inițial, respectiv final al centrului de greutate.



...studiu de caz

Imaginează-ți o cărămidă cu masa $m = 3 \text{ kg}$ și dimensiunile $a = b = 10 \text{ cm}$, respectiv $c = 20 \text{ cm}$. Ridicăm cărămida în poziție verticală, prin rostogolire pe o suprafață orizontală (fig.3). În timpul ridicării, centrul de greutate al cărămidii urcă de la înălțimea $h_1 = a/2 = 5 \text{ cm}$, la înălțimea $h_2 = c/2 = 10 \text{ cm}$. Prin urmare, lucrul mecanic efectuat de forța de greutate în timpul acestui proces este:

$$L_G = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = 3 \text{ kg} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot (0,05 \text{ m} - 0,1 \text{ m}) = -1,5 \text{ J}$$

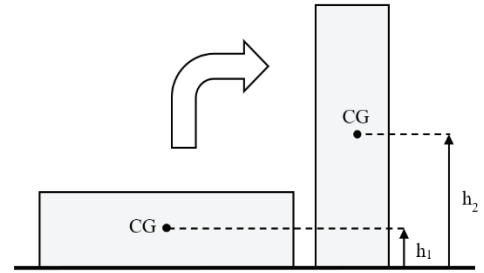


Fig. 3

...de reținut

Prin definiție, **o forță este conservativă** dacă lucrul mecanic efectuat de acea forță, în timp ce corpul asupra căruia acționează se deplasează dintr-un punct (A) într-un alt punct (B), depinde doar de pozițiile celor două puncte și nu depinde de traiectoria pe care se deplasează corpul.

Pentru a demonstra că **forța de greutate este conservativă**, calculează lucrul mecanic efectuat de forța de greutate în timp ce corpul se deplasează din punctul A în punctul B (fig.4), pe trei traiectorii diferite: AMB, ANB și AB. Toate punctele sunt în același plan vertical.

$$L_{AMB} = L_{AM} + L_{MB} = G \cdot AM \cdot \cos 90^\circ + G \cdot MB \cdot \cos 0^\circ = G \cdot MB$$

$$L_{ANB} = L_{AN} + L_{NB} = G \cdot AN \cdot \cos 0^\circ + G \cdot NB \cdot \cos 90^\circ = G \cdot AN$$

$$L_{AB} = G \cdot AB \cdot \cos \alpha = G \cdot AN$$

$$\text{Observăm că } L_{AMB} = L_{ANB} = L_{AB}.$$

Printr-o demonstrație mai riguroasă, se poate arăta că indiferent de traiectoria aleasă, lucrul mecanic efectuat de forța de greutate va avea aceeași expresie, depinzând doar de diferența de nivel dintre punctul inițial și cel final:

$$L_G = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$

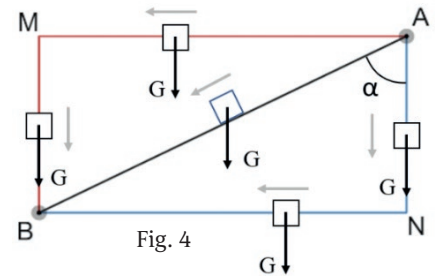


Fig. 4

Pornind de la observația că forța de greutate este conservativă, vei putea răspunde și la *provocarea lecției*.

Lucrul mecanic efectuat de forța de greutate atunci când urci muntele pieptiș este identic cu cel efectuat atunci când îl urci pe serpentine. Astfel și lucrul mecanic efectuat de tine pentru a învinge forța de greutate este același. Totuși, la urcarea muntelui trebuie să învingi și forțele de rezistență întâmpinate, de aceea, lucrul mecanic efectuat la urcarea pe serpentine poate fi puțin mai mare.

...verifică înțelegerea

1. Două corpuri identice sunt coborâte de la aceeași înălțime până la nivelul solului: unul pe Pământ, altul pe Lună. În care dintre cele două cazuri lucrul mecanic efectuat de forța de greutate este mai mare?
2. Cât lucru mecanic efectuează forța de greutate a unui cub, în timp ce se rostogolește de pe o față pe alta, pe o masă orizontală?
3. Care este semnul lucrului mecanic efectuat de forța de greutate în timpul mișcării pe un roller-coaster?

2. Lucrul mecanic efectuat de forța de frecare la alunecare



În vâltoarea unui meci de handbal se mai întâmplă să aluneci cu genunchiul pe parchetul sălii de sport. Este o experiență dureroasă! Forța de frecare te oprește repede, iar arsurile de pe genunchi te pot scoate din joc. *Pentru a te proteja, poartă apărătoare pentru genunchi!*

...provocare

Ce semn are lucrul mecanic efectuat de forța de frecare în acest caz? Dar în cazul unei mașini care pornește?

...studiu de caz

Imaginează-ți o ladă cu mere transportată cu ajutorul unei benzi transportoare înclinate (fig.5). Dacă lada nu alunecă pe bandă, asupra ei acționează o forță de frecare statică orientată în sus, paralel cu banda, care împiedică alunecarea sub acțiunea componentei tangențiale a greutății, atât la urcare, cât și la coborâre.

La urcare, deplasarea are loc în direcția și sensul forței de frecare, deci lucrul mecanic efectuat de forța de frecare este pozitiv.

La coborâre, deplasarea are loc în sens opus forței de frecare, deci lucrul mecanic efectuat de forța de frecare este negativ.

Concluzie: forța de frecare poate efectua atât lucru mecanic pozitiv, cât și lucru mecanic negativ.



Fig.5

...de reținut

a. În cazul alunecării pe o suprafață orizontală, forța de frecare poate fi calculată cu formula: $F_f = \mu \cdot N = \mu \cdot m \cdot g$. Conform definiției, lucrul mecanic efectuat de forța de frecare este:

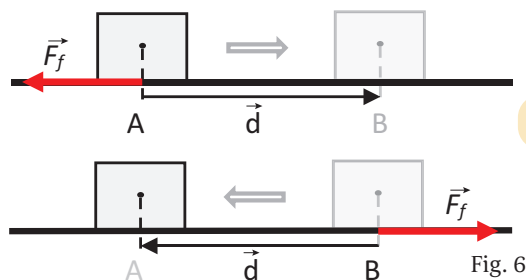


Fig. 6

$$L_{Ff} = F_f \cdot d \cdot \cos 180^\circ = -F_f \cdot d = -\mu \cdot m \cdot g \cdot d$$

masa corpului (kg) m
 distanța parcursă de corp (m) d
 coeficientul de frecare, $\langle \mu \rangle_{sl} = 1$
 accelerația gravitațională (m/s²) g

Analizând figura 6, constatăm că forța de frecare efectuează lucru mecanic negativ, atât în cazul deplasării din A în B, cât și al deplasării din B în A.

a. În cazul deplasării pe un plan înclinat, forța de apăsare normală este egală cu componenta normală a greutății corpului, dar forța de frecare de alunecare este și în acest caz opusă mișcării.

Conform definiției, lucrul mecanic efectuat de forța de frecare este:

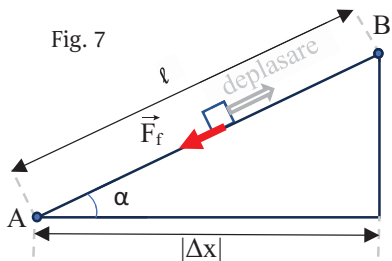
$$L_{Ff} = F_f \cdot l \cdot \cos 180^\circ = -F_f \cdot l = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos \alpha \cdot l = -\mu \cdot m \cdot g \cdot |\Delta x|$$

unde $|\Delta x|$ este modulul proiecției orizontale a deplasării corpului

Observație: Forța de frecare efectuează și în acest caz lucru mecanic negativ, atât la urcare, cât și la coborâre.

Pentru a demonstra că **forța de frecare este neconservativă**, vei calcula lucrul mecanic efectuat de forța de frecare în timp ce corpul se deplasează pe o suprafață orizontală, din punctul A în punctul B, pe trei traiectorii diferite: AMB, ANB și AB (fig.8). Observăm că forța de frecare (reprezentată cu negru)

Fig. 7



este orientată tot timpul în sens opus deplasării (indicată de săgeata gri), deci unghiul dintre cei doi vectori este constant și egal cu 180° . Astfel:

$$L_{AMB} = L_{AM} + L_{MB} = F_f \cdot AM \cdot \cos 180^\circ + F_f \cdot MB \cdot \cos 180^\circ = -F_f \cdot (AM + MB)$$

$$L_{AB} = F_f \cdot AB \cdot \cos 180^\circ = -F_f \cdot AB$$

$$L_{ANB} = L_{AN} + L_{NB} = F_f \cdot AN \cdot \cos 180^\circ + F_f \cdot NB \cdot \cos 180^\circ = -F_f \cdot (AN + NB)$$

Observăm că $|L_{AMB}| > |L_{ANB}| > |L_{AB}|$, deoarece $AM + MB > AN + NB > AB$

În general, modulul lucrului mecanic efectuat de forța de frecare este cu atât mai mare, cu cât traiectoria este mai lungă.

Concluzie: forța de frecare este o **forță neconservativă**.

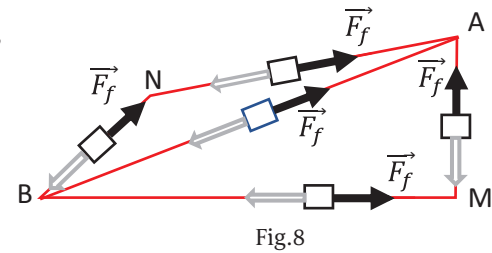


Fig. 8

...verifică înțelegerea

1. Un corp paralelipipedic de mici dimensiuni coboară liber pe o pantă care formează unghiul $\alpha = 30^\circ$ cu orizontala, apoi își continuă mișcarea pe un drum orizontal, iar în final urcă pe o pantă înclinată tot cu unghiul α . Ce unghi formează forța de frecare cu deplasarea pe cele trei porțiuni ale mișcării?
2. Un corp se deplasează din punctul A în punctul B pe o suprafață orizontală rugoasă. Modulul lucrului mecanic efectuat de forța de frecare este:
 - a. mai mare pentru traiectoria rectilinie AB;
 - b. mai mare pentru o traiectorie curbilinie între A și B;
 - c. același pentru orice traiectorie între A și B.
3. Un artist de circ urcă uniform cu un monociclu (bicicleta cu o singură roată) pe un plan înclinat. Ce semn are lucrul mecanic efectuat de forța de frecare exercitată de sol asupra roții monociclului?
4. O ladă cu masa $m = 20 \text{ kg}$ este trasă pe un plan orizontal rugos pe distanța $d = 10 \text{ m}$. Coeficientul de frecare dintre ladă și plan este $\mu = 0,4$. Calculează lucrul mecanic efectuat de forța de frecare care acționează asupra lăzii. Se va considera $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Curiozități...

- În cazul deplasării foarte lente pe o suprafață curbă aflată în plan vertical (fig. 9), traiectoria corpului se poate descompune în porțiuni mici cu înclinări diferite, pe care putem aplica formula lucrului mecanic, dedusă în cazul planului înclinat.

Lucrul mecanic total va fi suma acestor mici lucruri mecanice. Astfel:

$$L_{F_f} = L_1 + L_2 + \dots + L_n = -\mu \cdot m \cdot g \left(|\Delta x_1| + |\Delta x_2| + \dots + |\Delta x_n| \right) = -\mu \cdot m \cdot g \cdot |\Delta x|$$

Atenție! Raționamentul și formula sunt corecte doar în cazul în care curba nu prezintă porțiuni de întoarcere și mișcarea este foarte lentă! Dacă mișcarea are loc cu viteză mare, apar forțe centrifuge care modifică forța de apăsare normală și calculul se complică foarte mult!

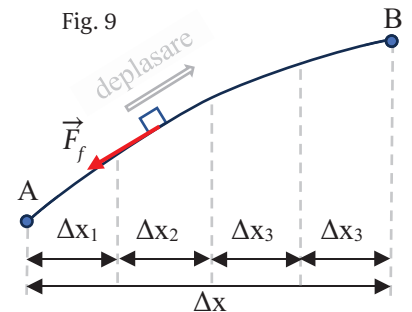
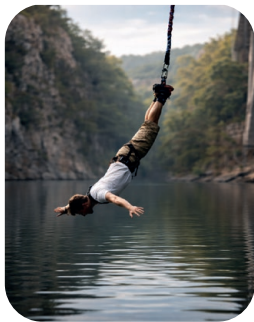


Fig. 9

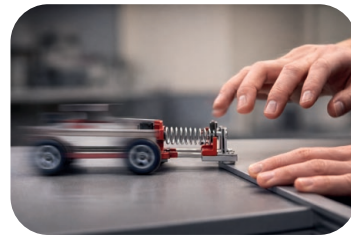


- Imaginează-ți un automobil care pornește accelerat. În acest caz, partea inferioară a „roți motoare” tinde să alunece înapoi față de sol, iar solul exercită asupra roții o forță de frecare orientată înainte. Această forță accelerează automobilul și efectuează lucru mecanic pozitiv. În timpul frânării forța de frecare acționează în sens opus mișcării automobilului și efectuează lucru mecanic negativ.



3. Lucrul mecanic efectuat de forța elastică

În multe situații din viața de zi cu zi, mișcarea corpurilor este influențată de forța elastică. Forța elastică se poate opune mișcării, dar o poate și favoriza. În prima imagine, forța elastică efectuează lucru mecanic negativ, deoarece se opune mișcării omului. În a doua imagine, forța elastică efectuează lucru mecanic pozitiv, deoarece ea pune în mișcare căruciorul.



...provocare

Înainte de eliberare, resortul din imagine a fost comprimat cu 2 cm. Când efectuează forța elastică lucru mecanic mai mare: în primul, sau în al doilea centimetru al revenirii la lungimea inițială?

...reține

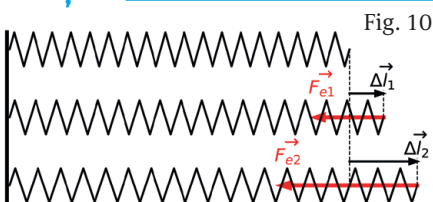


Fig. 10

Calculul lucrului mecanic al forței elastice este mai dificil decât în cazul forței de greutate sau al forței de frecare, deoarece valoarea forței elastice se modifică pe parcursul alungirii (sau comprimării) resortului.

Așa cum se observă în figura 10, alungirea resortului și forța elastică au sensuri opuse, ceea ce justifică semnul „minus” din formula forței elastice: $F_e = -k \cdot \Delta l$,

Vei presupune că deplasezi capătul resortului din poziția inițială, în care resortul este alungit cu Δl_1 , în poziția finală în care este alungit cu Δl_2 . În timpul deplasării, valoarea forței elastice se modifică de la $F_{e1} = -k \cdot \Delta l_1$ la $F_{e2} = -k \cdot \Delta l_2$. În cazul unei variații liniare, forța medie poate fi calculată ca medie aritmetică a valorilor extreme. Astfel, forța elastică medie va fi:

$$F_{e_{medie}} = \frac{F_{e2} + F_{e1}}{2} = \frac{-k \cdot \Delta l_2 + (-k \cdot \Delta l_1)}{2} = \frac{-k \cdot (\Delta l_2 + \Delta l_1)}{2}$$

Lucrul mecanic efectuat de forța elastică va fi:

$$L_{F_e} = F_{e_{medie}} \cdot \Delta d = \frac{-k \cdot (\Delta l_2 + \Delta l_1)}{2} \cdot (\Delta l_2 - \Delta l_1) = k \frac{\Delta l_1^2}{2} - k \frac{\Delta l_2^2}{2}$$

Interpretare geometrică.

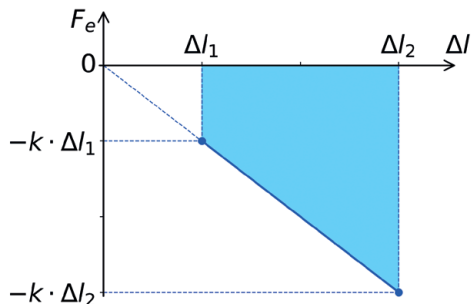


Fig. 11

Graficul alăturat prezintă variația forței elastice în funcție de alungirea resortului. Sensul pozitiv al axei orizontale este sensul deformării resortului.

Graficul funcției $F_e = -k \cdot \Delta l$ este o dreaptă cu pantă negativă, iar lucrul mecanic efectuat de forța elastică este dat de aria trapezului hașurat din figură.

$$\begin{aligned} L_{F_e} &= \frac{(\text{baza}_{\text{mare}} + \text{baza}_{\text{mică}}) \cdot \text{înlățimea}}{2} = \frac{[-k \cdot \Delta l_2 + (-k \cdot \Delta l_1)] \cdot (\Delta l_2 - \Delta l_1)}{2} = \\ &= \frac{-k \cdot (\Delta l_2 + \Delta l_1) \cdot (\Delta l_2 - \Delta l_1)}{2} = \frac{-k \cdot (\Delta l_2^2 - \Delta l_1^2)}{2} = \\ &= k \frac{\Delta l_1^2}{2} - k \frac{\Delta l_2^2}{2} \end{aligned}$$

Pentru a demonstra că **forța elastică este conservativă** calculează lucrul mecanic efectuat de forța elastică atunci când capătul resortului se deplasează din punctul A în punctul B, urmând două trasee diferite: traseul direct AB și traseul indirect AMB (vezi figura). În poziția A resortul este deformat cu Δl_A , în poziția B cu Δl_B , iar în poziția M cu Δl_M

Aplicând formula dedusă mai sus:

$$L_{AB} = k \frac{\Delta l_A^2}{2} - k \frac{\Delta l_B^2}{2}$$

$$L_{AMB} = L_{AM} + L_{MB} = \left(k \frac{\Delta l_A^2}{2} - k \frac{\Delta l_M^2}{2} \right) + \left(k \frac{\Delta l_M^2}{2} - k \frac{\Delta l_B^2}{2} \right) = k \frac{\Delta l_A^2}{2} - k \frac{\Delta l_B^2}{2}$$

Vei observa că $L_{AMB} = L_{AB}$, indiferent de poziția punctului intermediar M.

Concluzie: forța elastică este o forță conservativă.

Indiferent de raționament și de traseul urmat, lucrul mecanic efectuat de forța elastică este:

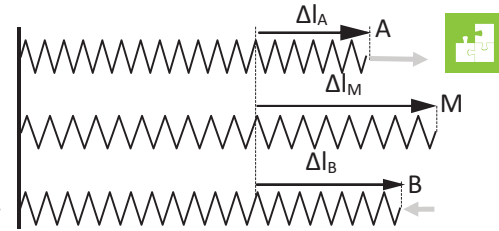


Fig. 12

$$L_{F_e} = k \frac{\Delta l_1^2}{2} - k \frac{\Delta l_2^2}{2}$$

alungirea resortului în starea inițială (m) alungirea resortului în starea finală (m)

lucrul mecanic al forței elastice (J) constanta elastică a resortului ($\frac{N}{m}$)

Semnul lucrului mecanic efectuat de forța elastică:

1. Dacă resortul se alungește sau se comprimă, $\Delta l_2^2 > \Delta l_1^2 \rightarrow L_{F_e} < 0$
2. Dacă resortul se destinde, $\Delta l_2^2 < \Delta l_1^2 \rightarrow L_{F_e} > 0$
3. Dacă resortul comprimat cu $|\Delta l|$ este alungit tot cu $|\Delta l|$, $\Delta l_2^2 = \Delta l_1^2 \rightarrow L_{F_e} = 0$

...problemă rezolvată

De un resort nedeformat cu constanta elastică $k = 50 \frac{N}{m}$ se agață un corp cu masa $m = 100$ g. După stabilirea echilibrului, se agață de primul corp încă unul cu aceeași masă. Calculează lucrul mecanic efectuat de forța de greutate și de forța elastică în cele două procese. Se va considera $g = 10 \frac{m}{s^2}$.

Rezolvare:

$k = 50 \frac{N}{m}$	Alungirea inițială a resortului este $\Delta l_0 = 0$.
$m = 100$ g	Alungirea finală după agățarea corpului de masă m se calculează din condiția de echilibru:
$g = 10 \frac{m}{s^2}$	$\vec{G}_1 + \vec{F}_e = 0 \Rightarrow G_1 = F_e \Rightarrow m \cdot g = k \cdot \Delta l_1 \Rightarrow \Delta l_1 = \frac{m \cdot g}{k} = 2$ cm.
$L_{G01} = ?$	După agățarea celui de-al doilea corp, alungirea finală devine: $\Delta l_2 = \frac{2 \cdot m \cdot g}{k} = 4$ cm
$L_{G12} = ?$	Lucrul mecanic efectuat de forța de greutate în cele două procese va fi:
$L_{Fe01} = ?$	$L_{G01} = m \cdot g \cdot \Delta l_1 = 0,02$ J; $L_{G12} = 2 \cdot m \cdot g \cdot (\Delta l_2 - \Delta l_1) = 0,04$ J
$L_{Fe12} = ?$	Lucrul mecanic efectuat de forța elastică în cele două procese va fi:
	$L_{Fe01} = k \frac{\Delta l_0^2}{2} - k \frac{\Delta l_1^2}{2} = 0 - 0,01$ J = $-0,01$ J; $L_{Fe12} = k \frac{\Delta l_1^2}{2} - k \frac{\Delta l_2^2}{2} = 0,01$ J - $0,04$ J = $-0,03$ J

Observații:

1. Fiind o forță conservativă, lucrul mecanic efectuat de forța elastică nu este influențat de oscilațiile efectuate de corpuri înainte de a ajunge în pozițiile finale de echilibru.
2. Lucrul mecanic efectuat de forța elastică pe prima porțiune de 2 cm, este o treime din lucrul mecanic efectuat pe următoarea porțiune de 2 cm, între centimetrul 2 și 4.
3. Observația 2 este cheia răspunsului la provocarea lecției. În timp ce resortul se destinde de la alungirea de 2 cm la cea de 1 cm, forța elastică este mai mare decât atunci când se destinde de la 1 cm la 0. Deplasarea fiind aceeași, lucrul mecanic va fi mai mare în primul caz.

...verifică înțelegerea

- Precizează semnul lucrului mecanic efectuat de forța elastică în situațiile următoare:
 - un copil cade pe o trambulină elastică;
 - un copil este aruncat în sus de trambulina elastică;
 - mingea de fotbal lovește bara porții;
 - arcașul întinde arcu;
 - arcu lansează săgeata;
 - trambulina elastică aruncă elevul în sus cu aceeași viteză cu care a căzut pe ea.
- În care dintre situații forța elastică efectuează un lucru mecanic mai mare în timpul revenirii la poziția de echilibru: atunci când resortul a fost inițial alungit cu $\Delta l = 5$ cm sau atunci când a fost inițial comprimat cu $\Delta l = 5$ cm?
- Care este valoarea lucrului mecanic efectuat de forța elastică în timp ce un resort este adus din starea în care este alungit cu 4 cm, în starea în care este comprimat cu 4 cm?
- Un resort cu constanta elastică $k = 200 \frac{\text{N}}{\text{m}}$ are un capăt fixat. Celălalt capăt este deplasat din poziția de echilibru 0 în poziția (1), în care resortul este alungit cu 5 cm, apoi în poziția (2), în care este alungit cu 3 cm, apoi în poziția (3), în care este comprimat cu 3 cm. Calculează lucrul mecanic efectuat de forța elastică pe următoarele porțiuni ale mișcării: 0–1, 1–2, 2–3 și 0–3.
- În timpul deformării lente a unui resort, lucrul mecanic efectuat de forța elastică din poziția inițială în poziția momentană (caracterizată de alungirea x a resortului) se modifică conform graficului din figura 13. Pe baza datelor prezentate pe grafic, determină:
 - alungirea resortului în poziția inițială și în cea finală;
 - lucrul mecanic efectuat de forța elastică din poziția inițială în cea finală;
 - constantă elastică a resortului;
 - lucrul mecanic efectuat pentru alungirea resortului din starea nedeformată în poziția inițială.

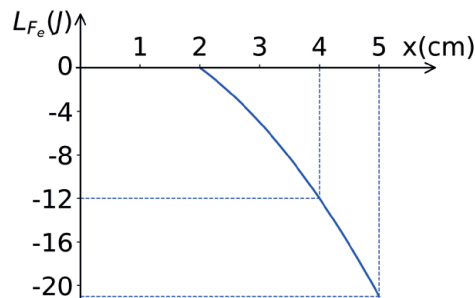


Fig.13

Puterea mecanică

Obişnuim să spunem că unii oameni sunt mai puternici decât alții. La fel, unele maşini sunt mai puternice decât altele; motorul unei rachete este mai puternic decât motorul unui avion.

...provocare

Ce crezi? Ce înseamnă că un motor este mai puternic decât altul?

...studiu de caz

O macara ridică un corp la o anumită înălțime în 40 s. O altă macara ridică același corp, la aceeași înălțime, în 20 s. Cele două macarale, deși efectuează același lucru mecanic, nu sunt la fel de puternice. A doua este de două ori mai puternică, deoarece efectuează același lucru mecanic într-un interval de timp de două ori mai scurt. Putem afirma că al doilea motor efectuează lucru mecanic de două ori mai repede. Puterea mecanică este „viteza” cu care se efectuează lucrul mecanic.

...de reținut

Puterea mecanică este mărimea fizică scalară numeric egală cu lucrul mecanic efectuat în unitatea de timp.

puterea mecanică — *lucrul mecanic efectuat (J)*

$$P = \frac{L}{\Delta t}$$

*timpul în care a fost efectuat
lucrul mecanic (s)*

$$\langle P \rangle_{SI} = \frac{\langle L \rangle_{SI}}{\langle \Delta t \rangle_{SI}} = \frac{J}{s} = W \text{ (watt)}$$

Observație: În cazul în care puterea nu este constantă, această formulă dă puterea medie.

Cât de mare este puterea de 1W?

1 Watt este puterea unui dispozitiv care efectuează lucrul mecanic de 1 J într-o secundă.

Astfel, un copil care va ridica într-o secundă o ciocolată cu masa de 100 g la înălțimea de 1 m, dezvoltă puterea de aproximativ 1 Watt.

Calul-putere (CP).

Înainte de inventarea motoarelor, muncile grele erau realizate cu ajutorul animalelor. James Watt, cel care a perfecționat motorul cu aburi, a încercat să își comercializeze invenția comparând puterea acestuia cu puterea unui cal obișnuit. Astfel a apărut unitatea de măsură numită *cal-putere*.

Odată cu adoptarea Sistemului Internațional de Unități, calul-putere a fost înlocuit treptat de kilowatt (kW).

Relația de transformare din cal-putere în kilowatt este:

$$1 \text{ CP} = 735 \text{ W} = 0,735 \text{ kW.}$$

Totuși, atunci când vorbim despre puterea motoarelor unor mașini, folosim frecvent calul-putere.

Kilowatt-oră (kWh) nu este o unitate de măsură a puterii, ci a lucrului mecanic și a energiei, pe care o întâlnim cel mai frecvent la contoarele electrice și pe facturile de energie electrică. Relația de transformare din kilowatt-oră (kWh) în juli (J) este:

$$1 \text{ kWh} = 3\,600\,000 \text{ J.}$$

Observație pentru viitorii crainici TV: nu pronunțați niciodată „kilowatt pe oră” pentru că este greșit din punct de vedere științific. Pronunția corectă este „kilowatt oră”. Operația matematică dintre kilowatt și oră nu este de împărțire, ci de înmulțire!

Puterea poate fi calculată și în funcție de forța cu care „trage” motorul și viteza cu care se deplasează corpul.

$$P = \frac{L}{\Delta t} = \frac{F \cdot \Delta d}{\Delta t} = F \cdot \frac{\Delta d}{\Delta t} = F \cdot v$$

Atenție! Formula este corectă doar în cazul în care forța care produce mișcarea este constantă și are aceeași direcție și același sens cu deplasarea.





Aplicație: schimbătorul de viteze. Dacă un biciclist depune un efort constant în timpul pedalării, puterea lui rămâne constantă. Din relația dedusă anterior, observăm că în acest caz și produsul dintre forță și viteză este constant. Astfel, dacă viteza biciclistului este mare, forța de tracțiune este mică și invers. Atunci când urcă o pantă, forța de tracțiune necesară este mare și viteza bicicletei va fi mică. Atunci când se deplasează pe un drum orizontal, forța de tracțiune este mică, iar viteza mare. Schimbătorul de viteze asigură repartizarea uniformă a efortului biciclistului în toate situațiile.

...probleme rezolvate

1. O macara ridică uniform un bloc de beton cu masa de 6 t la înălțimea de 20 m, într-un minut ($g = 10 \text{ m/s}^2$).

a) Care este puterea mecanică a macaralei?

b) O altă macara ridică, tot uniform, un bloc de 2 t cu viteza de 1 m/s. Care macara are putere mai mare?

Rezolvare:

$$m_1 = 6 \text{ t} = 6\,000 \text{ kg};$$

$$m_2 = 2 \text{ t} = 2\,000 \text{ kg}$$

$$h_1 = 20 \text{ m};$$

$$t_1 = 1 \text{ min} = 60 \text{ s};$$

$$v_2 = 1 \text{ m/s};$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2.$$

$$P_1 = \frac{L}{\Delta t_1} = \frac{F \cdot h_1}{\Delta t_1} = \frac{G \cdot h_1}{\Delta t_1} = \frac{m \cdot g \cdot h_1}{\Delta t_1} = 20\,000 \text{ W} = 20 \text{ kW}.$$

$$P_2 = F \cdot v_2 = G \cdot v = m_2 \cdot g \cdot v_2 = 20\,000 \text{ W} = 20 \text{ kW} \Rightarrow P_1 = P_2.$$

a) $P_1 = ?$

b) P_1 sau P_2 este mai mare?

2. Un motor electric deplasează uniform, cu viteza $v_1 = 1 \text{ m/s}$, o ladă cu masa $m_1 = 100 \text{ kg}$, pe o suprafață orizontală. La un moment dat, când se așază peste ladă încă un corp, viteza de deplasare se reduce cu $k = 60\%$. Se consideră $g = 10 \text{ m/s}^2$.

a) Care este puterea mecanică a motorului dacă coeficientul de frecare între ladă și suprafață este $\mu = 0,2$?

b) Ce masă (m_2) are corpul așezat deasupra lăzii, dacă puterea motorului rămâne neschimbată?

Rezolvare:

$$v_1 = 1 \text{ m/s};$$

$$m_1 = 100 \text{ kg};$$

$$k = 60\% = 0,6;$$

$$g = 10 \text{ m/s}^2;$$

$$\mu = 0,2.$$

$$P = ?$$

$$m_2 = ?$$

$$P = F_1 \cdot v_1 = F_{f1} \cdot v_1 = \mu \cdot m_1 \cdot g \cdot v_1 = 200 \text{ W}.$$

$$v_2 = v_1 - k v_1 = v_1(1 - k) = 0,4 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

Puterea motorului rămâne neschimbată:

$$P = F_2 \cdot v_2 = F_{f2} \cdot v_2 = \mu \cdot (m_1 + m_2) \cdot g \cdot v_2 \Rightarrow$$

$$\Rightarrow m_2 = \frac{P}{\mu \cdot g \cdot v_2} - m_1 = 150 \text{ kg}.$$

...verificare rapidă

1. Completează spațiul liber, astfel încât afirmația să fie corectă!

În cazul a două motoare, puterea mai mare o are cel care:

a. efectuează lucru mecanic mai în același timp.

b. efectuează același lucru mecanic într-un timp mai

c. ridică aceeași greutate, dar cu viteză mai

d. ridică o greutate mai cu aceeași viteză.

2. Ce se măsoară în kWh?

3. Care mașină are putere mai mare: cea cu puterea de 100 CP sau cea cu puterea de 100 kW?

4. Cum se spune corect: „kilowatt oră” sau „kilowatt pe oră”?

5. Când poate accelera o mașină mai tare: atunci când pornește sau atunci când merge cu viteză? Formulează răspunsul folosind relația $P = F \cdot v$ și considerând puterea motorului constantă.

Randamentul

În majoritatea activităților pe care le desfășurăm folosim mecanisme mai simple sau mai complexe.



...studiu de caz

Pentru a muta un bolovan din loc, putem folosi o rangă ce poate multiplica forța aplicată. Folosirea ei are însă un cost: în loc să mișcăm doar bolovanul, punem în mișcare și ranga, iar la contactul dintre rangă și celelalte corpuri cu care interacționează, apar forțe de frecare care se opun mișcării. În consecință, lucrul mecanic efectuat de om asupra răngii – numit **lucru mecanic consumat** – este mai mare decât lucrul mecanic efectuat de rangă asupra bolovanului pentru ridicarea acestuia – numit **lucru mecanic util**. Diferența lor se consumă în mod inutil, dar inevitabil, deoarece fără rangă nu am putea mișca bolovanul.

Randamentul ne arată ce procent din lucrul mecanic consumat este util.

...provocare

Ce crezi? Când efectuăm lucru mecanic mai mare pentru a ridica un sac de 20 kg la înălțimea de 1 m: dacă îl ridicăm direct cu brațele sau dacă îl ridicăm cu ajutorul unui plan înclinat?

...de reținut

Randamentul este mărimea fizică scalară egală cu raportul dintre lucrul mecanic util și lucrul mecanic consumat.

$$\text{randamentul} = \eta = \frac{L_u}{L_c} \quad \begin{array}{l} \text{lucrul mecanic util (J)} \\ \text{lucrul mecanic consumat (J)} \end{array}$$

$$\langle \eta \rangle_{SI} = \frac{J}{J} = 1 \quad (\text{nu are unitate de măsură})$$

Observații:

1. Randamentul nu poate fi supraunitar.
2. Randamentul maxim de 100% nu este realizabil în realitate, dar în probleme se utilizează frecvent dispozitive ideale fără pierderi care au randament 100%.
3. Un mecanism sau dispozitiv este cu atât mai eficient (bun), cu cât are un randament mai mare!

Randamentul planului înclinat

Planul înclinat este folosit pentru a ridica la înălțime un corp, cu o forță mai mică decât greutatea sa.

În acest caz:

- lucrul mecanic util este lucrul mecanic efectuat pentru a ridica corpul vertical, la înălțimea h , fără ajutorul planului înclinat $L_u = G \cdot h$
- lucrul mecanic consumat este lucrul mecanic efectuat de forța minimă de tracțiune F în timpul deplasării l , de-a lungul planului înclinat $L_c = F \cdot l$
- iar randamentul este raportul lor:

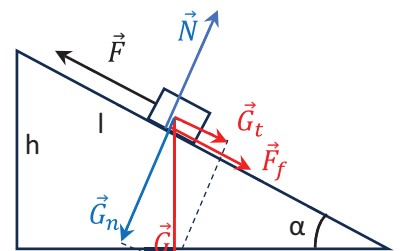


Fig. 1

$$\eta = \frac{L_u}{L_c} = \frac{G \cdot h}{F \cdot l} = \frac{G \cdot \sin \alpha}{F} = \frac{G_t}{F} = \frac{G_t}{G_t + F_f} = \frac{G \cdot \sin \alpha}{G \cdot \sin \alpha + \mu \cdot G \cdot \cos \alpha} = \frac{\sin \alpha}{\sin \alpha + \mu \cdot \cos \alpha} = \frac{1}{1 + \mu \cdot \operatorname{ctg} \alpha} < 1$$

Observații:

- Randamentul planului înclinat este subunitar din cauza forței de frecare. Aceasta se poate reduce prin lubrifierea suprafețelor de contact sau punând role sub corp.
- Randamentul planului înclinat depinde doar de coeficientul de frecare și de unghiul de înclinație a planului, nu depinde nici de masa corpului, nici de accelerația gravitațională.

Câștigul de forță al planului înclinat

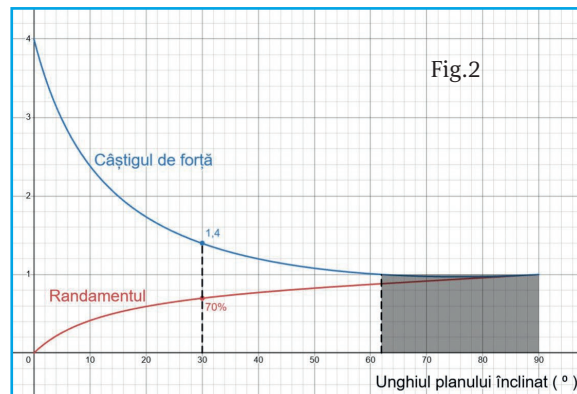
Utilitatea planului înclinat este dată de câștigul de forță (c_F) al acestuia, adică de raportul dintre forța minimă necesară pentru ridicarea unui corp direct pe verticală și forța minimă cu care putem ridica același corp folosind planul înclinat.

$$c_F = \frac{G}{F_{\min}} = \frac{G}{G(\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha)} = \frac{1}{\sin\alpha + \mu \cdot \cos\alpha}$$

Graficul alăturat (fig.2) prezintă variația câștigului de forță și a randamentului unui plan înclinat în funcție de unghiul de înclinare al acestuia.

Vei observa că la unghiuri mici câștigul de forță este mare, dar randamentul este mic. La unghiuri mari situația se inversează: randamentul este mare, dar câștigul de forță este mic. Există chiar o zonă (marcată cu gri pe figură) în care câștigul de forță este ușor subunitar, deci planul înclinat este practic inutil.

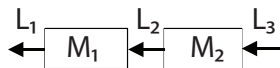
În majoritatea aplicațiilor (drumul în serpentine, rampa pentru persoane cu dizabilități, capul de topor, pana de despicat lemne sau șurubul) planul înclinat are un unghi mic, pentru a avea un câștig de forță mare.



Randamentul mecanismelor compuse

În cele mai multe cazuri, mecanismele simple sunt combinate pentru a forma mecanisme complexe, cum ar fi mecanismul de ceas, cutia de viteze a unei mașini sau cricul mecanic folosit la schimbarea roții la mașină.

Consideră sistemul din figură, format din două mecanisme (M_1 și M_2) legate în serie. Mecanismul M_1 efectuează lucrul mecanic util L_1 și consumă lucrul mecanic L_2 . Mecanismul M_2 efectuează lucrul mecanic util L_2 și consumă lucrul mecanic L_3 . Întregul sistem efectuează lucrul mecanic util L_1 și consumă lucrul mecanic L_3 . Astfel:



$$\eta_1 = \frac{L_1}{L_2}; \eta_2 = \frac{L_2}{L_3}; \eta_{\text{sistem}} = \frac{L_1}{L_3} = \eta_1 \cdot \eta_2$$

Concluzie: Randamentul sistemului de mecanisme legate în serie este egal cu produsul randamentelor acestora.

...problemă rezolvată

Două grinzi de lungime $l = 2$ m fiecare sunt sprijinite de platforma unui camion. Pe planul înclinat astfel format, rostogolim un butoi cu masa $m = 40$ kg, până ajunge pe platforma aflată la înălțimea $h = 1$ m.

a) Cât lucru mecanic util a fost efectuat?

b) Cât lucru mecanic a fost consumat, dacă randamentul ridicării este $\eta = 80\%$?

c) Care este câștigul de forță al acestui plan înclinat?

Rezolvare: $l = 2$ m, $m = 40$ kg, $h = 1$ m

a) $L_u = ?$; b) $L_c = ?$ c) $c_F = ?$

a) $L_u = G \cdot h = m \cdot g \cdot h = 400$ J.

b) $\eta = \frac{L_u}{L_c} \Rightarrow L_c = \frac{L_u}{\eta} = 500$ J.

c) $L_c = F \cdot l \Rightarrow F = \frac{L_c}{l} = 250$ N, iar câștigul de forță este:

$c_F = \frac{G}{F} = 1,6$.

...verifică înțelegerea

1. Care dispozitiv este mai eficient: cel cu randament mare sau cel cu randament mic?
2. Ce semnificație are un randament de 50%?
3. Un dispozitiv are randamentul de 80%. Calculează lucrul mecanic efectuat inutil, dacă lucrul mecanic consumat este de 1000 J.
4. Folosind datele graficului din fig. 2, determină:
 - a. câștigul de forță și randamentul planului înclinat prezentat, în cazul unghiului de înclinare de 30° ;
 - b. câștigul maxim de forță ce poate fi obținut cu ajutorul acestui plan înclinat;
 - c. coeficientul de frecare dintre corp și plan.

Energia mecanică



Sunt situații în care un corp este total inofensiv, de exemplu aerul nemișcat din curte, un cablu elastic nedeformat, zăpada adunată în grădină. Alteori, aceleași corpuri pot deveni periculoase, de exemplu aerul în timpul unei furtuni violente, cablul elastic tensionat, zăpada acumulată pe o pantă abruptă.



...provocare

Ce anume face diferența? Aerul devine periculos pentru că se mișcă, cablul devine periculos pentru că este întins, iar zăpada pentru că este la înălțime. În toate aceste situații spunem că aceste corpuri au *ceva* ce nu aveau înainte: au energie mecanică și capacitatea de a efectua lucru mecanic.

...de reținut

Energia unui sistem este mărimea fizică scalară ce măsoară capacitatea acestuia de a efectua lucru mecanic.

În timp ce efectuează lucru mecanic, energia sistemului scade cu valoarea lucrului mecanic efectuat. Dacă sistemul are energia E_0 înainte de a efectua lucru mecanic și efectuează lucrul mecanic L , energia sa finală va fi $E = E_0 - L$, de unde:

$$\begin{array}{l} \text{energia finală} \\ \text{a sistemului (J)} \end{array} \quad \begin{array}{l} \text{energia inițială} \\ \text{a sistemului (J)} \end{array} \quad E - E_0 = -L, \text{ sau } \Delta E = -L$$

lucrul mecanic efectuat (J)

$$\Delta E = E - E_0 \text{ variația energiei sistemului (J)}$$

Pentru a se putea aduna sau scădea, energia și lucrul mecanic trebuie să aibă aceeași unitate de măsură.

Energia este un parametru de stare, deoarece caracterizează starea unui sistem (de exemplu, a unei baterii) la un moment dat. În timpul unui proces, energia sistemului poate să crească (bateria se încarcă), să scadă (bateria se descarcă, punând în funcțiune un motor care efectuează lucru mecanic) sau să rămână neschimbată (dacă bateria este deconectată).



Energia mecanică este energia pe care o au corpurile datorită proprietăților macroscopice ale acestora: masa, viteza, poziția într-un câmp de forțe, gradul de deformare.

Alte forme de energie (electrică, termică, electromagnetică sau nucleară) implică alte proprietăți, de regulă microscopice.

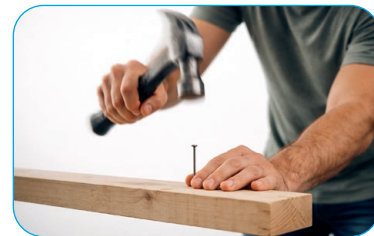
...problemă rezolvată

Bateria unui burghiu electric este încărcată 100% și înmagazinează $E_0 = 60 \text{ kJ}$ de energie. Cât lucru mecanic a efectuat burghiul, dacă gradul de încărcare a bateriei a scăzut la 20%?

Rezolvare: $E_0 = 60 \text{ kJ}$
bateria scade de la 100% la 20%
 $L = ?$

Burghiul a consumat 80% din energia inițială, astfel lucrul mecanic efectuat este:
 $L = 80\% \cdot E_0 = 0,8 \cdot 60 \text{ kJ} = 48 \text{ kJ}.$

Energia cinetică. Teorema de variație a energiei cinetice



Toate corpurile care se mișcă (aerul, apa, mașina, ciocanul, meteoriții etc.) pot efectua lucru mecanic, deci au energie. Aceasta se numește energie cinetică sau energie de mișcare. Mărimea ei depinde de masa corpului și de viteza acestuia.

...provocare

De câte ori crește energia cinetică unui ciocan, dacă i se dublează masa? Dar dacă i se dublează viteza?

...studiu de caz

adâncimea (mm)		viteza (m/s)		
		1	2	3
masa (g)	100	1	4	9
	200	2	8	18
	300	3	12	27

În tabelul alăturat poți citi adâncimea la care pătrunde un cui în scândură, în funcție de masa și de viteza ciocanului. De exemplu, în cazul unui ciocan cu masa de 200 g care lovește cuiul cu viteza de 3 m/s, adâncimea de pătrundere a cuiului este de 18 mm. Presupunând că adâncimea de pătrundere a cuiului este o măsură a energiei cinetice a ciocanului, poți observa următoarele:

1. dacă masa ciocanului crește de n ori, și energia sa cinetică crește de n ori;
2. dacă viteza ciocanului crește de n ori, energia sa cinetică crește de n^2 ori.

...de reținut

Energia cinetică este energia pe care o au corpurile aflate în mișcare.

Energia cinetică este direct proporțională cu masa corpului și cu pătratul vitezei acestuia.

$$E_c = m \frac{v^2}{2}$$

energie cinetică a corpului (J) — E_c — viteza corpului ($\frac{m}{s}$)
 masa corpului (kg) — m

Caracterul relativ al energiei cinetice

Exemplul 1. O creangă aflată la marginea căii ferate are energie cinetică nulă față de Pământ, deoarece se află în repaus. În schimb, pentru un observator aflat într-un tren în mișcare, aceeași creangă posedă energie cinetică, deoarece se deplasează față de el cu viteza trenului.

Concluzie: Energia cinetică este o mărime relativă, deoarece valoarea sa depinde de sistemul de referință ales.

Atenție! Atunci când are energie, creanga poate efectua lucru mecanic.

Exemplul 2. O mașină se deplasează cu viteza constantă $v_1 = 20$ m/s, iar o altă mașină, cu masa $m = 1\,000$ kg, vine din spate cu viteza $v_2 = 30$ m/s. Pentru a evita coliziunea, mașina a doua frânează până își micșorează viteza la v_1 . Care este variația energiei cinetice a celei de-a doua mașini?

În sistemul de referință legat de șosea: $\Delta E_{c1} = m \frac{v_1^2}{2} - m \frac{v_2^2}{2} = -2,5 \cdot 10^5$ J.

În sistemul de referință legat de prima mașină: $\Delta E_{c2} = 0 - m \frac{(v_2 - v_1)^2}{2} = -5 \cdot 10^4$ J.

Concluzie: Variația energiei cinetice este o mărime relativă, deoarece și valoarea ei depinde de sistemul de referință ales.

Teorema variației energiei cinetice poate fi dedusă simplu în cazul particular al mișcării uniform variate a unui punct material sub acțiunea unei forțe constante F .

Vei porni de la ecuația lui Galilei: $v^2 = v_0^2 + 2 \cdot a \cdot \Delta d$

Amplifică relația cu $\frac{m}{2}$ și vei obține: $m \frac{v^2}{2} = m \frac{v_0^2}{2} + m \cdot a \cdot \Delta d$. Înlocuiește accelerația folosind principiul fundamental al dinamicii ($a = F/m$), așadar: $m \frac{v^2}{2} - m \frac{v_0^2}{2} = F \cdot \Delta d$



Ținând cont de definițiile energiei cinetice și a lucrului mecanic, vei obține:

$$E_c - E_{c0} = L$$

Deși a fost dedusă într-un caz particular, relația este valabilă în general, sub forma:

$$\text{energia cinetică finală a corpului (J)} - \text{energia cinetică inițială a corpului (J)} = \text{lucrul mecanic total efectuat de forțele care acționează asupra corpului (J)}$$

$$E_c - E_{c0} = L_{total}$$



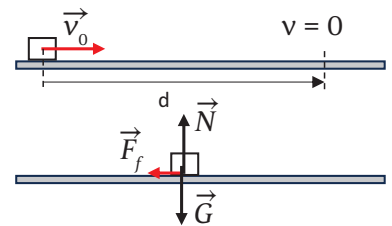
Observații:

- dacă lucrul mecanic total este pozitiv, energia cinetică a corpului crește;
- dacă lucrul mecanic total este negativ, energia cinetică scade.
- Relația de definiție a energiei, $\Delta E = -L$, pare să fie în contradicție cu formula teoremei variației energiei cinetice, $\Delta E_c = L_{total}$, însă diferența de semn provine dintr-o diferență de convenție. În prima relație, L reprezintă lucrul mecanic efectuat de sistem, în timp ce în a doua relație, L_{total} este lucrul mecanic efectuat asupra sistemului.

...problemă rezolvată

Un corp cu masa $m = 4 \text{ kg}$ este lansat pe o suprafață orizontală cu viteză $v_0 = 2 \text{ m/s}$. Coeficientul de frecare dintre corp și suprafață este $\mu = 0,4$. Calculează:

- energia cinetică inițială a corpului;
- distanța parcursă de corp până la oprire.



Rezolvare:

$m = 4 \text{ kg}$ $v_0 = 2 \text{ m/s}$ $\mu = 0,4$	a) $E_{c0} = m \frac{v_0^2}{2} = 8 \text{ J}$ b) Folosește teorema variației energiei cinetice, știind că energia cinetică finală este 0: $0 - E_{c0} = L_{F_f} + L_G + L_N \Rightarrow -E_{c0} = -\mu \cdot m \cdot g \cdot d + 0 + 0 \Rightarrow E_{c0} = \mu \cdot m \cdot g \cdot d \Rightarrow$ $\Rightarrow d = \frac{E_{c0}}{\mu \cdot m \cdot g} = 0,5 \text{ m}$
a) $E_{c0} = ?$ b) $d = ?$	

...verifică înțelegerea

- Poți ști câtă energie a avut un om înainte de a efectua un lucru mecanic de 1 000 J?
- Bateria încărcată a unei mașini înmagazinează 2 MJ de energie. Pentru a porni motorul mașinii, demarorul efectuează lucrul mecanic de 40 kJ. Câtă energie rămâne înmagazinată în baterie?
- Se poate exprima energia în kW? Dar în kWh?
- Câtă energie cinetică are un corp cu masa $m = 1 \text{ kg}$, dacă se mișcă cu viteză $v = 1 \text{ m/s}$?
- Cum se modifică energia cinetică a corpului din problema precedentă dacă:
 - dublezi masa acestuia;
 - dublezi viteza acestuia;
 - reduci masa la jumătate și în același timp dublezi viteza?
- Câtă energie cinetică va avea un corp cu energia cinetică inițială $E_{c0} = 100 \text{ J}$ după ce se efectuează asupra lui lucrul mecanic total de: **a.** 20 J **b.** -50 J **c.** -100 J?

Energia potențială gravitațională



Sunt situații în care și un corp aflat în repaus are capacitatea de a efectua lucru mecanic. De exemplu, apa dintr-un lac de acumulare aflat la înălțime poate fi folosită pentru a pune în mișcare turbina hidrocentralei, care produce energie electrică; greutatea dispozitivului de bătut piloți poate introduce stâlpi de beton în pământ; biciclistul aflat pe munte poate coborî, fără să acționeze asupra pedalelor. În toate aceste situații, corpurile au acumulat energie atunci când au fost urcate la înălțime (atunci când apa s-a evaporat și s-a ridicat formând nori, atunci când motorul electric a ridicat greutatea dispozitivului de bătut piloți, atunci când biciclistul a urcat muntele cu mult efort).

Reține! Corpurile pot avea energie prin simpla poziție pe care o au față de Pământ. Aceasta se numește *energie potențială gravitațională*.



...provocare

Ce crezi? Valoarea energiei potențiale gravitaționale pe care o are un corp depinde doar de el?

...studiu de caz

Imaginează-ți că o bilă îți cade din greșeală pe picior. Durerea pe care o simți (sau nu) poate fi considerată o măsură a energiei pe care o are bila la impactul cu piciorul. Energia impactului va fi cu atât mai mare, cu cât bila este mai grea și cade de la o înălțime mai mare.

Dacă repeți experimentul pe Lună, energia impactului va fi însă mai mică, iar în stare de imponderabilitate ($g = 0$) nu va exista deloc – în acest caz, bila nici măcar nu cade!

Reține! Energia potențială gravitațională nu este înmagazinată în corp, ea este o proprietate a sistemului **corp–Pământ** (sau, în general, a unui sistem de corpuri care interacționează gravitațional).

...de reținut

Energia potențială gravitațională a sistemului corp-Pământ este energia pe care o are sistemul datorită înălțimii la care se află corpul față de Pământ.

În timpul căderii corpului, energia sistemului scade prin efectuare de lucru mecanic.

Variația energiei potențiale gravitaționale se determină pornind de la definiția variației energiei:

$$\Delta E = -L$$

și de la expresia lucrului mecanic efectuat de forța de greutate:

$$L_G = m \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$

Astfel, rezultă:

$$\Delta E_{pg} = -m \cdot g \cdot (h_1 - h_2) = m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1$$

Observăm că variația energiei potențiale gravitaționale poate fi exprimată ca diferență între două mărimi ce depind doar de parametri de stare ai sistemului:

$$E_{pg2} - E_{pg1} = m \cdot g \cdot h_2 - m \cdot g \cdot h_1$$

Consideră că aceste mărimi reprezintă energiile potențiale gravitaționale ale sistemului în cele două stări, $E_{pg1} = mgh_1$, $E_{pg2} = mgh_2$, prin urmare, **formula energiei potențiale gravitaționale** este:

$$E_{pg} = L_G = m \cdot g \cdot h$$

energia potențială gravitațională (J) — *masa corpului (kg)*
lucrul mecanic efectuat de forța de greutate (J) — *înălțimea la care se află corpul (m)*
accelerația gravitațională ($\frac{m}{s^2}$)



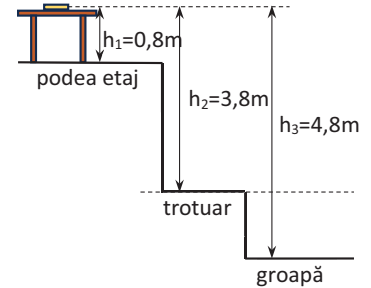
Analizând formula, poți vedea că energia potențială gravitațională este direct proporțională cu masa corpului, cu accelerația gravitațională a locului și cu înălțimea la care se află acesta.

Înălțimea h se măsoară de la un nivel de referință la care se consideră că energia potențială este zero.



...problemă rezolvată

Cartea de pe masa din figură are masa $m = 400$ g. Analizează figura și stabilește la ce înălțime se află cartea. Pentru fiecare dintre cele trei nivele de referință de pe figură, calculează energia potențială gravitațională a sistemului carte-Pământ și variația energiei potențiale gravitaționale în timpul deplasării cărții de la nivelul podelei la nivelul trotuarului.



Rezolvare:

$m = 400$ g
 $h_1 = 0,8$ m
 $h_2 = 3,8$ m
 $h_3 = 4,8$ m

$E_{pg1} = ?; \Delta E_{pg1} = ?$

$E_{pg2} = ?; \Delta E_{pg2} = ?$

$E_{pg3} = ?; \Delta E_{pg3} = ?$

1. Dacă alegi podeaua ca nivel de referință, cartea se află la înălțimea $h_1 = 0,8$ m, podeaua la înălțimea $h_{p1} = 0$ și trotuarul la înălțimea $h_{t1} = -3$ m.

Energia cerută este: $E_{pg1} = m \cdot g \cdot h_1 = 3,2$ J, iar variația energiei:

$$\Delta E_{pg1} = mgh_{t1} - mgh_{p1} = -12$$
 J.

2. Dacă alegi trotuarul ca nivel de referință, $h_2 = 3,8$ m, $h_{p2} = 3$ m, $h_{t2} = 0$. Atunci:

$$E_{pg2} = m \cdot g \cdot h_2 = 15,2$$
 J, $\Delta E_{pg2} = mgh_{t2} - mgh_{p2} = -12$ J.

3. Dacă alegi groapa ca nivel de referință, $h_3 = 4,8$ m, $h_{p3} = 4$ m, $h_{t3} = 1$ m. Atunci:

$$E_{pg3} = m \cdot g \cdot h_3 = 19,2$$
 J, $\Delta E_{pg3} = mgh_{t3} - mgh_{p3} = -12$ J.

Observații:

- Valoarea energiei potențiale gravitaționale depinde de nivelul de referință ales.
- Deși nivelul de referință poate fi ales arbitrar, în situații concrete este util să îl alegi în punctul cel mai de jos al mișcării studiate, în acest caz, la nivelul trotuarului.
- Diferența de energie între două nivele nu depinde de nivelul de referință ales.

...verifică înțelegerea

1. Care corp are energie potențială gravitațională mai mare: corpul cu masa de 1 kg aflat la înălțimea de 1 m pe Pământ, sau corpul cu masa de 6 kg aflat la înălțimea de 6 m pe Lună? Se știe că accelerația gravitațională pe Pământ este de aproximativ 6 ori mai mare decât pe Lună.
2. Cum se modifică energia potențială gravitațională a unui corp aruncat în sus?
3. Cum se modifică energia potențială gravitațională acumulată într-un lac de acumulare în timp ce plouă?
4. Ce relație trebuie să existe între viteza și altitudinea unui avion pentru ca energia cinetică a acestuia să fie egală cu cea potențială gravitațională?

Curiozități...

Energia potențială gravitațională înmagazinată în apa lacului de acumulare de la Bicz este de aproximativ 10^{15} J ≈ 300 GWh, suficientă pentru a alimenta cu energie electrică 100 000 de locuințe timp de un an. Faptul că hidrocentrala de la Izvorul Muntelui produce anual 500 GWh de energie electrică (mai mult decât toată energia acumulată în lac) arată că energia lacului este regenerată încontinuu de apa adusă de afluenții lacului.



Energia potențială elastică

Sunt situații în care deformezi un resort cu scopul ca acesta să efectueze ulterior lucru mecanic. De exemplu, atunci când apeși maneta soneriei de bicicletă, acționezi asupra ciocănelului soneriei, dar în același timp întinzi și resortul marcat cu roșu în imagine. Când eliberezi maneta, resortul revine la lungimea inițială de echilibru și pune în mișcare mecanismul, iar soneria sună din nou. La revenire, lucrul mecanic nu mai este efectuat de tine ci de resort. Atât timp cât resortul a stat întins, el a avut capacitatea de a efectua lucru mecanic.



Același lucru se întâmplă și în cazul unei cutii muzicale: mai întâi răsucești mecanismul pentru a stoca energie în resortul din interior, apoi resortul se destinde și efectuează lucru mecanic, punând în mișcare mecanismul cutiei muzicale.

Reține! Corpurile deformate elastic pot efectua lucru mecanic, deci au energie. Aceasta se numește *energie potențială elastică*.

...provocare

Ce crezi? Se poate transporta energia dintr-un loc în altul?

...studiu de caz

Povestea cu fiscul



Să presupunem că vreau să îi fac o farsă unui prieten de peste ocean trimițându-i un *clown cu arc*, închis într-o cutie. Comprim resortul, și închid capacul. Plătesc și taxele vamale, pentru ca prietenul meu să *se poată bucura* pe deplin de cadou. După o săptămână primesc un telefon de la el, în care îmi relatează cum s-au distrat copii, văzându-l sperindu-se de clownul care a sărit brusc din cutie în momentul deschiderii acesteia.

Ce legătură are povestea cu fizica?

Fiind profesor de fizică, știam că lucrul mecanic pe care îl efectuez la comprimarea resortului va fi înmagazinat în resort sub formă de energie potențială elastică. Această energie va călători peste ocean împreună cu resortul, și se va consuma prin efectuare de lucru mecanic atunci când prietenul meu va deschide cutia.

Dar ce legătură are povestea cu fiscul?

Ups! Am uitat să plătesc taxele vamale și pentru energia transportată!

Reține! Energia se poate transporta dintr-un loc în altul, iar corpurile care fac acest lucru se numesc *purtători de energie*. Combustibilii sunt astfel de purtători de energie.

...de reținut

Energia potențială elastică este energia corpurilor deformate elastic.

În timp ce corpul deformat revine la forma inițială, energia potențială elastică a acestuia scade cu valoarea lucrului mecanic efectuat de forța elastică.

Variația energiei potențiale elastice se determină pornind de la definiția variației energiei:

$$\Delta E = -L$$

și de la expresia lucrului mecanic efectuat de forța elastică:

$$L_{F_e} = k \frac{\Delta l_1^2}{2} - k \frac{\Delta l_2^2}{2}$$

Astfel rezultă:

$$\Delta E_{pe} = - \left(k \frac{\Delta l_1^2}{2} - k \frac{\Delta l_2^2}{2} \right) = k \frac{\Delta l_2^2}{2} - k \frac{\Delta l_1^2}{2}$$

Vei observa că variația energiei potențiale elastice poate fi exprimată ca diferență între două mărimi ce depind doar de parametrii de stare (inițial și final) ai resortului $E_{pe2} - E_{pe1} = k \frac{\Delta l_2^2}{2} - k \frac{\Delta l_1^2}{2}$. Consideră că aceste mărimi reprezintă energiile potențiale elastice ale sistemului în cele două stări: $E_{pe1} = k \frac{\Delta l_1^2}{2}$, $E_{pe2} = k \frac{\Delta l_2^2}{2}$. Prin urmare, **formula energiei potențiale elastice** este:

$$E_{pe} = \frac{k \cdot \Delta l^2}{2}$$

constanta elastică a resortului ($\frac{N}{m}$) alungirea resortului (m)
energia potențială elastică (J)



Observații

- Energia potențială elastică este direct proporțională cu constanta elastică a resortului.
- Energia potențială elastică este direct proporțională cu pătratul alungirii acestuia. Astfel, dacă se dublează alungirea, energia înmagazinată în resort crește de 4 ori, iar dacă alungirea crește de 3 ori, energia crește de 9 ori.

...problemă rezolvată

Un resort cu constanta elastică $k = 100 \frac{N}{m}$ este alungit cu $\Delta l_1 = 5 \text{ cm}$.

- Câtă energie potențială elastică este înmagazinată în acest resort?
- Cu cât crește energia resortului, dacă îl alungești cu încă $\Delta l = 5 \text{ cm}$?

Rezolvare: $k = 100 \frac{N}{m}$ $\Delta l_1 = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$ $\Delta l = 5 \text{ cm} = 0,05 \text{ m}$	a) $E_{pe1} = \frac{k \cdot \Delta l_1^2}{2} = 0,125 \text{ J}$ b) $\Delta l_2 = \Delta l_1 + \Delta l = 0,1 \text{ m};$ $E_{pe2} = \frac{k \cdot \Delta l_2^2}{2} = 0,500 \text{ J};$ $\Delta E_{pe} = E_{pe2} - E_{pe1} = 0,375 \text{ J}.$
a) $E_{pe1} = ?$ b) $\Delta E_{pe} = ?$	

...verifică înțelegerea

- Completează fiecare spațiu liber cu unul dintre cuvintele: *pozitiv, negativ, crește, scade*, astfel încât afirmația să fie corectă. Găsește ambele variante corecte!
În timp ce forța elastică efectuează lucru mecanic, energia potențială elastică a resortului
- Cum se modifică energia potențială elastică a unui resort în următoarele situații:
 - resortul nedeformat se întinde cu 2 cm;
 - resortul întins cu 2 cm revine la lungimea nedeformată;
 - resortul întins cu 2 cm se comprimă cu 2 cm;
 - resortul comprimat cu 2 cm se comprimă cu 5 cm;
 - resortul comprimat cu 5 cm se întinde cu 2 cm?
- Câtă energie înmagazinează un resort cu constanta elastică de 1 N/m atunci când este întins cu 10 cm?
- De câte ori crește energia potențială elastică a unui resort, dacă se dublează atât constanta elastică, cât și alungirea acestuia?

Curiozități...

Energia înmagazinată într-un arc de tir tensionat este de 40-80 J, în timp ce energia înmagazinată într-un arc de luptă medieval este de 120-200 J.

Teorema variației energiei mecanice

Legea conservării energiei mecanice

Urmărește cum se modifică energia unui vagon plin cu pasageri care face o cursă pe un roller-coaster.

- La început, vagonul este ridicat încet până în punctul cel mai înalt al primei urcări și energia potențială gravitațională a acestuia crește semnificativ, în timp ce energia cinetică este neglijabilă. Energia provine din afara sistemului considerat de tine (vagonul cu pasageri) și va fi utilizată ulterior pentru parcurgerea întregului traseu.
 - Pe măsură ce vagonul coboară pe prima pantă, energia potențială gravitațională se transformă treptat în energie cinetică. În punctul cel mai de jos al traseului, o mare parte din energia potențială inițială a fost transformată în energie cinetică, iar viteza vagonului este maximă.
 - Când vagonul urcă pe următoarea rampă, o parte din energia cinetică se transformă din nou în energie potențială gravitațională, iar viteza vagonului scade.
 - Procesele de urcare și coborâre se repetă până la finalul cursei, dar înălțimile maxime atinse sunt din ce în ce mai mici, iar cursa se termină cu o frânare finală care oprește vagonul la baza traseului. Sistemul nu mai are nici energie cinetică, nici energie potențială. În schimb, saboții de frână sunt fierbinți, pentru că energia mecanică s-a transformat în energie termică.
- Se pare că **energia nu dispare, ci se transformă** dintr-o formă în alta!



...provocare

Ce relații matematice există între variațiile de energie ale unui sistem mecanic și forțele care acționează asupra lui?

...experiment virtual

1. Scanează codul QR alăturat sau accesează linkul de mai jos și alege experimentul introductiv (fără frecare). Pe bara de instrumente din dreapta, selectează masa sportivului, vitezometrul și graficul energiilor. Plasează sportivul pe traiectorie și urmărește indicația vitezometrului și variația energiei cinetice, potențiale gravitaționale și a energiei mecanice totale. Ce se întâmplă cu energia mecanică totală în timpul mișcării? Alege următoarea traiectorie și reia pașii experimentului. În timpul mișcării, energia cinetică și energia potențială gravitațională se modifică, dar suma lor, adică energia mecanică totală, rămâne constantă, dacă frecările sunt neglijabile. Acest rezultat reflectă o lege cunoscută sub denumirea de legea conservării energiei mecanice.



https://phet.colorado.edu/sims/html/energy-skate-park-basics/latest/energy-skate-park-basics_ro.html

2. Alege experimentul al doilea (cu frecare) și repetă pașii de la experimentul anterior, urmărind variația acelorași mărimi fizice.

Energia potențială și energia cinetică se modifică și în acest caz în mod diferit (atunci când una crește cealaltă scade), dar suma lor nu mai rămâne constantă pe parcursul mișcării, ci scade. Forța de frecare cauzează o „pierdere de energie mecanică”. Acest rezultat reflectă o lege cunoscută sub denumirea de teorema variației energiei mecanice. Energia mecanică „pierdută” se regăsește însă sub formă de energie termică, astfel energia totală (care include și energia termică) rămâne totuși constantă.

...de amintit

1. Fiecărei forțe conservative îi se poate asocia un tip de energie potențială, a cărei variație este egală cu lucrul mecanic efectuat de forța respectivă, luat cu semn schimbat. Astfel:
 - forței de greutate îi putem asocia energia potențială gravitațională, prin relația: $\Delta E_{pg} = -L_G$ (1)
 - forței elastice îi putem asocia energia potențială elastică, prin relația: $\Delta E_{pe} = -L_{Fe}$ (2)
2. Teorema variației energiei cinetice stabilește o legătură între variația energiei cinetice a unui corp și lucrul mecanic total efectuat de forțele care acționează asupra corpului, prin relația: $\Delta E_c = L_{total}$ (3)

...studiu de caz

Consideră un corp atârnat de un resort elastic, care a fost pus în mișcare printr-un impuls inițial. Mișcarea oscilatorie a corpului are loc sub acțiunea a trei forțe: forța de greutate, forța elastică și forța de frecare cu aerul. În timpul mișcării, cele trei tipuri de energie (cinetică, potențială gravitațională și potențială elastică) se modifică încontinuu.

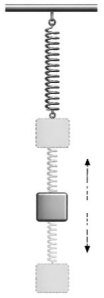
Pentru a deduce relația căutată în provocarea lecției, vei porni de la teorema variației energiei cinetice (3), adaptată cazului studiat de noi: $\Delta E_c = L_G + L_{Fe} + L_{Ff}$

Ținând cont și de relațiile (1) și (2) obții:

$$\Delta E_c + \Delta E_{pg} + \Delta E_{pe} = L_{Ff} \text{ sau: } E_c + E_{pg} + E_{pe} - (E_{c0} + E_{pg0} + E_{pe0}) = L_{Ff}$$

Dacă notezi: $E_{total} = E_c + E_{pg} + E_{pe}$ și $E_{total0} = E_{c0} + E_{pg0} + E_{pe0}$, obții: $E_{total} - E_{total0} = L_{Ff}$ sau $\Delta E_{total} = L_{Ff}$

Relația obținută poate fi generalizată pentru sisteme mecanice oricât de complexe și poartă numele de *teorema variației energiei mecanice*.



...de reținut

Energia mecanică totală, sau mai scurt *energia mecanică*, este suma energiilor cinetice și potențiale ale unui sistem de corpuri.

Teorema variației energiei mecanice

În general, asupra corpurilor ce alcătuiesc un sistem mecanic acționează atât forțe conservative, cât și forțe neconservative. Cum fiecărei forțe conservative îi corespunde un tip de energie potențială, energia totală a sistemului este influențată doar de forțele neconservative. Astfel:

Variația energiei mecanice totale a unui sistem este egală cu lucrul mecanic total efectuat de forțele neconservative ce acționează asupra sistemului.

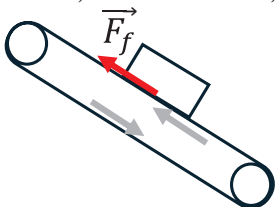
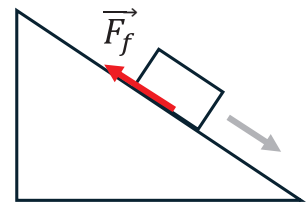
$$\text{variația energiei mecanice a sistemului (J)} = \Delta E_m = L_{\text{neconservativ}} = \text{lucrul mecanic total efectuat de forțele neconservative (J)}$$

Observații:

1. Dintre forțele studiate de noi în cadrul mecanicii, forța de frecare este singura forță neconservativă.
2. Dacă $L_{\text{neconservativ}} > 0 \Rightarrow \Delta E_m > 0$, energia mecanică totală crește.
3. Dacă $L_{\text{neconservativ}} < 0 \Rightarrow \Delta E_m < 0$, energia mecanică totală scade.

- În majoritatea cazurilor, lucrul mecanic efectuat de forța de frecare este negativ, deci energia mecanică totală scade, transformându-se în energie termică.

De exemplu, în timpul coborârii libere și uniforme a unui corp pe un plan inclinat, energia cinetică rămâne constantă, iar energia potențială gravitațională scade, deci variația energiei totale este negativă. La fel, lucrul mecanic efectuat de forța de frecare este negativ, deoarece forța de frecare acționează în sens opus mișcării corpului.



- Sunt însă și situații în care forța de frecare efectuează lucru mecanic pozitiv și energia mecanică totală crește.

De exemplu, în timpul ridicării la înălțime a unui corp cu o bandă rulantă așezată în pantă, energia cinetică rămâne constantă, iar energia potențială gravitațională crește, deci variația energiei totale este pozitivă. La fel, lucrul mecanic efectuat de forța de frecare este pozitiv, deoarece forța de frecare acționează în sensul mișcării corpului.

Legea conservării energiei mecanice

Analizând teorema variației energiei mecanice, observăm că în cazul special când lucrul mecanic al forțelor neconservative este zero, energia mecanică totală nu se schimbă. În acest caz energia mecanică se conservă.

Într-un sistem mecanic izolat, în care acționează doar forțe conservative, energia mecanică totală are aceeași valoare în orice moment (se conservă).

$$E_m = E_c + E_p = \text{constant}$$

energia mecanică (J) energia cinetică (J)
energia potențială (J)

Etapele rezolvării unei probleme folosind legea conservării energiei mecanice:

1. Stabilește sistemul de corpuri pentru care vrei să aplici legea conservării energiei.
2. Verifică dacă sistemul este izolat (forțele cu care corpurile din sistem interacționează cu corpurile din afara sistemului nu efectuează lucru mecanic).
3. Verifică dacă interacțiunile dintre corpurile sistemului se realizează doar prin forțe conservative (nu există frecare sau forțele de frecare sunt neglijabile).
4. Stabilește stările inițială și finală ale sistemului în funcție de cerințele și de datele problemei.
5. Alege un sistem de referință convenabil și stabilește nivelul de referință (zero) pentru energia potențială gravitațională.
6. Scrie expresiile energiei mecanice în cele două stări alese.
7. Aplică legea conservării energiei mecanice pentru stările considerate, egalând cele două expresii de la punctul 6.
8. Din ecuația obținută, calculează mărimea fizică necunoscută.

Sfaturi practice pentru rezolvarea energetică a problemelor de mecanică

1. Rezolvarea bazată pe considerente energetice este întotdeauna mai elegantă și mai simplă decât cea bazată pe forțe și legi de mișcare.
2. La nivel de liceu, rezolvarea energetică nu permite rezolvarea problemelor care implică timpi de deplasare.
3. Problemele care **nu implică** forțe neconservative (forțe de frecare) se rezolvă cu *legea conservării energiei*.
4. Problemele care **implică** forțe neconservative se rezolvă cu *teorema variației energiei mecanice*.

...probleme rezolvate

1. Două corpuri, având masele $m_1 = 1 \text{ kg}$ și $m_2 = 2 \text{ kg}$, sunt legate de capetele unui fir ideal și inextensibil trecut peste un scripete ideal. Inițial sistemul este în repaus, corpul cu masă mai mare fiind mai sus. La un moment ulterior eliberării sistemului, cele două corpuri ajung la aceeași înălțime, $h = 1 \text{ m}$ față de sol, și se deplasează cu viteza $v_0 = 2 \text{ m/s}$. Neglijând frecările și considerând $g = 10 \text{ m/s}^2$, determină viteza corpului mai greu imediat înainte de contactul cu solul.

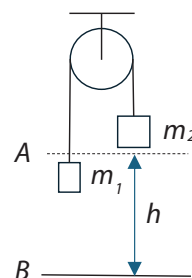
Rezolvare:

$$\begin{aligned} m_1 &= 1 \text{ kg;} \\ m_2 &= 2 \text{ kg;} \\ h &= 1 \text{ m;} \\ v_0 &= 2 \text{ m/s;} \\ g &= 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \end{aligned}$$

$$v = ?$$

Pentru rezolvarea problemei aplică legea conservării energiei, parcurgând etapele de mai sus.

1. Alege sistemul format din cele două corpuri, scripete, fir de legătură și Pământ. Firul și scripetele ideale neavând masă, nu au nici energie, deci nu influențează rezolvarea problemei.
2. Sistemul este izolat, deoarece singura forță exterioară, forța de interacțiune dintre scripete și tavan, nu efectuează lucru mecanic.
3. Frecările pot fi neglijate, deci în sistem acționează doar forțe conservative.
4. Alege starea inițială (A), corespunzătoare momentului când corpurile ajung la aceeași înălțime și se mișcă cu aceeași viteză și starea finală (B), corespunzătoare momentului când corpul mai greu ajunge la nivelul solului (fără să îl atingă).



$$\begin{aligned} m_1 &= 1 \text{ kg;} \\ m_2 &= 2 \text{ kg;} \\ h &= 1 \text{ m;} \\ v_0 &= 2 \text{ m/s;} \\ g &= 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \\ v &= ? \end{aligned}$$

5. Alege nivelul de zero al energiei potențiale gravitaționale la nivelul solului.

6. Expresia energiei mecanice totale în starea inițială (A) este:

$$E_{m0} = E_{c10} + E_{c20} + E_{pg10} + E_{pg20} = (m_1 + m_2) \frac{v_0^2}{2} + (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h$$

În starea finală, ambele corpuri au aceeași viteză v , corpul mai greu aflându-se la nivelul solului, iar corpul mai ușor la înălțimea $2 \cdot h = 2 \text{ m}$. Expresia energiei totale în starea finală (B) este:

$$E_m = E_{c1} + E_{c2} + E_{pg1} + E_{pg2} = (m_1 + m_2) \frac{v^2}{2} + m_1 \cdot g \cdot 2h + 0$$

7. Egalează cele două expresii și obții ecuația:

$$(m_1 + m_2) \frac{v^2}{2} + m_1 \cdot g \cdot 2h = (m_1 + m_2) \frac{v_0^2}{2} + (m_1 + m_2) \cdot g \cdot h$$

8. Rezolvă ecuația și vei obține: $v = \sqrt{v_0^2 + 2 \frac{m_2 - m_1}{m_2 + m_1} gh} = 3,27 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

2. Un săritor, cu masa $m = 60 \text{ kg}$, sare de la înălțimea $h_1 = 30 \text{ m}$, fiind legat de o coardă elastică de lungime nedeformată $l_0 = 15 \text{ m}$ și constantă elastică $k = 150 \text{ N/m}$. În momentul în care ajunge la înălțimea $h_2 = 10 \text{ m}$, viteza săritorului este $v = 18 \text{ m/s}$. Considerând $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, determină lucrul mecanic efectuat de forțele de frecare.

Rezolvare

$$\begin{aligned} m &= 60 \text{ kg;} \\ h_1 &= 30 \text{ m;} \\ h_2 &= 10 \text{ m;} \\ l_0 &= 15 \text{ m;} \\ k &= 150 \text{ N/m;} \\ v &= 18 \text{ m/s;} \\ g &= 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}; \\ L &= ? \end{aligned}$$

Consideră sistemul format din săritor, Pământ și coardă elastică.

Inițial săritorul pornește din repaus, deci sistemul are doar energie potențială gravitațională:

$$E_0 = m \cdot g \cdot h_1 = 18\,000 \text{ J}$$

La momentul final, coarda elastică este întinsă cu $\Delta l = h_1 - h_2 - l_0 = 5 \text{ m}$, iar sistemul are atât energie cinetică, cât și energie potențială gravitațională, respectiv elastică.

Energia mecanică finală este: $E = m \frac{v^2}{2} + m \cdot g \cdot h_2 + k \frac{\Delta l^2}{2} = 17\,595 \text{ J}$.

Variația energiei mecanice totale este: $\Delta E_m = E - E_0 = -405 \text{ J}$.

Din teorema variației energiei mecanice obții: $L_{Ff} = L_{neconservativ} = \Delta E_m = -405 \text{ J}$



...verifică înțelegerea

1. O picătură de ploaie cade cu viteză constantă. Cum se modifică energia mecanică a picăturii? Din ce cauză?
2. Înainte de a fixa prăjina în sol, săritoarea din figură aleargă pentru a-și lua elan. Cum variază energia mecanică a sistemului format din săritoare și prăjină? Ce transformări de energie au loc după terminarea elanului? Unde „dispare” energia mecanică în final?



3. Într-un zbor de agrement, un planor cu masa totală de 600 kg se deplasează rectiliniu uniform la înălțimea de 500 m cu viteza de $108 \frac{\text{km}}{\text{h}}$. Calculează energia mecanică a acestuia. Exprimă rezultatul în multiplul corespunzător. Se consideră accelerația gravitațională $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



4. Un schior participă la proba de viteză în coborâre dreaptă. Calculează viteza maximă a acestuia în punctul de înregistrare, știind că diferența de nivel între zona de start și cea de înregistrare este de 180 m . Se neglijează forțele de frecare și se consideră accelerația gravitațională $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

Impulsul punctului material. Teorema variației impulsului punctului material. Legea conservării impulsului punctului material

Ciocnirea a două bile de biliard este un fenomen complex al cărui rezultat final (modul în care se deplasează bilele după interacțiune) depinde atât de mărimile vitezelor celor două corpuri, cât și de orientările acestor viteze. Dacă diferă și masele corpurilor care se ciocnesc, rezultatul este și mai greu de anticipat.



...provocare

Oare poate o mărime fizică scalară, cum este energia cinetică, să descrie fenomenele de ciocnire în toată complexitatea lor?

...de reținut

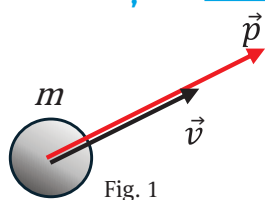


Fig. 1

Impulsul unui punct material este mărimea fizică vectorială, egală cu produsul dintre masa punctului material și viteza acestuia (vezi pag. 60).

impulsul punctului material ($\text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}}$) *viteza punctului material* ($\frac{\text{m}}{\text{s}}$)

$$\langle p \rangle_{\text{SI}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}} = \text{kg} \cdot \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s} = \text{N} \cdot \text{s}$$

$$\vec{p} = m \cdot \vec{v}$$

masa corpului (kg)

Analizând formula de definiție a impulsului, putem trage următoarele concluzii:

- Impulsul unui punct material este direct proporțional atât cu masa, cât și cu viteza acestuia.
- Deoarece valoarea masei este tot timpul pozitivă, impulsul și viteza au aceeași direcție și sens.

Teorema variației impulsului punctului material se poate deduce din principiul fundamental al dinamicii:

$$\vec{R} = m \cdot \vec{a}$$

$$\Sigma \vec{F}_k = m \cdot \vec{a} = m \cdot \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} = m \cdot \frac{\vec{v} - \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{m \cdot \vec{v} - m \cdot \vec{v}_0}{\Delta t} = \frac{\vec{p} - \vec{p}_0}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Egalând primul termen cu ultimul, obținem o formă alternativă a principiului fundamental al dinamicii:

$$\Sigma \vec{F}_k = \frac{\Delta \vec{p}}{\Delta t}$$

Dacă exprimăm din această relație variația $\Delta \vec{p}$ a impulsului, obținem teorema variației impulsului:

$$\Delta \vec{p} = \left(\Sigma \vec{F}_k \right) \cdot \Delta t$$

variația impulsului punctului material ($\text{N} \cdot \text{s}$) *rezultanta forțelor care acționează asupra punctului material* (N) *timpul cât acționează aceste forțe* (s)

Variația impulsului unui punct material este egală cu produsul dintre rezultanta forțelor care acționează asupra acestuia și timpul cât acționează.

Observație. Dacă nu toate forțele acționează simultan asupra punctului material, variația impulsului acestuia se poate calcula ca suma acțiunilor fiecărei forțe în parte, adică suma produselor dintre fiecare forță și timpul cât acționează acea forță.

$$\Delta \vec{p} = \Sigma \left(\vec{F}_k \cdot \Delta t_k \right)$$

De exemplu, dacă un puc de hochei este lovit succesiv de mai mulți jucători, variația totală a impulsului pucului este suma vectorială a variațiilor produse de fiecare interacțiune în parte.

Legea conservării impulsului punctului material se obține aplicând teorema variației impulsului pentru cazul particular în care rezultanta forțelor care acționează asupra punctului material este zero.

$$\left. \begin{aligned} \Delta \vec{p} &= (\Sigma \vec{F}_k) \cdot \Delta t \\ \Sigma \vec{F}_k &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta \vec{p} = 0 \Rightarrow \vec{p} = \overline{const.}$$

Dacă rezultanta forțelor ce acționează asupra unui punct material este zero, impulsul acestuia nu se modifică în timp (se conservă).

Observație: Faptul că impulsului unui punct material se conservă, înseamnă că nu se schimbă nici mărimea, nici orientarea lui, deci mișcarea punctului material este rectilinie și uniformă.

...problemă rezolvată

Un parașutist, cu masa $m = 80$ kg, ajunge la nivelul solului cu viteza constantă $v = 5$ m/s.

a) Cât de mare este forța medie de frânare la impactul cu solul, dacă interacțiunea durează 0,05 s?

b) Cum procedează parașutistul pentru a reduce cât mai mult forța de impact?



Rezolvare:

$m = 80$ kg;

$v = 5$ m/s;

$\Delta t = 0,05$ s;

a) $F = ?$

a) Impulsul parașutistului înainte de a atinge solul este $p_0 = m \cdot v = 400$ kg $\frac{m}{s}$.

La finalul interacțiunii parașutistul se oprește și variația impulsului este:

$$\Delta p = 0 - p_0 = -400 \text{ kg } \frac{m}{s}$$

Forța de impact este: $F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = -8\,000$ N.

Observații:

- Semnul „minus” din rezultat indică faptul că sensul forței de frânare este opus sensului vitezei inițiale, pe care l-am considerat pozitiv.
- O forță de această mărime poate produce chiar ruperea oaselor.

b) Forța de impact poate fi redusă în două moduri: fie reducând variația impulsului, fie mărirind durata interacțiunii. Prima metodă necesită o parașută mai performantă, cu suprafață mai mare, iar a doua o tehnică de aterizare specială în care parașutistul transformă viteza verticală într-una orizontală pe care o reduce apoi treptat alergând pe sol, mărirind astfel atât distanța, cât și timpul de frânare.

...verifică înțelegerea

1. Impulsul unui corp este 20 kg·m/s, iar masa lui este 4 kg. Determină viteza corpului.
2. De ce este mai sigur să aterizezi pe o saltea decât pe beton, chiar dacă viteza inițială este aceeași?
3. O minge cu masa de 0,5 kg este inițial în repaus. Asupra ei acționează o forță constantă de 10 N timp de 2 s. Determină variația impulsului mingii.
4. O minge cu masa de 500 g lovește podeaua cu viteza de 4 m/s și ricoșează înapoi cu aceeași viteză. Cât de mare este variația impulsului mingii?
5. Dacă două corpuri au impulsuri egale, înseamnă că au și energii cinetice egale?

Curiozități...

- Voyager 1, lansată în septembrie 1977, se află în prezent la o distanță de aproximativ $2,54 \cdot 10^{13}$ m de Pământ, în spațiul interstelar. În această regiune, intensitatea câmpului gravitațional solar este de circa 30 000 de ori mai mică decât la orbita Terrei, ceea ce face ca forța gravitațională să devină neglijabilă. În plus, nava și-a epuizat resursele de propulsie, astfel încât rezultanta forțelor externe poate fi considerată zero. În aceste condiții, impulsul se conservă, iar Voyager 1 se deplasează aproape rectiliniu și uniform cu o viteză de aproximativ 17 km/s. Se estimează că în următorii 1 000 de ani variația vitezei va fi sub 1%.



Impulsul unui sistem de puncte materiale.

Teorema variației impulsului unui sistem de puncte materiale.

Legea conservării impulsului unui sistem de puncte materiale.

Pentru un singur punct material, folosirea impulsului nu oferă informații fizice esențial noi față de descrierea mișcării cu ajutorul accelerației și al legilor lui Newton. În cazul corpurilor cu masă constantă, cele două moduri de descriere sunt echivalente, iar dificultatea rezolvării problemelor rămâne, de obicei, asemănătoare. Totuși, noțiunea de impuls devine foarte importantă în studiul sistemelor formate din mai multe corpuri. În aceste situații, legile de conservare se pot aplica mai ușor, iar forțele de interacțiune dintre corpurile sistemului nu mai trebuie analizate separat. Astfel, multe probleme pot fi rezolvate mai rapid și mai elegant.

...provocare

Imaginează-ți cei doi cosmonauți din imagine uniți printr-un cablu. Sistemul se află inițial în repaus, în stare de imponderabilitate. La un moment dat, cosmonautul din dreapta începe să tragă capătul cablului pe care îl ține în mână. Ce crezi, cum se va mișca nodul din mijlocul cablului, în cazul în care cosmonautul din stânga ține cablul suficient de strâns, astfel încât acesta să nu îi alunece din mână?

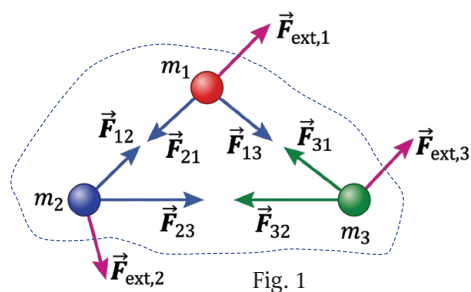
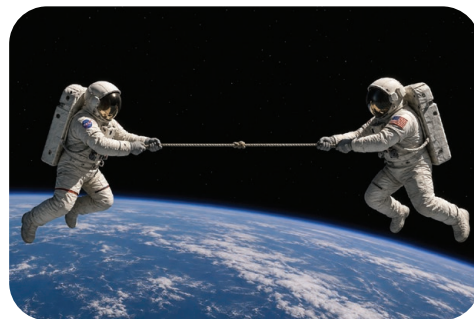


Fig. 1

...de reținut

Sistemul de puncte materiale este un ansamblu de corpuri care pot fi considerate puncte materiale. Ele pot interacționa atât între ele, cât și cu corpuri care nu fac parte din sistem. Forțele cu care interacționează corpurile din sistem între ele se numesc **forțe interioare**, iar forțele cu care interacționează corpurile din sistem cu corpuri din afara sistemului se numesc **forțe exterioare**.

Cele două tipuri de forțe au proprietăți diferite:

1. Suma vectorială a tuturor forțelor interioare ce acționează asupra corpurilor din sistem este întotdeauna zero, deoarece forțele interioare apar în perechi de tip acțiune-reacțiune egale ca mărime, dar de sens opus, care se anulează reciproc. Pe figură, de exemplu, $\vec{F}_{12} + \vec{F}_{21} = 0$
2. Spre deosebire de forțele interioare, suma vectorială a tuturor forțelor exterioare poate să fie sau poate să nu fie zero.

Impulsul total al unui sistem de puncte materiale este suma vectorială a impulsurilor individuale ale acestora.

$$\vec{p}_{total} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N = m_1 \vec{v}_1 + m_2 \vec{v}_2 + \dots + m_N \vec{v}_N$$

Teorema variației impulsului unui sistem de puncte materiale

Conform teoremei variației impulsului unui punct material, variația impulsului fiecărui punct material din sistem este determinată de rezultanta forțelor interioare și exterioare ce acționează asupra acelui corp.

$$\text{Astfel: } \Delta \vec{p}_1 = (\vec{F}_{1,int} + \vec{F}_{1,ext}) \cdot \Delta t; \Delta \vec{p}_2 = (\vec{F}_{2,int} + \vec{F}_{2,ext}) \cdot \Delta t; \dots; \Delta \vec{p}_N = (\vec{F}_{N,int} + \vec{F}_{N,ext}) \cdot \Delta t;$$

$$\text{adunând toate ecuațiile vei obține: } \Delta \vec{p}_1 + \Delta \vec{p}_2 + \dots + \Delta \vec{p}_N = (\sum \vec{F}_{int} + \sum \vec{F}_{ext}) \cdot \Delta t$$

$$\text{Ținând cont de faptul că } \sum \vec{F}_{int} = 0 \text{ și de relațiile: } \Delta \vec{p}_1 = \vec{p}_1 - \vec{p}_{10}; \Delta \vec{p}_2 = \vec{p}_2 - \vec{p}_{20}; \dots; \Delta \vec{p}_N = \vec{p}_N - \vec{p}_{N0},$$

$$\text{obții: } (\vec{p}_1 + \vec{p}_2 + \dots + \vec{p}_N) - (\vec{p}_{10} + \vec{p}_{20} + \dots + \vec{p}_{N0}) = (\sum \vec{F}_{ext}) \cdot \Delta t.$$

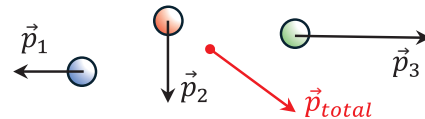


Fig. 2

Ținând cont de definiția impulsului total vei obține:

$$\vec{P}_{total, final} - \vec{P}_{total, inițial} = (\sum \vec{F}_{ext}) \cdot \Delta t$$

Sau, mai scurt:

$$\Delta \vec{P}_{total} = (\sum \vec{F}_{ext}) \cdot \Delta t$$

variația impulsului total al sistemului (N·s)

rezultanta forțelor exterioare ce acționează asupra întregului sistem (N)

intervalul de timp pentru care calculăm variația impulsului (s)

Legea conservării impulsului unui sistem de puncte materiale se obține aplicând teorema variației impulsului pentru cazul particular în care rezultanta forțelor exterioare care acționează asupra sistemului este zero.

$$\left. \begin{aligned} \Delta \vec{P}_{total} &= (\sum \vec{F}_{ext}) \cdot \Delta t \\ \sum \vec{F}_{ext} &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \Delta \vec{P}_{total} = 0 \Rightarrow \vec{P}_{total} = \overline{const.}$$

Dacă rezultanta forțelor exterioare ce acționează asupra unui sistem de puncte materiale este zero, impulsul total al sistemului nu se modifică în timp (se conservă).

Observații:

1. Faptul că rezultanta forțelor exterioare care acționează asupra întregului sistem este zero nu înseamnă că rezultanta acestor forțe este zero pentru fiecare punct material în parte.
2. Faptul că impulsul total al sistemului rămâne constant nu înseamnă că fiecare punct material care alcătuiește sistemul se mișcă rectiliniu și uniform. Mișcarea fiecărui punct material individual este determinată de forțele interioare și exterioare ce acționează asupra acestuia.
3. Există totuși un punct care se va mișca rectiliniu și uniform în acest caz. Acest punct reprezentativ pentru întregul sistem este centrul de masă al sistemului și coincide, de obicei, cu centrul de greutate. Mișcarea acestuia este influențată doar de forțele exterioare sistemului.

...probleme rezolvate

1. Două biluțe magnetice identice, având masa $m = 1 \text{ g}$ fiecare, se află la aceeași înălțime $h = 0,8 \text{ m}$ de suprafața unei mese, la o distanță orizontală de câțiva centimetri una de cealaltă. Biluțele sunt lăsate simultan să cadă liber. În timpul căderii, biluțele se atrag magnetic și se contopesc într-un singur corp, înainte de a atinge masa. Determină impulsul total al sistemului format din cele două biluțe în momentul când ajung la nivelul mesei, fără să o atingă.

Rezolvare:

$$m = 1 \text{ g};$$

$$h = 0,8 \text{ m}$$

$$P_{total, final} = ?$$

Consideră sistemul format din cele două biluțe. În timpul căderii, asupra acestora acționează atât forțe interioare (forțele de interacțiune magnetică), cât și forțe exterioare (forțele de greutate ale celor două corpuri).

Aplică teorema variației impulsului pentru sistemului considerat:

$$\vec{P}_{total, final} - \vec{P}_{total, inițial} = (\vec{G}_1 + \vec{G}_2) \cdot \Delta t$$

Impulsul inițial al sistemului fiind zero și greutatea egale, relația proiectată pe axa verticală orientată în jos, devine: $P_{total, final} = 2 \cdot m \cdot g \cdot \Delta t$.

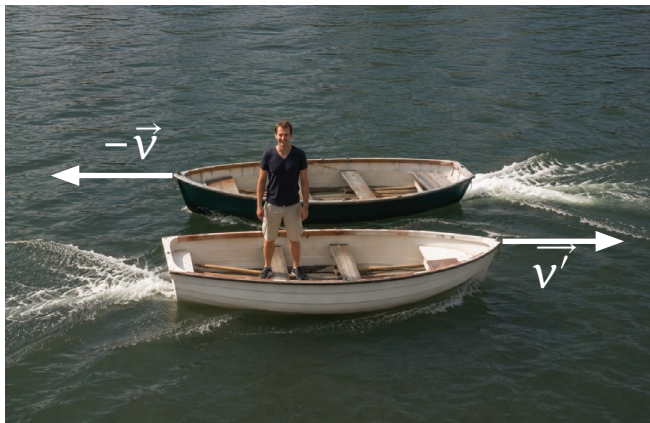
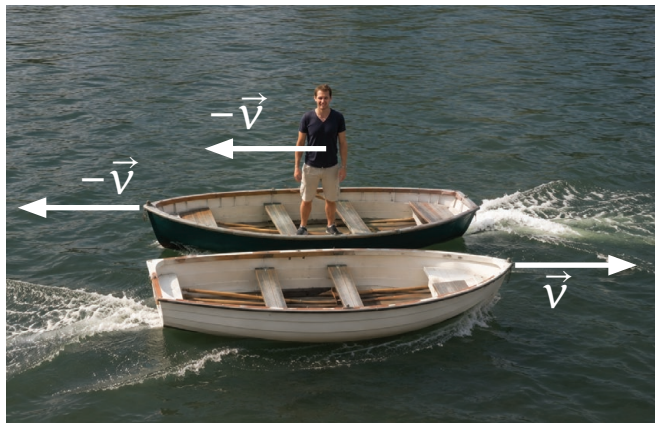
Timul de cădere se poate afla din legea mișcării uniform accelerate: $h = g \frac{\Delta t^2}{2} \Rightarrow \Delta t = \sqrt{\frac{2h}{g}}$.

Astfel, impulsul total la nivelul mesei este: $P_{total, final} = 2 \cdot m \cdot g \cdot \sqrt{\frac{2h}{g}} = 0,008 \text{ kg} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Observație: Atracția magnetică modifică mișcarea fiecărei biluțe separat, dar nu modifică impulsul total al sistemului.

2. Două bărci, având aceeași masă $M = 120$ kg, se deplasează una spre cealaltă cu aceeași viteză $v = 1$ m/s, pe traiectorii paralele aflate la mică distanță una de cealaltă. Într-una dintre bărci (barca 1) este și un om cu masa $m = 80$ kg.

Fig.3



În momentul în care bărcile trec una pe lângă cealaltă, omul face un pas și trece în cealaltă barcă (barca 2). Determină viteza finală a bărcii 2, neglijând forțele de rezistență la înaintare exercitate de apă asupra bărcilor.

Rezolvare:

$M = 120$ kg;

$v = 1$ m/s;

$m = 80$ kg;

$v' = ?$

Consideră sistemul format numai din om și barca 2. Forțele exterioare sistemului sunt: greutatea bărcii 2, greutatea omului și forța cu care apa susține barca 2. În timpul transferului, rezultanta acestor forțe poate avea componentă verticală, dar componenta orizontală este zero. Astfel putem aplica legea conservării impulsului proiectată pe axa orizontală orientată în direcția vitezei bărcii 2 (fig. 3).

La momentul inițial, omul are viteza bărcii 1, orientată spre stânga pe figură, iar barca 2 are viteza v orientată spre dreapta.

La momentul final, omul și barca 2 au aceeași viteză, v' , orientată spre dreapta.

$$p_{\text{inițial}} = p_{\text{final}} \Rightarrow M \cdot v - m \cdot v = (M + m) \cdot v' \Rightarrow v' = \frac{(M - m) \cdot v}{M + m} = 0,2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

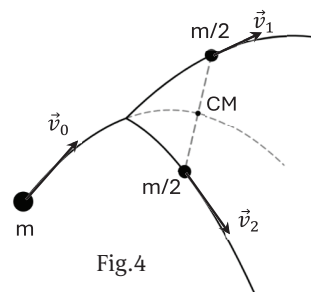
...verifică înțelegerea

1. Poate impulsul total al unui sistem să fie nul, chiar dacă unele corpuri din sistem sunt în mișcare? Explică.
2. Se conservă impulsul total al sistemului nostru solar?
3. O halteră este pusă în mișcare de rotație în plan vertical, apoi i se dă drumul să cadă în câmp gravitațional. Cum se schimbă impulsul total al sistemului format din cele două bile care alcătuiesc haltera și tija care le unește?
4. Cum se modifică impulsul total al celor doi astronauți din provocarea lecției?
5. Cum explici comportamentul bilelor care alcătuiesc leagănul lui Newton din figură?



Curiozități ...

Un obuz de masă m se deplasează pe o traiectorie parabolică determinată de accelerația gravitațională și de viteza sa inițială $\vec{v}_0$. La un moment dat, obuzul explodează și se descompune în două fragmente identice, fiecare având masa $\frac{m}{2}$. Fiecare fragment urmează câte o traiectorie parabolică nouă, determinată de viteza sa imediat după explozie și de accelerația gravitațională. Indiferent de energia exploziei, mișcarea celor două fragmente respectă o regulă interesantă: mijlocul segmentului care unește cele două fragmente (centrul de masă al sistemului) continuă să se deplaseze pe aceeași traiectorie pe care ar fi urmat-o obuzul dacă nu ar fi explodat. Mișcarea centrului de masă nu este influențată de forțele interioare determinate de explozie.



Ciocniri unidimensionale

Termenul de ciocnire te duce cu gândul la interacțiuni, de obicei violente, care produc efecte imediate. Exemple de ciocniri ai întâlnit peste tot: între două mașini, între bile de biliard, între doi sportivi, între un asteroid și Pământ sau chiar între două galaxii. În sens figurat, se vorbește uneori și despre ciocnirea dintre armate, idei sau imperii.



...provocare

Ce crezi? De ce secvențele spectaculoase care surprind ciocniri sunt filmate, de cele mai multe ori, cu încetinitorul?

...de reținut

Ciocnirea este o interacțiune foarte scurtă și foarte intensă între două corpuri.

În timpul ciocnirii, forța de interacțiune dintre cele două corpuri este mult mai mare decât oricare dintre forțele exterioare care acționează asupra lor. Din acest motiv, efectele forțelor exterioare pot fi neglijate pe durata foarte scurtă a interacțiunii. Astfel, impulsul total al sistemului format din corpurile care se ciocnesc poate fi considerat constant, chiar dacă rezultanta forțelor exterioare nu este nulă.

O **ciocnire** se numește **unidimensională** dacă impulsurile inițiale ale celor două corpuri sunt coliniare.

Ciocnirile unidimensionale pot fi:

- **elastice**, dacă în timpul ciocnirii se conservă energia cinetică;
- **reale** (neelastice), dacă o parte din energia cinetică se transformă în alte forme de energie (de obicei căldură);
- **plastice**, dacă pierderea de energie cinetică este maximă, iar după ciocnire corpurile se deplasează împreună.

Ciocnirea plastică

...experimentează

Pentru a elimina efectele forței gravitaționale asupra mișcării, experimentele de ciocnire se realizează pe suprafețe perfect orizontale. Pentru a reduce efectele forțelor de frecare, se utilizează perne de aer sau cărucioare ale căror roți se rotesc foarte ușor.

În cazul ciocnirii plastice, pe suprafețele de contact ale celor două corpuri se lipesc cele două părți ale unei pânze cu „arici”, asigurând cuplarea corpurilor în timpul impactului (fig.1). Imprimă celor două corpuri viteze opuse și urmărește procesul de ciocnire. Vei constata că:

- ciocnirea se realizează într-o singură fază, în care corpurile se cuplează și își modifică vitezele;
- după ciocnire, corpurile rămân cuplate și se mișcă cu viteza îndreptată în sensul de mișcare a corpului care avea impulsul inițial mai mare.

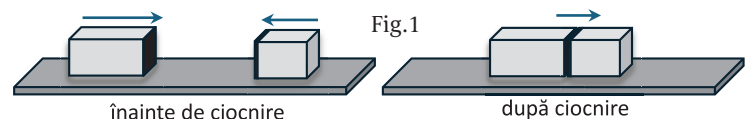
Calculul vitezei finale

Dacă cunoști masele m_1 , m_2 și vitezele v_1 și v_2 ale celor două corpuri înainte de ciocnire, legile fizicii ne permit să calculăm viteza cu care se va mișca corpul cuplat după ciocnire.

Corpul comun are masa $m_1 + m_2$ și se deplasează cu viteza v' .

În cazul ciocnirii plastice se conservă doar impulsul sistemului, însă energia cinetică nu se conservă:

$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = (m_1 + m_2) \cdot v' \Rightarrow v' = \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2}$$



Observații: v_1 , v_2 și v' reprezintă proiecțiile vectorilor viteză pe direcția comună de mișcare a corpurilor. Valorile lor pot fi:

- **pozitive**, dacă viteza este orientată în sensul pozitiv ales pentru problema dată;
- **negative**, dacă viteza este orientată în sens opus sensului pozitiv ales.

Calculul energiei disipate

O parte din energia cinetică a sistemului se transformă în alte forme de energie, de obicei în căldură:

$$Q = E_{c, \text{inițial}} - E_{c, \text{final}} = m_1 \frac{v_1^2}{2} + m_2 \frac{v_2^2}{2} - (m_1 + m_2) \frac{v'^2}{2}$$

Înlocuind expresia vitezei finale v' și simplificând cu $m_1 + m_2$, obții:

$$\begin{aligned} Q &= \frac{m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2}{2} - \frac{(m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{2 \cdot (m_1 + m_2)} = \frac{(m_1 + m_2) \cdot (m_1 v_1^2 + m_2 v_2^2) - (m_1 v_1 + m_2 v_2)^2}{2 \cdot (m_1 + m_2)} = \\ &= \frac{m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + m_1 m_2 \cdot (v_1^2 + v_2^2) - (m_1^2 v_1^2 + m_2^2 v_2^2 + 2 m_1 m_2 v_1 v_2)}{2 \cdot (m_1 + m_2)} = \frac{m_1 m_2 \cdot (v_1^2 + v_2^2 - 2 v_1 v_2)}{2 \cdot (m_1 + m_2)} = \frac{m_1 m_2 \cdot (v_1 - v_2)^2}{2 \cdot (m_1 + m_2)} \end{aligned}$$

Observații:

- energia disipată depinde de pătratul vitezei relative ($v_1 - v_2$);
- dacă vitezele inițiale au aceeași mărime și orientare ciocnirea nu mai are loc, deci nu se disipă energie;
- disiparea de energie este maximă atunci când corpurile se apropie cu viteze mari din sensuri opuse.

Ciocnirea perfect elastică

...experimentează

În cazul ciocnirii elastice, unul dintre corpuri trebuie să aibă atașat un resort elastic (fig.2). Imprimă celor două corpuri viteze coliniare opuse și urmărește procesul de ciocnire. Vei constata că:

- în prima fază a ciocnirii resortul se comprimă, preluând o parte din energia cinetică inițială a celor două corpuri;
- în momentul comprimării maxime corpurile se mișcă cu aceeași viteză în sensul de mișcare a corpului care avea impulsul inițial mai mare;
- în faza a doua resortul se destinde și energia potențială elastică se transformă din nou în energie cinetică, iar corpurile se mișcă independent.

Calculul vitezei finale

Să considerăm și de această dată două corpuri de mase m_1 , respectiv m_2 , care se mișcă colinar cu vitezele v_1 , respectiv v_2 . După ce se ciocnesc elastic, corpurile se deplasează separat cu vitezele v'_1 respectiv v'_2 .

În cazul ciocnirii elastice se conservă atât impulsul cât și energia cinetică a sistemului:

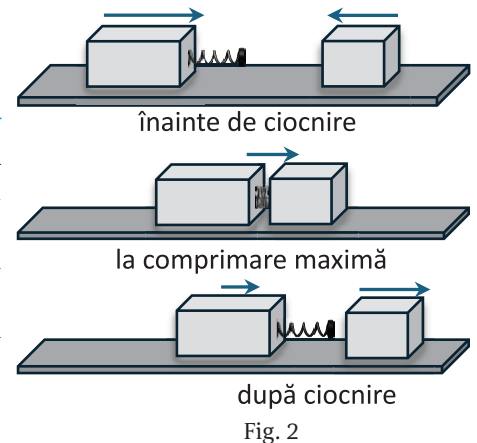
$$m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2; \quad m_1 \cdot v_1^2 + m_2 \cdot v_2^2 = m_1 \cdot v'^2_1 + m_2 \cdot v'^2_2$$

Cele două ecuații formează un sistem de două ecuații cu două necunoscute, v'_1 și v'_2 . Rezolvarea acestuia nu este simplă, deoarece a doua ecuație este de gradul II. Folosește un artificiu prin care să transformi sistemul într-unul cu două ecuații de gradul I. Grupează termenii din ambele ecuații după masele m_1 și m_2 : $m_1 \cdot (v_1 - v'_1) = m_2 \cdot (v'_2 - v_2)$; $m_1 \cdot (v_1^2 - v'^2_1) = m_2 \cdot (v'^2_2 - v_2^2)$. Împarte a doua ecuație cu prima și, după simplificare, vei obține: $v_1 + v'_1 = v'_2 + v_2$. Cu ecuația astfel obținută formează sistemul de două ecuații de gradul I dorit:

$$\begin{cases} m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2 = m_1 \cdot v'_1 + m_2 \cdot v'_2 \\ v_1 + v'_1 = v'_2 + v_2 \end{cases},$$

iar rezolvându-l obții:

$$v'_1 = 2 \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} - v_1; \quad v'_2 = 2 \frac{m_1 \cdot v_1 + m_2 \cdot v_2}{m_1 + m_2} - v_2.$$



...probleme rezolvate

1. Două bile de plastilină, având masele $m_1 = 5 \text{ g}$ și $m_2 = 15 \text{ g}$, sunt suspendate de capetele a două fire de aceeași lungime. Ridică bila de masă m_2 la înălțimea $h_A = 20 \text{ cm}$ față de poziția de echilibru (starea A), menținând firul întins, apoi dă-i drumul. Determină:

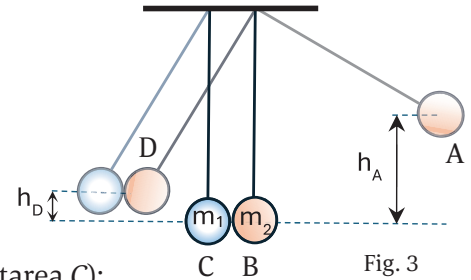


Fig. 3



- a) viteza bilei 2 chiar înainte de ciocnirea cu bila 1 (starea B);
 b) viteza celor două bile imediat după ciocnirea presupusă plastică (starea C);
 c) înălțimea maximă la care se ridică cele două bile după ciocnire (starea D);
 d) energia disipată în timpul ciocnirii.

Rezolvare:

$$\begin{aligned} m_1 &= 5 \text{ g}; \\ m_2 &= 15 \text{ g}; \\ h_A &= 20 \text{ cm}; \end{aligned}$$

- a) $v_B = ?$
 b) $v_C = ?$
 c) $h_D = ?$
 d) $E_{\text{disipată}} = ?$

- a) Legea conservării energiei între stările A și B: $m_2 g h_A = m_2 \frac{v_B^2}{2} \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_A} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
 b) Viteza bilelor după ciocnirea plastică, în starea C: $v_C = \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} = \frac{m_2 v_B}{m_1 + m_2} = 1,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.
 c) Legea conservării energiei între stările C și D:
 $(m_1 + m_2) \frac{v_C^2}{2} = (m_1 + m_2) g h_D \Rightarrow h_D = \frac{v_C^2}{2g} = 11,25 \text{ cm}$.
 d) Energia disipată în timpul ciocnirii este egală cu scăderea energiei totale a sistemului:
 $E_{\text{disipată}} = E_A - E_D = m_2 g h_A - (m_1 + m_2) g h_D = 7,5 \text{ mJ}$.

2. O bilă de biliard (1) se deplasează cu viteza $v = 2 \text{ m/s}$ și se ciocnește elastic și frontal cu o altă bilă (2) aflată în repaus.

- a) Determină vitezele celor două bile după ciocnire, presupunând că bilele sunt identice.
 b) În urma analizării cadru cu cadru a unei înregistrări, se constată că, după ciocnire, bila 1 continuă să se deplaseze cu viteza $v'_1 = 0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, deci masele bilelor nu sunt chiar identice. Determină raportul maselor celor două bile $\left(\frac{m_1}{m_2}\right)$ și viteza bilei 2 după ciocnire.

Rezolvare:

$$v = 2 \text{ m/s};$$

- a) dacă bilele sunt identice: $v'_1 = ?$; $v'_2 = ?$
 b) $\frac{m_1}{m_2} = ?$; $v'_2 = ?$

$$\text{a) } v'_1 = 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - v_1 = 2 \frac{mv + 0}{m + m} - v = 0;$$

$$v'_2 = 2 \frac{m_1 v_1 + m_2 v_2}{m_1 + m_2} - v_2 = 2 \frac{mv + 0}{m + m} - 0 = v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\text{b) } v'_1 = 2 \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} - v_1 \Rightarrow 2 m_1 v_1 = (m_1 + m_2)(v'_1 + v_1)$$

$$\text{Grupând termenii după masele } m_1 \text{ și } m_2 \text{ obții: } m_1(v_1 - v'_1) = m_2(v'_1 + v_1).$$

$$\text{Împarte relația cu } m_2 \text{ și obții raportul cerut: } \frac{m_1}{m_2} = \frac{v'_1 + v_1}{v_1 - v'_1} \approx 1,105.$$

$$\text{Viteza bilei 2 după ciocnire este: } v'_2 = 2 \frac{m_1 v_1}{m_1 + m_2} = \frac{2 \frac{m_1}{m_2} v_1}{\frac{m_1}{m_2} + 1} \approx 2,1 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

...verifică înțelegerea

1. Precizează ce mărimi fizice se conservă în cazul:
 a. ciocnirii plastice; b. ciocnirii elastice; c. ciocnirii reale.
2. Precizează ce tip de ciocnire modelează cel mai bine următoarele situații:
 a. Un glonț se înfige într-un bloc de lemn. c. Racheta de tenis lovește mingea.
 b. Două bile de oțel se ciocnesc. d. Două vagoane de tren se cuplează.
3. Calculează vitezele celor două corpuri după o ciocnire unidimensională elastică, respectiv plastică, dacă:
 a. $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 1 \text{ kg}$, $v_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = -1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; c. $m_1 = 2 \text{ kg}$, $m_2 = 1 \text{ kg}$, $v_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = 0$.
 b. $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 2 \text{ kg}$, $v_1 = 3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, $v_2 = 0$; d. $m_1 = 1 \text{ kg}$, $m_2 = 100 \text{ kg}$, $v_1 = 10 \text{ m/s}$, $v_2 = 1 \text{ m/s}$

INVESTIGAȚIA 1

Determinarea randamentului planului înclinat la ridicarea uniformă a unui corp

Te-ai întrebat vreodată de ce drumul spre vârful unui munte nu urmează traseul cel mai scurt, ci înaintează treptat, în serpentine? Sau de ce este mai ușor să urci un troller pe o rampă decât să-l ridici direct pe verticală?

Planul înclinat este unul dintre cele mai simple mecanisme care reduc forța necesară ridicării unui corp. În cele ce urmează vei investiga cât de eficient este planul înclinat, determinând randamentul acestuia pentru valori diferite ale înclinării.



...de amintit

Planul înclinat este un mecanism simplu reprezentat de o suprafață plană care formează un unghi ascuțit cu planul orizontal. Elementele sale caracteristice sunt lungimea l , înălțimea h și unghiul de înclinare α . Planul înclinat permite ridicarea unui corp cu o forță mai mică decât greutatea corpului, dar care acționează pe o distanță mai mare decât în situația ridicării pe verticală.

Pentru a afla cât de eficient este un plan înclinat îi calculăm randamentul (η) folosind relația $\eta = \frac{L_u}{L_c}$, unde $L_u = G \cdot h$ este *lucrul mecanic util*, adică lucrul mecanic minim necesar pentru a ridica un corp cu greutatea G la înălțimea h prin deplasarea acestuia pe verticală, iar $L_c = F \cdot l$ este *lucrul mecanic consumat*, adică lucrul mecanic efectuat de forța de tracțiune F la deplasarea acelui corp, cu viteză constantă, de-a lungul planului înclinat, pe lungimea planului înclinat l .



Întrebarea de investigat

Cum se modifică randamentul unui plan înclinat atunci când crește unghiul de înclinare al acestuia?



Formularea ipotezei

Pentru a putea formula o ipoteză corectă, argumentată științific, parcurge următorii pași:

- 1. Reprezentarea grafică:** Reprezintă grafic un corp care urcă un plan înclinat de unghi α și lungime l sub acțiunea unei forțe de tracțiune paralele cu planul.
- 2. Identificarea forțelor:** Desenează toate forțele ce acționează asupra corpului (mișcarea are loc cu frecare).
- 3. Descompunere vectorială:** Descompune greutatea corpului G , pentru a obține componenta tangențială G_x și componenta perpendiculară pe plan G_y .
- 4. Condiția de mișcare uniformă:** Scrie expresia forței de tracțiune F pentru situația în care urcarea corpului pe plan are loc cu viteză constantă.
- 5. Deducerea analitică:** Calculează randamentul planului înclinat. Exprimă raportul $\frac{h}{l}$ în funcție de unghiul planului înclinat. Folosește o funcție trigonometrică.
- 6. Predicție matematică:** Analizează formula obținută și formulează un răspuns la întrebarea de investigat. Argumentează predicția ta!



Proiectarea experimentului:

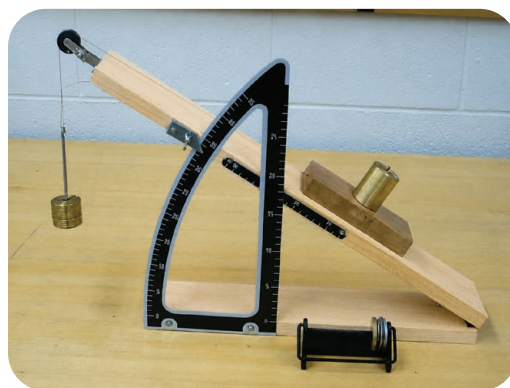
- a. Materiale necesare:** plan înclinat cu unghi reglabil și scripete fix montat la extremitatea superioară; corp paralelipipedic de masă M cunoscută; cârlig de masă m_c cunoscută; set de mase marcate; fir inextensibil și de masa neglijabilă; riglă sau ruletă pentru măsurarea lungimii și a înălțimii planului înclinat.

b. Identificarea variabilelor

VARIABILA INDEPENDENTĂ	VARIABILA DEPENDENTĂ	VARIABLE CONTROLATE
unghiul de înclinare a planului înclinat modificat prin schimbarea înălțimii planului înclinat	randamentul planului înclinat	- corpul utilizat - lungimea planului înclinat - natura suprafeței de contact - metoda de măsurare - instrumentele de măsură

c. Modul de lucru

- Măsoară lungimea planului înclinat și notează valoarea l .
- Fixează planul înclinat la o înălțime mică, măsoară și notează înălțimea h .
- Marchează pe planul înclinat trei repere vizibile astfel încât distanțele dintre două repere successive să fie egale. Vei avea nevoie de acestea pentru a verifica mișcarea corpului cu viteză constantă.
- Așază corpul pe plan și leagă-l de cârlig prin intermediul firului. Trece firul peste scripetele fix montat la extremitatea superioară a planului înclinat, ca în figură.
- Adaugă treptat mase marcate pe cârlig și ajustează masa totală până când corpul urcă uniform pe plan. Verifică uniformitatea mișcării folosind cele trei repere marcate pe plan.
- Exemplu:* Poți filma cu telefonul mobil, în modul mișcare cu încetinitorul (slow-motion), trecerea corpului prin dreptul celor trei repere. Analizează înregistrarea pentru a măsura intervalele de timp Δt_1 și Δt_2 în care corpul parcurge cele două distanțe egale. Mișcarea este uniformă doar dacă $\Delta t_1 = \Delta t_2$!
- Notează masa totală a sistemului cârlig – mase marcate, pentru care corpul urcă uniform pe plan.
- Repetă pașii anteriori pentru alte două valori ale înălțimii planului înclinat.



Înregistrarea datelor experimentale

Centralizează valorile măsurate în tabel:

Nr.det.	G/N	l/m	h/m	$L_u = G \cdot l/J$	m/kg	F/N	$L_c = F \cdot L/J$	η_{exp}



Prelucrarea și analiza datelor experimentale

- Calculează forța de tracțiune pentru urcarea uniformă a corpului pe plan înclinat, pentru fiecare înălțime a planului înclinat, în condițiile în care se neglijează masa firului și frecările din scripete. Pentru această situație, forța de tracțiune este egală cu greutatea sistemului cârlig–mase marcate, $F = m \cdot g$, unde $m = m_c + m_m$, iar m_c este masa cârligului și m_m este masa adăugată suplimentar.
- Calculează pentru fiecare determinare lucrul mecanic util, lucrul mecanic consumat și randamentul.



Formularea concluziilor

Compară valorile obținute și stabilește cum se modifică randamentul planului înclinat atunci când înclinarea acestuia crește.

Întrebări de reflecție

1. Cum s-a modificat randamentul pe măsură ce ai făcut planul mai abrupt?
2. Unde „dispare” diferența dintre lucrul mecanic consumat și cel util?
3. Ce s-ar întâmpla cu randamentul dacă am unge suprafața planului cu ulei?
4. Ce crezi, randamentul planului înclinat depinde de greutatea corpului urcat uniform pe plan?
Cum ai putea verifica ipoteza ta?

Provocare: Proiectează o nouă investigație, folosind exact același dispozitiv experimental pentru determinarea coeficientului de frecare la alunecare dintre un corp și o suprafață.

INVESTIGAȚIE 2

Verificarea experimentală a teoremei variației energiei cinetice (pentru un corp care coboară pe un plan înclinat cu frecare)



Te-ai întrebat vreodată...?

De ce, pe snowboard, viteza crește la coborâre, dar scade pe teren orizontal?

Cum putem modela interacțiunile snowboarderului cu mediul, pentru a explica și prezice matematic modificarea stării sale de mișcare?



Provocare:

- Proiectează și realizează o investigație experimentală pentru a verifica, în limitele erorilor experimentale, teorema variației energiei cinetice, folosind ca model un corp care coboară, prin alunecare, uniform accelerat cu frecare, pe un plan înclinat.
- Pentru a asigura rigoarea științifică a investigației și validitatea rezultatelor, urmărește reperele și întrebările de ghidaj propuse în continuare.
 - a. Reprezentarea grafică:** Reprezintă grafic un corp care coboară liber pe un plan înclinat de unghi α și lungime l .
 - b. Identificarea forțelor:** Desenează toate forțele ce acționează asupra corpului, ținând cont că mișcarea are loc cu frecare.
 - c. Descompunerea vectorială:** Descompune greutatea corpului G , pentru a obține componenta tangențială G_x și componenta perpendiculară pe plan G_y .
 - d. Principiul al doilea al dinamicii:** Scrie ecuația vectorială a principiului al II-lea al dinamicii și proiectează-o pe axele Ox (paralelă cu planul) și Oy (perpendiculară pe plan).
 - e. Determinarea coeficientului de frecare:** Știind că unghiul limită α_L reprezintă unghiul planului înclinat pentru care corpul coboară uniform, folosește condiția de mișcare uniformă pentru a stabili o relație între α_L și coeficientul de frecare μ .
 - f. Legătura spațiu-timp:** Dacă un corp pornește din repaus și coboară uniform accelerat pe planul înclinat, parcurgând distanța d în timpul t , exprimă viteza finală v doar în funcție de mărimile fizice măsurabile direct: d și t .

- g. Bilanț energetic:** Folosind relațiile determinate la punctele **e** și **f** stabilește cum poate fi determinată variația energiei cinetice a corpului în timpul coborârii pe distanța d . Identifică forțele ce efectuează lucru mecanic și stabilește expresia lucrului mecanic total.
- h. Anticiparea soluției experimentale:** Analizează relațiile obținute și propune un experiment prin care poți verifica *Teorema variației energiei cinetice*. Identifică variabila independentă, variabila dependentă și variabilele controlate.



Formularea ipotezei

Pe baza modelului teoretic construit, formulează ipoteza investigației. Precizează ce mărimi trebuie comparate pentru a verifica dacă datele experimentale susțin *Teorema variației energiei cinetice*.

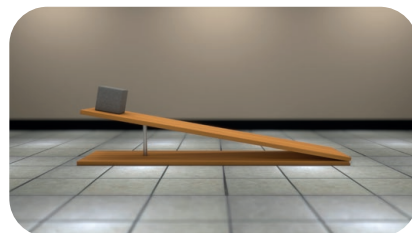


Proiectarea experimentului:

Întrebări de ghidaj

1. Ce materiale și instrumente de măsură sunt necesare pentru a măsura mărimile fizice care apar în relațiile deduse anterior? Ce dispozitiv experimental vei folosi?
2. Cum vei determina coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și plan?
3. Ce unghi de lucru vei alege pentru verificarea teoremei și de ce trebuie ca acesta să fie mai mare decât unghiul limită?
4. Ce mărimi vei măsura direct, ce mărimi vei calcula și ce valori vei compara pentru a verifica teorema?
5. Ce metodă alternativă sau tehnologie poți folosi pentru a măsura timpul cu o precizie mai mare, având în vedere că timpii de coborâre pot fi foarte scurți și reflexul uman la apăsarea cronometrului poate denatura rezultatele (de exemplu, înregistrare video în modul slow-motion)?
6. Cum vei organiza datele experimentale astfel încât rezultatele să poată fi analizate și comparate clar?

Atenție! Tabelul de date trebuie să evidențieze clar mărimile măsurate direct, mărimile determinate indirect, valorile calculate și valorile comparate pentru verificarea teoremei. Pentru fiecare mărime fizică, trebuie precizată unitatea de măsură corespunzătoare.



Colectarea și prelucrarea datelor experimentale

7. Este suficientă o singură coborâre pentru fiecare unghi/distanță pentru a trage o concluzie validă? Cum poți proceda pentru a diminua impactul erorilor accidentale?
8. Ce mărimi vei determina indirect pe baza măsurătorilor realizate și cum vei verifica folosirea corectă a unităților de măsură?



Formularea concluziilor

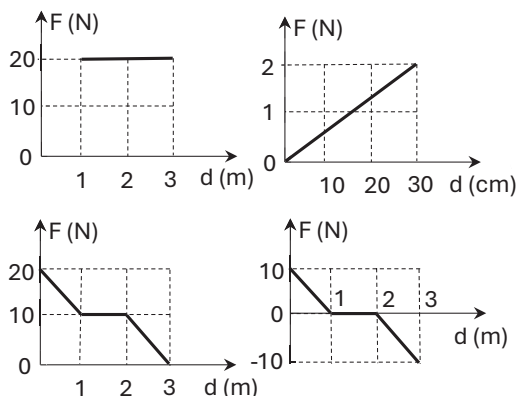
9. Ce surse de eroare pot explica diferențele dintre valorile comparate?
10. În ce condiții poți afirma că dovezile experimentale obținute susțin *Teorema variației energiei cinetice*?
11. Ce ai modifica pentru a îmbunătăți precizia experimentului?

Comunicarea rezultatelor investigației

Realizează o prezentare a investigației desfășurate, în care să explici problema studiată, ipoteza de lucru, dispozitivul experimental utilizat, modul de colectare și prelucrare a datelor, rezultatele obținute și concluzia privind verificarea experimentală a teoremei variației energiei cinetice. Include, acolo unde este relevant, tabelul de date, reprezentări grafice, fotografiile ale montajului experimental și o scurtă analiză a surselor de eroare.

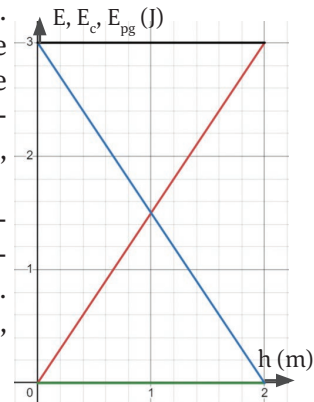
PROBLEME PROPUSE

- Calculează lucrul mecanic efectuat de o forță $F = 10$ N, dacă deplasarea $\Delta d = 50$ cm are loc:
 - în direcția și sensul forței;
 - în direcția forței, dar în sens opus acesteia;
 - pe o direcție perpendiculară pe direcția forței;
 - sub un unghi $\alpha = 30^\circ$ față de direcția forței.
- Calculează lucrul mecanic efectuat de forța F în fiecare situație reprezentată în graficele de mai jos:



- Ce putere are o macara care ridică un corp cu masa de 3 t la înălțimea de 10 m în 20 de secunde?
- În cât timp poate efectua un motor cu puterea $P = 2$ kW, lucrul mecanic $L = 0,1$ MJ?
- Cât lucru mecanic efectuează un motor cu puterea de 8 kW în 10 minute?
- O mașină de teren împotmolită este scoasă din noroi cu ajutorul unui vinci acționat de un motor electric. Cu ce forță trage motorul de 1 kW al vinciului, dacă mașina este pusă în mișcare cu viteza constantă de 2 cm/s?
- Un buștean cu masa $m = 200$ kg este tras la înălțimea $h = 100$ m pe un drum forestier înclinat, cu lungimea $l = 2,5$ km. Cunoscând randamentul de ridicare $\eta = 45\%$, determină:
 - forța medie necesară pentru a tracta uniform bușteanul;
 - lucrul mecanic util;
 - lucrul mecanic consumat;
 - lucrul mecanic efectuat pentru a învinge frecarea;
 - coeficientul mediu de frecare dintre buștean și sol.
- Care corp are energie cinetică mai mare (A sau B) și de câte ori, dacă:
 - corpul A se mișcă cu viteza de 10 m/s, în timp ce corpul B se mișcă cu viteza de 2 m/s, și ambele au aceeași masă;
 - corpul A are masa de 5 t și se mișcă cu viteza de 10 m/s, corpul B are masa de 10 t și se mișcă cu viteza de 5 m/s;

- corpul A are masa de 20 t și se mișcă cu viteza de 8 m/s, corpul B are masa de 5 t și se mișcă cu viteza de 4 m/s;
- Bateria unei motociclete este încărcată la maximum cu energia de 325 kJ. Motorul acesteia are puterea de 250 W și lucrează timp de 15 minute.
 - Neglijând pierderile de energie (randament 100%), determină:
 - lucrul mecanic efectuat de motociclete;
 - energia rămasă în baterie după cele 15 minute.
 - Care ar fi randamentul motocicletei (ținând cont de pierderile de energie), dacă bateria ei s-ar consuma complet după cele 15 minute?
- Care corp/sistem are energie potențială gravitațională mai mare (A sau B) și de câte ori, dacă:
 - corpul A este la înălțimea de 50 m, corpul B este la înălțimea de 5 m, și ambele au aceeași masă;
 - corpul A este la înălțimea de 50 m pe Lună, corpul B este la aceeași înălțime pe Pământ, ambele corpuri având aceeași masă; Consideră că: $g_{\text{Pământ}} = 6 \cdot g_{\text{Lună}}$.
 - corpul A are masa de 2 kg și este la înălțimea de 30 m, corpul B are masa de 3 kg și este la înălțimea de 20 m;
- Care resort are energie potențială elastică mai mare (A sau B) și de câte ori, dacă:
 - resortul A este alungit cu 3 cm, resortul B este comprimat cu 3 cm, și ambele au aceeași constantă elastică;
 - resortul A este alungit cu 3 cm, resortul B este alungit cu 6 cm, și ambele au aceeași constantă elastică;
 - resortul A are constanta elastică de 200 N/m și este alungit cu 5 cm, resortul B are constanta elastică de 50 N/m și este alungit cu 10 cm;
- Un corp cu masa m cade liber, fără frecare, de la înălțimea h . În timpul căderii, energia cinetică (E_c), energia potențială gravitațională (E_{pg}) și energia mecanică totală a sistemului (E) se modifică în funcție de înălțimea la care se află corpul.
 - Ce se întâmplă cu fiecare dintre cele trei tipuri de energie pe parcursul căderii corpului (scade, crește, nu se modifică)?
 - Identifică ce tip de energie reprezintă fiecare grafic (roșu, albastru și negru). Folosind datele din grafic, determină:



- c. de la ce înălțime a căzut corpul;
- d. energia cinetică inițială și finală a sistemului;
- e. masa corpului;
- f. înălțimea la care energia cinetică este egală cu energia potențială.

13. Care corp/sistem are impuls mai mare (A sau B) și de câte ori, dacă:
- a. corpul A se mișcă cu viteza de 10 m/s, corpul B se mișcă cu viteza de 2 m/s, și ambele au aceeași masă;
 - b. corpul A are masa de 5 t și se mișcă cu viteza de 10 m/s, corpul B are masa de 10 t se mișcă cu viteza de 5 m/s;

- c. sistemul A este format din două corpuri identice care se mișcă cu viteze identice ca mărime și orientare, iar sistemul B este format din două corpuri identice cu primele, care se mișcă cu aceleași viteze, dar orientate în sensuri opuse.

14. O minge de masă $m = 0,8$ kg, aflată inițial în repaus, este lovită cu piciorul de un fotbalist. În timpul contactului, care durează $\Delta t = 0,02$ s, asupra mingii acționează o forță medie de mărime $F = 1\,000$ N. Determină:

- a. variația impulsului mingii;
- b. viteza mingii după lovire.



TEST DE EVALUARE

I. (1p) Adevărat/Fals

1. Lucrul mecanic este nul atunci când forța este perpendiculară pe deplasare.	
2. Puterea mecanică reprezintă lucrul mecanic efectuat în unitatea de timp.	
3. Randamentul unui sistem poate fi mai mare de 100%.	
4. Un corp aflat în repaus are energie cinetică diferită de zero.	

II. (2p) Alege varianta corectă.

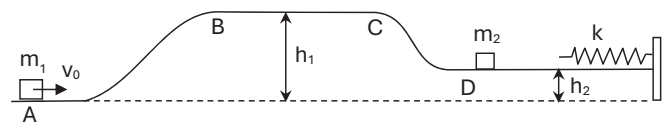
- A. Unitatea de măsură pentru lucrul mecanic în SI este:
- a. volt; b. watt; c. joule; d. newton.
- B. Lucrul mecanic este maxim atunci când:
- a. forța este perpendiculară pe deplasare;
 - b. forța este paralelă și de același sens cu deplasarea;
 - c. deplasarea este zero;
 - d. forța este zero.
- C. Puterea mecanică este:
- a. produsul dintre forță și deplasare;
 - b. raportul dintre lucrul mecanic și intervalul de timp;
 - c. suma energiilor;
 - d. produsul dintre masă și accelerație.
- D. Randamentul unui sistem este:
- a. mai mare decât 1; c. mai mic sau egal cu 1;
 - b. egal cu 1; d. negativ.
- E. Energia potențială gravitațională crește când:
- a. scade masa; c. crește viteza;
 - b. scade înălțimea; d. crește înălțimea.

III. (2p) Completează spațiile libere:

- a. Lucrul mecanic este egal cu produsul dintre
.....
- b. Forța care acționează în sens opus deplasării efectuează lucru mecanic
- c. Randamentul este mărimea fizică scalară egală cu raportul dintre lucrul mecanic și lucrul mecanic
- d. Impulsul este egal cu produsul dintre și

IV. Rezolvă următoarea problemă:

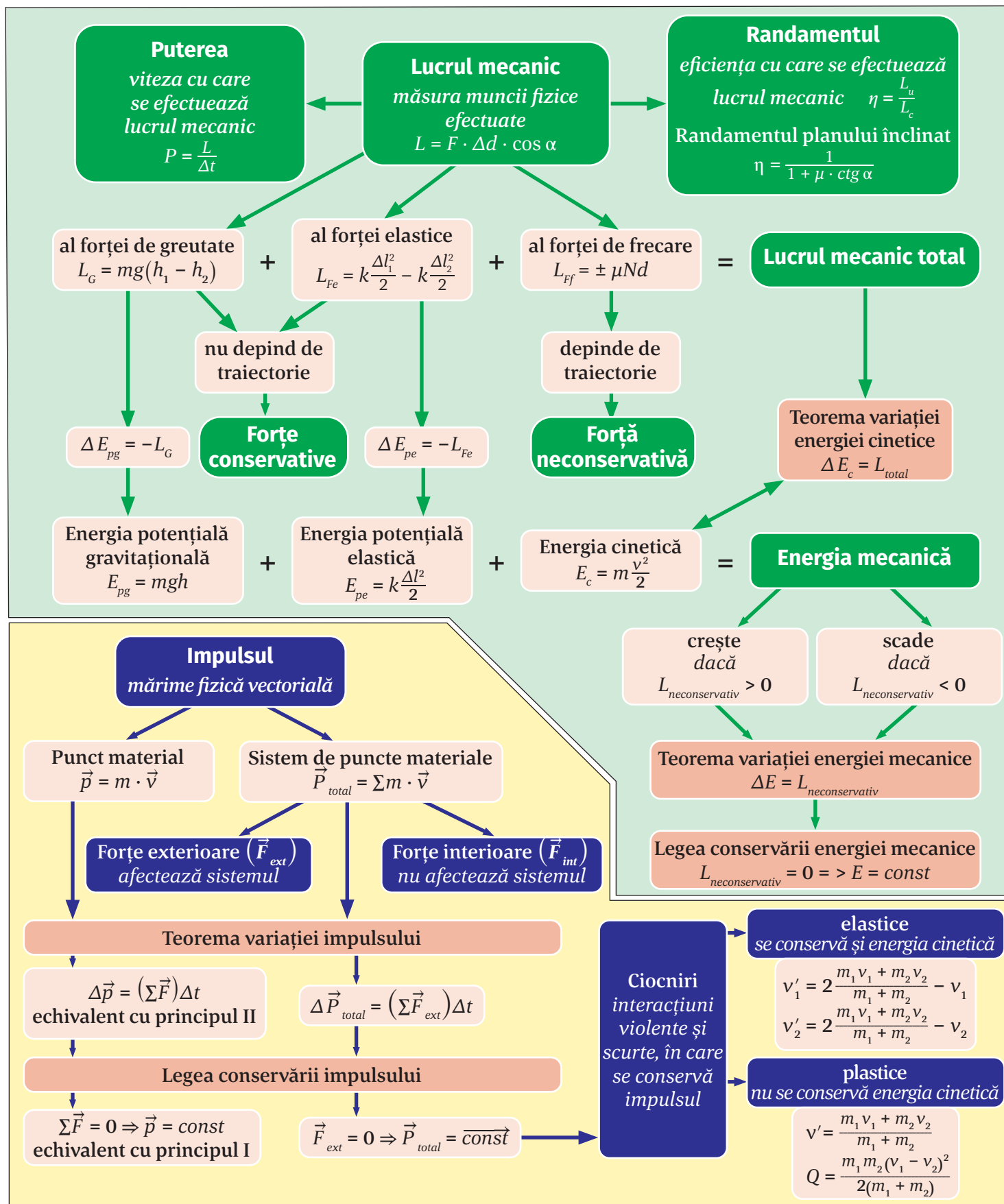
Un corp mic de masă $m_1 = 200$ g lansat din punctul A cu viteza inițială $v_0 = 10$ m/s, parcurge traseul A, B, C, D. În punctul D se ciocnește plastic cu un alt corp de masă $m_2 = 300$ g, aflat inițial în repaus, după care își continuă drumul împreună până se lovesc de un resort elastic nedeformat. Se mai cunosc: $BC = d = 5$ m, $k = 500$ N/m, $h_1 = 1$ m, $h_2 = 0,4$ m, $g = 10$ m/s². Neglijând frecările pe toate porțiunile mișcării, în afară de porțiunea BC unde coeficientul de frecare este $\mu = 0,4$, calculează:



- a. (1p) energia mecanică totală a sistemului, considerând că linia punctată reprezintă nivelul de zero al energiei potențiale gravitaționale;
- b. (1p) viteza corpului m_1 în punctul B;
- c. (1p) viteza corpului m_1 în punctul C;
- d. (1p) viteza corpurilor după ciocnire;
- e. (1p) comprimarea maximă a resortului.

Se acordă 1 punct din oficiu

HARTĂ CONCEPTUALĂ





ECHILIBRUL MECANIC

5

În viața reală se întâlnesc numeroase situații în care corpurile se află în stare de echilibru, de la stabilitatea clădirilor și a podurilor, până la menținerea posturii de către sportivi sau dansatori.

Un corp rigid este în echilibru mecanic atunci când nu își modifică nici mișcarea de translație, nici mișcarea de rotație. Aceasta înseamnă că asupra corpului forțele și efectele lor de rotație se compensează reciproc. Echilibrul poate fi static, când corpul se află în repaus, sau dinamic, când acesta se deplasează rectiliniu cu viteză constantă.

În acest capitol sunt studiate condițiile de echilibru ale corpurilor rigide, rolul forțelor și al momentelor, precum și aplicațiile acestora în explicarea stabilității structurilor și a menținerii posturii în viața reală.

Momentul forței

...provocare

Dacă un mecanic apasă cu o forță dublă pe o cheie de două ori mai scurtă, va strânge mai tare piulița pe șurub?

...experiment mental

Pentru a înțelege de ce uneori o piuliță se rotește ușor și alteori greu sub acțiunea unei forțe, vei analiza situațiile de mai jos. Consideră că axa de rotație trece prin centrul piuliței.

Momentul forței este mărimea fizică ce caracterizează tendința unei forțe de a roti un corp în jurul unui punct sau al unei axe.



Dependența momentului forței (efectului de rotație) de modulul forței Fig.1. a, b, c	Dependența momentului forței (efectului de rotație) de brațul forței și de unghiul α ($\vec{r}$, $\vec{F}$) Fig.2. a, b, c și d

Se constată că momentul forței aplicate cheii franceze:

- depinde de modulul forței (fig.1. a și b);
- depinde de brațul forței b , adică de distanța perpendiculară de la axa de rotație la dreapta suport a forței (fig.2. a,b,c,d);
- depinde de unghiul dintre direcția forței aplicate și mâner (fig.2.c);
- este nul dacă suportul forței intersectează axa de rotație (fig.2.d);
- momentele forțelor pot fi de sensuri contrare, în funcție de poziția și orientarea forței față de axa de rotație (fig.1.a și c);

Cel mai eficient este să acționezi cu o forță mare, perpendiculară pe mânerul cheii și cât mai departe de piuliță.

...reține

Fie forța $\vec{F}$ care acționează asupra unui corp rigid (vezi cheia franceză, fig.2.c), fixat în punctul în care se află șurubul (piulița). Consideră cazul în care dreapta suport a forței se află într-un plan perpendicular pe axa de rotație.

Lungimea perpendicularei duse din punctul de rotație pe suportul forței se numește **brațul forței**, notat cu b . Brațul forței este distanța perpendiculară de la punctul/axa de rotație la dreapta suport a forței. Modulul **momentului forței** $\vec{F}$ (notat cu M) în raport cu punctul O (polul O) este egal cu produsul dintre modulul forței și brațul ei.

momentul forței în raport cu polul O (Nm)

$$M_{\vec{F}/O} = \pm F \cdot b \quad (1)$$

forța (N)

brațul forței (m)

Semnul momentului indică *sensul* în care forța tinde să rotească corpul, nu intensitatea efectului de rotație.

Unitatea de măsură a momentului forței este newton metru: $\langle M \rangle_{SI} = N \cdot m$.

Revenind la provocare: dacă forța devine $2F$, iar brațul devine $b/2$, atunci momentul este $M' = 2F \cdot b/2$. Deci mecanicul nu strânge mai tare, ci produce același efect de rotație, dacă forța este aplicată perpendicular pe cheie.

În figura alăturată, forța $\vec{F}$ care acționează asupra cheii franceze are brațul $b = OB$. Suportul forței $\vec{F}$ și brațul ei, b , se găsesc în planul orizontal al cheii, adică sunt perpendiculare pe axul de rotație. Dacă nu poți măsura direct brațul b , dar cunoști modulul vectorului $\vec{r}$ de la axă la punctul de aplicație al forței $\vec{F}$, observi că $b = r \cdot \sin \alpha$, unde:

- $\vec{r} = \vec{OA}$ este vectorul de poziție al punctului de aplicație al forței față de punctul O , denumit și pol, iar $r = |\vec{r}| = OA$ este modulul acestui vector;
- α – este unghiul format de vectorii $\vec{F}$ și $\vec{r}$.

► **Modulul vectorului moment forței față de polul O** se poate scrie și sub forma:

$$M = F \cdot r \sin \alpha \quad (2)$$

► **Direcția vectorului moment forței $\vec{M}$** – Vectorul moment al forței este perpendicular pe planul format de vectorii $\vec{r}$ și $\vec{F}$. În cazul unei rotații în jurul unei axe fixe perpendiculare pe acest plan, direcția momentului coincide cu direcția axei de rotație.

► **Sensul vectorului moment forței $\vec{M}$** indică, prin convenție, dacă rotația se produce în sens orar sau antiorar, folosind **regula burghiului drept** – sensul de înaintare a unui burghiu așezat perpendicular pe planul vectorilor, care se rotește cu un unghi minim pentru a suprapune vectorul $\vec{r}$ peste vectorul $\vec{F}$.

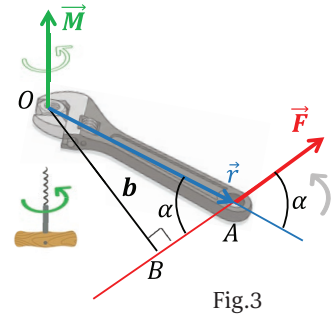


Fig.3

Convenția de semne pentru moment forței: În această lecție vei folosi următoarea convenție (fig.4):

- **Momentul forței pozitiv:** dacă forța tinde să rotească corpul în sens trigonometric (antiorar).
- **Momentul forței negativ:** dacă forța tinde să rotească corpul în sens orar.

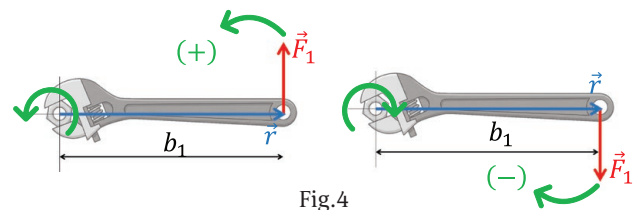


Fig.4

Observații:

Dacă se definește **momentul forței $\vec{F}$ față de o axă (Δ)** , se consideră că planul care conține vectorul $\vec{r} = \vec{OA}$ este perpendicular pe axă, pe care o intersectează în punctul O .

Dacă dreapta suport a forței intersectează axa de rotație, momentul forței față de acea axă este nul. Dacă forța este paralelă cu axa, ea nu produce rotație în jurul acelei axe. În ambele cazuri, efectul de rotație față de axa considerată este nul ($d_F \cap \Delta \neq \emptyset \Rightarrow M_\Delta = 0$; unde d_F este dreapta suport).

Dacă direcția forței nu se află într-un plan perpendicular pe axă, forța se descompune într-o componentă paralelă cu axa de rotație, $\vec{F}_\parallel$, și una perpendiculară pe axă, $\vec{F}_\perp$ (fig.5). Componenta $\vec{F}_\parallel$ nu are efect de rotație asupra corpului, deci momentul forței față de o axă este:

$$M_{\vec{F}/\Delta} = F_\perp \cdot b$$

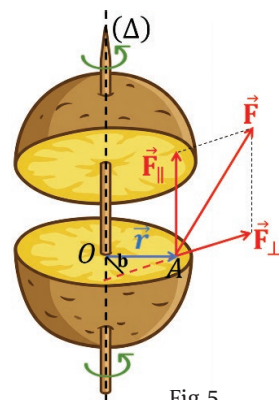


Fig.5

...problemă rezolvată

În timpul unei flexii plantare (ridicare pe vârfuri), laba piciorului se rotește în jurul articulației gleznei. Tendonul lui Ahile exercită o forță asupra călcâiului, în punctul său de inserție A , la distanța r de articulația gleznei, O . Considerând că forța exercitată de tendon $F = 1\,400\text{ N}$ este aplicată la un unghi $\alpha = 60^\circ$ față de direcția determinată de linia ce unește punctele O și A , iar $OA = r = 0,05\text{ m}$:

- calculează momentul forței exercitate de tendon;
- determină sensul de rotație al labei piciorului;
- compară rezultatul cu cazul în care $\alpha = 90^\circ$.

Rezolvare:

$$F = 1\,400\text{ N}$$

$$\alpha = 60^\circ$$

$$r = 0,05\text{ m}$$

$$M = ?$$

Sensul de rotație

$$M' = ? (\alpha = 90^\circ)$$

- Momentul forței când $\alpha = 60^\circ$ este: $M = Fr \sin \alpha = 1\,400\text{ N} \cdot 0,05\text{ m} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 60,6\text{ N} \cdot \text{m}$.
- Forța trage în sus călcâiul piciorului (calcaneul) și va produce o rotire a labei piciorului în **sens orar**. Astfel momentul forței este negativ. Privind figura din lateral (fig.6), forța exercitată de tendon tinde să rotească laba piciorului în sens orar. Conform convenției alese, momentul este negativ: $M = -60,6\text{ N} \cdot \text{m}$. Modulul momentului este $M = 60,6\text{ N} \cdot \text{m}$.

- Momentul forței când $\alpha = 90^\circ$ este maxim:
 $M' = F \cdot r = 1\,400\text{ N} \cdot 0,05\text{ m} = 70\text{ N} \cdot \text{m}$

Dacă unghiul scade, doar componenta perpendiculară a forței produce rotație.

$$F_{\perp} = F \sin \alpha$$

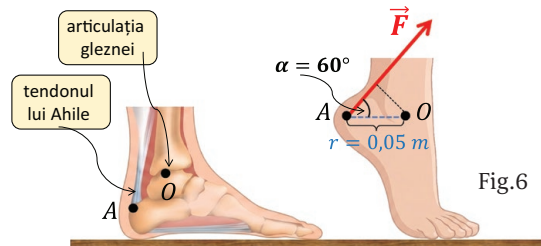


Fig.6

...verifică înțelegerea

1. De ce clanța e departe de balamale?
2. Un mecanic apasă cu o forță dublă pe o cheie de două ori mai scurtă. Strânge mai tare șurubul? Ce trebuie comparat de fapt?
3. Un șofer apasă pe volan:
 - a. spre centru
 - b. tangent la volan
 În ce caz volanul se rotește? De ce?
4. Un elev împinge ușa clasei perpendicular pe ea, altul împinge oblic, la 45° . Forțele au aceeași mărime și sunt aplicate în același punct. Care elev produce un moment mai mare? Ce componentă contează?
5. Cabinele unei roți Ferris sunt goale și au aceeași masă (fig.7). Considerând momentul greutății fiecărei cabine față de axul roții, care cabine produc moment maxim? Care produc moment nul? Explică folosind brațul forței.

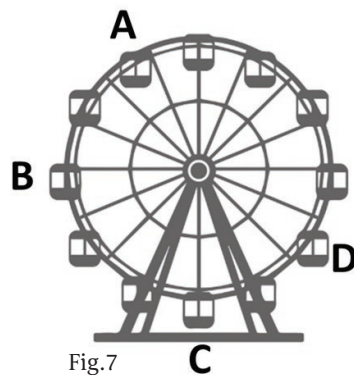


Fig.7

Modelul solid rigid. Echilibrul de translație și echilibrul de rotație

Un exemplu din viața reală în care nu se poate folosi modelul simplificat al „punctului material” (unde se neglijează dimensiunile și rotația corpului) este mișcarea unei roți de bicicletă sau de automobil în timpul frânării sau accelerării. Modelul punctului material este util atunci când dimensiunile corpului și rotația lui pot fi neglijate. În cazul unei roți aflate în frânare sau accelerare, rotația este esențială, deci avem nevoie de un model mai potrivit: **solidul rigid**.



Solidul rigid este un model idealizat în mecanică, considerat ca un sistem de puncte materiale în care distanța dintre oricare două puncte ale corpului rămâne constantă în timpul mișcării.

Cu alte cuvinte, solidul rigid **nu se deformează**: forma și dimensiunile sale rămân neschimbate în timpul mișcării.

Un solid rigid poate executa mișcare de translație, mișcare de rotație sau o mișcare compusă, în care translația și rotația apar simultan (fig.1).

Mișcarea de translație se caracterizează prin faptul că orice segment rectiliniu care unește două puncte ale corpului rămâne paralel cu poziția sa inițială. Toate punctele au aceeași viteză și aceeași accelerație la un moment dat.

Mișcarea de rotație în jurul unei axe fixe se caracterizează prin faptul că punctele de pe axa de rotație rămân fixe, iar celelalte descriu cercuri în plane paralele între ele și perpendiculare pe axă, având centrele pe axă.

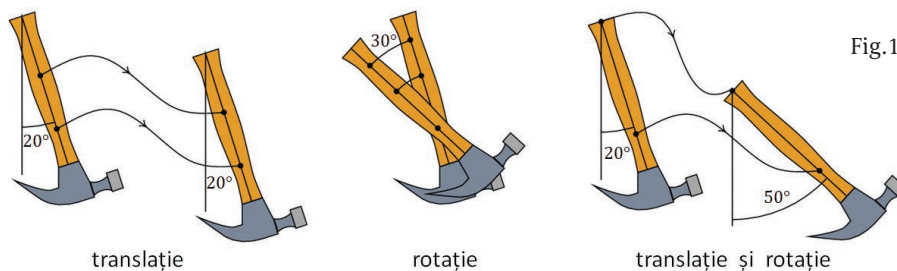


Fig.1

Statica solidului rigid studiază condițiile de echilibru mecanic al corpurilor nedeformabile sub acțiunea forțelor exterioare.

Echilibrul de translație și echilibrul de rotație

...provocare

Ce efect are sistemul de forțe care acționează asupra tabloului agățat pe perete cu ajutorul unui fir? Se poate deplasa sau roti tabloul? De ce?



...studiu de caz

Un semafor este suspendat de două cabluri și rămâne în repaus, deși asupra lui acționează mai multe forțe. Ne propunem să aflăm de ce nu cade semaforul, adică: *Cum trebuie să fie forțele care acționează asupra semaforului pentru ca acesta să rămână în echilibru (repaus)?*

Pentru a putea răspunde la această întrebare, considerăm dispozitivul Gravesande (fig.2), care are trei fire legate de un inel. De firele trecute peste scripeți se agață trei greutăți diferite. În această situație, asupra inelului acționează trei forțe, $\vec{F}_1$, $\vec{F}_2$ și $\vec{F}_3$. Se constată că firele indică direcțiile forțelor și că echilibrul apare doar pentru anumite valori ale

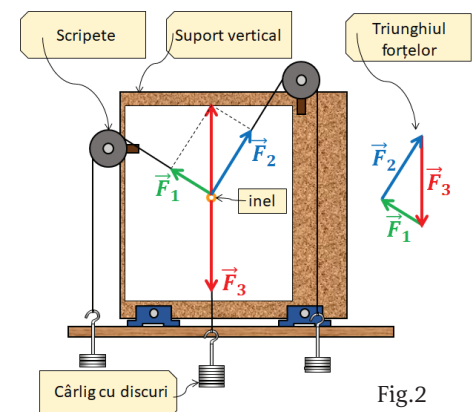


Fig.2

acestora. Dacă se modifică una dintre greutatea, inelul se deplasează. Desenând fiecare vector forță prin respectarea direcției și a modulului lui (la scară) și așezându-i vârf la origine unul după altul, ei vor forma un poligon, mai precis un triunghi închis (fig.2).

Pentru un **punct material** sau pentru un corp ale cărui dimensiuni pot fi neglijate, **echilibrul de translație** se realizează atunci când suma vectorială a forțelor aplicate este nulă. Dacă vectorii forțelor formează un **triunghi închis**, forțele sunt în echilibru, adică suma vectorială a forțelor concurente care acționează asupra lui este nulă: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \vec{F}_3 = 0$ și corpul se află în echilibru de translație.

În cazul semaforului suspendat, greutatea semaforului $\vec{G}$, tensiunea în primul cablu $\vec{T}_1$ și tensiunea în cel de-al doilea cablu $\vec{T}_2$ sunt cele trei forțe care se compensează reciproc, de aceea rămâne în echilibru.

Cum s-ar modifica triunghiul dacă s-ar schimba unghiul unui fir? Pentru a răspunde la întrebare poți exersa appletul „Echilibrul a trei forțe” accesând link-ul:

https://www.walter-fendt.de/html5/phro/equilibriumforces_ro.htm sau codul QR alăturat.



...reține

Dacă asupra unui corp acționează simultan mai multe forțe, spunem că acestea formează un **sistem de forțe**. Când dreptele suport ale forțelor se întâlnesc în același punct, *forțele sunt concurente*. În cazul în care se neglijează dimensiunile corpului, punctul material poate efectua numai mișcări de translație sub acțiunea forțelor care acționează asupra lui.

Rezultanta forțelor ($\vec{R}$) este suma vectorială a forțelor dintr-un sistem. În cazul unui punct material, efectul sistemului de forțe asupra mișcării de translație poate fi descris prin rezultantă. Pentru un solid rigid trebuie analizat și efectul de rotație, prin momentele forțelor.

Un corp este în **echilibru mecanic** dacă nu își modifică starea de mișcare de translație și nici starea de rotație. Pentru un punct material este suficientă condiția ca rezultanta forțelor să fie nulă; pentru un solid rigid trebuie verificată și condiția de echilibru de rotație.

Dacă corpul rămâne în repaus față de un reper dat (fig.3), spunem că s-a realizat un **echilibru static**; dacă corpul se deplasează cu $\vec{v} = \text{constant}$ (fig.4), s-a realizat **echilibru dinamic**.

Un corp este în **echilibru de translație** dacă suma vectorială a tuturor forțelor care acționează asupra lui este nulă.



Fig.3. Echilibru static



Fig.4. Echilibru dinamic

Dacă forțele sunt aplicate în puncte diferite ale unui solid rigid, această condiție nu garantează singur echilibrul complet; trebuie verificat și echilibrul de rotație.

$$\sum_{i=1}^n \vec{F}_i = 0 \quad (1) \quad \text{forțele care acționează asupra solidului (N)}$$

Dacă asupra solidului acționează doar două forțe $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$, el rămâne în echilibru sub acțiunea lor numai dacă $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$, forțele fiind coliniare (fig.5).

Sistemul de forțe care acționează asupra solidului rigid poate fi înlocuit de o singură forță, care să producă asupra corpului aceleași efecte ca sistemul de forțe; ea se numește **rezultanta forțelor** și se notează cu $\vec{R}$.

$$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots + \vec{F}_n$$

Condiția de echilibru la translație este: $\vec{R} = 0$



Fig.5

...problemă rezolvată

Un semafor cu greutatea $G = 150 \text{ N}$ este suspendat de un cablu vertical legat de două cabluri superioare fixate pe un suport. Cablurile superioare formează unghiuri de $\alpha_1 = 30^\circ$ și $\alpha_2 = 45^\circ$ cu orizontala. Se cere tensiunea din cele două cabluri.

Rezolvare:

$$G = 150 \text{ N}$$

$$\alpha_1 = 30^\circ$$

$$\alpha_2 = 45^\circ$$

$$T_1 = ?$$

$$T_2 = ?$$

Identificăm forțele care acționează asupra semaforului și le figurăm prin diagrama corpului liber (DCL) (fig.7).

Aplicăm condiția de echilibru la translație: $\vec{T}_1 + \vec{T}_2 + \vec{G} = 0$.

Proiectăm această ecuație pe cele două axe de coordonate:

$$Ox : T_2 \cos \alpha_2 - T_1 \cos \alpha_1 = 0 \quad (1); \quad Oy : T_1 \sin \alpha_1 + T_2 \sin \alpha_2 - G = 0 \quad (2)$$

Rezolvăm sistemul de ecuații:

$$(1) \Rightarrow T_2 = T_1 \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \quad (3)$$

$$\text{Înlocuim în relația (2) relația (3): } T_1 \sin \alpha_1 + \left(T_1 \frac{\cos \alpha_1}{\cos \alpha_2} \right) \sin \alpha_2 = G \quad (4)$$

Introducem valorile pentru a afla pe T_1 și T_2 în (4), respectiv în (3):

$$T_1 = \frac{G}{\sin 30^\circ + \cos 30^\circ \tan 45^\circ} = \frac{150}{0,5 + 0,8660 \cdot 1} \text{ N} = \frac{150}{1,3660} \text{ N} \approx 109,81 \text{ N}$$

$$T_2 = T_1 \frac{\cos 30^\circ}{\cos 45^\circ} = 109,81 \cdot \frac{0,8660}{0,7071} \text{ N} \approx 134,49 \text{ N}$$

Observație: În această problemă, semaforul este tratat ca punct material deoarece analizăm doar echilibrul de translație al sistemului de forțe concurente; rotația semaforului nu este relevantă pentru cerință.

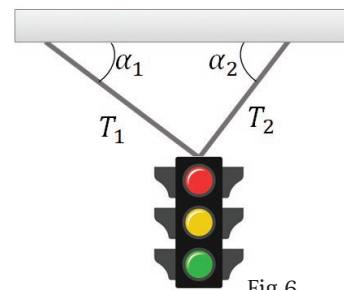


Fig.6

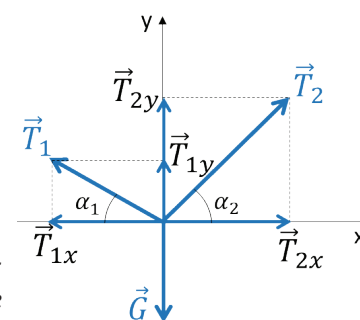


Fig.7



...provocare

Un muncitor transportă o scară lungă pe umăr. Pentru a nu o scăpa, el nu o ține exact la mijloc, ci într-un anumit punct. De ce trebuie să aleagă cu grijă locul unde își sprijină scara? Ce s-ar întâmpla dacă ar ține-o prea aproape de capăt? De ce aceeași greutate poate fi mai ușor sau mai greu de susținut, în funcție de locul în care sprijinim scara? Ce rol are distanța dintre punctul de sprijin și punctul în care acționează greutatea?

...experiment

Pentru a înțelege în ce condiții un solid rigid rămâne în echilibru, rigla se montează pe un ax în jurul căruia se poate roti, axul fiind fixat într-un suport stabil (fig.8). Suspendând, de riglă, patru cârlige cu discuri crestate de diferite mase, la diferite distanțe, se observă că rigla devine orizontală și nu se mai rotește pentru anumite valori ale forțelor și ale brațelor acestora.

Mai jos sunt datele înregistrate. Momentul fiecărei forțe față de punctul de rotație ($M = \pm F \cdot b$) a fost calculat respectând convenția de semne.

F_1/N	b_1/cm	F_2/N	b_2/cm	F_3/N	b_3/cm	F_4/N	b_4/cm
2	8	3	5	4	6	1	7
$M_1/\text{N} \cdot \text{cm}$		$M_2/\text{N} \cdot \text{cm}$		$M_3/\text{N} \cdot \text{cm}$		$M_4/\text{N} \cdot \text{cm}$	
-16		-15		24		7	

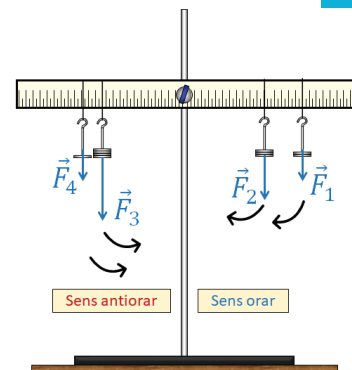


Fig.8

Adunând algebric momentele celor patru forțe care acționează simultan asupra riglei, se obține: $M_3 + M_4 + M_1 + M_2 = 0$. Rigla rămâne în echilibru (repaus) dacă momentele celor patru forțe respectă condiția: $\vec{M}_{\vec{F}_3/\Delta} + \vec{M}_{\vec{F}_4/\Delta} = -\vec{M}_{\vec{F}_1/\Delta} - \vec{M}_{\vec{F}_2/\Delta}$.

Concluzie:

Dacă suma algebrică a momentelor forțelor ce acționează asupra unui corp este nulă, atunci corpul nu se rotește.

...reține

Un corp solid rigid care se poate roti în jurul unui ax (Δ) este în **echilibru de rotație** dacă suma algebrică a momentelor forțelor care acționează asupra sa, în raport cu axul, este nulă.

$$\sum_{i=1}^n \vec{M}_{\vec{F}_i/\Delta} = 0$$

momentul forței $\vec{F}_i$ care acționează în raport cu axul Δ (Nm)

Momentul total al rezultantei forțelor față de un ax (Δ) este egal cu momentul sumei vectoriale față de ax:

$$\vec{M}_{\vec{R}/\Delta} = \vec{M}_{\vec{F}_1/\Delta} + \vec{M}_{\vec{F}_2/\Delta} + \dots + \vec{M}_{\vec{F}_n/\Delta} = 0$$

...situație problemă și experiment

Un tâmplar cară o scândură pe umăr. Deși scândura este ținută asimetric, el o menține în poziție orizontală apăsând cu mâna (fig.9). Cum calculăm forța resimțită de umărul lui?

Pentru a înțelege cum reușește tâmplarul să mențină acest echilibru, vom modela situația în laborator folosind un sistem de forțe paralele.

Suspendăm o riglă gradată de un dinamometru și folosim o tijă cu discuri crestate pentru a simula forțele din viața reală. Punctele de aplicație a forțelor sunt:

- Punctul C (centrul de greutate): al greutatei riglei, $\vec{G}$, forța care simulează greutatea scândurii.
- Punctul B: al greutatei discurilor. Greutatea discurilor, $\vec{G}_1$, simulează forța cu care mâna acționează asupra scândurii. În problema reală, această forță va fi notată cu N_B .
- Punctul A: dinamometrul indică valoarea forței de reacțiune, $\vec{N}_A$. Aceasta modelează forța cu care umărul susține scândura.

Se măsoară masa riglei și se calculează greutatea ei ($G = m \cdot g$).

Se agață tija cu discurile crestate în punctul B, la capătul scurt, și se ajustează poziția până când rigla este perfect orizontală.

Se măsoară forța $\vec{N}_A$ cu dinamometrul.

Se măsoară brațele forțelor l_{AC} și l_{BC} .

Se verifică dacă momentele forțelor sunt egale: $G \cdot l_{AC} = G_1 \cdot l_{BC}$ (echilibrul la rotație).

Se introduc datele într-un tabel de forma indicată mai jos. Se repetă măsurările de câteva ori.

Nr. det.	G/N	G ₁ /N	l _{AC} /m	l _{BC} /m	N _A măsurat/N	N _A calculat/N	ε%

Se verifică dacă $N_A = G_1 + G$ (echilibrul la translație).

Revenim la problemă (fig.9):

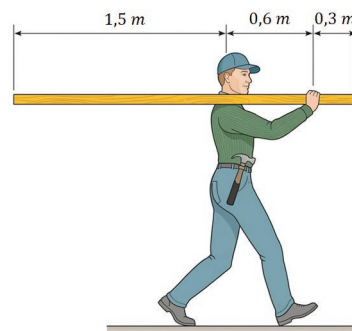


Fig.9

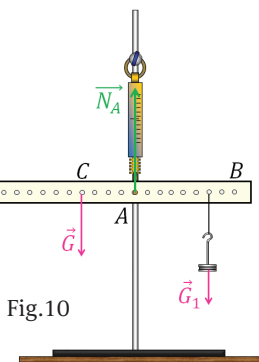


Fig.10

Un tâmplar cară pe umăr o scândură omogenă de 2,4 m lungime și cu masa de 6 kg. Deși scândura este mai lungă în spatele lui ($d_1 = 1,5$ m) decât în față ($d_2 = 0,9$ m), el reușește să o țină orizontală apăsând cu mâna într-un punct situat la 0,6 m de umăr. Se cere valoarea forței de reacțiune N_A exercitată de umăr asupra scândurii.

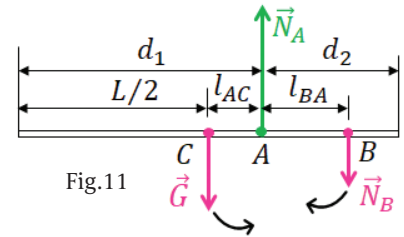


Fig.11

Rezolvare:

Identificăm forțele care acționează asupra scândurii și le figurăm folosind DCL (fig.11): $G = mg = 6 \text{ kg} \cdot 10 \text{ m/s}^2 = 60 \text{ N}$ acționează în centrul scândurii ($L/2 = 1,2$ m), în jos, reacțiunea umărului, N_A , în sus și forța mâinii, N_B , în jos.

Alegem punctul de rotație al scândurii: punctul A (umărul), deoarece nu cunoaștem N_A și vrem să-i anulăm momentul.

Calculăm brațele forțelor față de punctul de rotație A: brațul forței N_B este dat, $l_{BA} = 0,6$ m; brațul greutății este $l_{AC} = d_1 - L/2 = 1,5 \text{ m} - 1,2 \text{ m} = 0,3$ m.

Scriem ecuațiile de echilibru:

$$1. \text{ La rotație: } \vec{M}_{\vec{N}_B/A} + \vec{M}_{\vec{G}/A} = 0 \Rightarrow M_{N_B} = M_G \Rightarrow N_B \cdot l_{BA} = G \cdot l_{AC} \Rightarrow N_B = \frac{G \cdot l_{AC}}{l_{BA}} = 30 \text{ N};$$

$$2. \text{ La translație: } \vec{N}_A + \vec{N}_B + \vec{G} = 0 \Rightarrow N_A - N_B - G = 0 \Rightarrow N_A = N_B + G \Rightarrow N_A = 60 \text{ N} + 30 \text{ N} = 90 \text{ N}.$$

Concluzie: Compunerea forțelor paralele aflate în echilibru conduce la o rezultantă egală cu suma acestora. Punctul de aplicație al rezultantei (punctul de rotație) este determinat din condiția de echilibru a momentelor forțelor.

...reține

Fie un solid rigid asupra căruia acționează un sistem de mai multe forțe care au rezultantă. Dacă solidul rigid execută **ambele tipuri de mișcări (translație și rotație)**, pentru a-l menține în echilibru, condițiile (1) și (2), sunt necesare două condiții de echilibru aplicate simultan:

$$\text{La translație: } \vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 + \dots \vec{F}_n = 0 \quad (3)$$

$$\text{La rotație: } \vec{M}_{\vec{R}/\Delta} = \vec{M}_{\vec{F}_1/\Delta} + \vec{M}_{\vec{F}_2/\Delta} + \dots \vec{M}_{\vec{F}_n/\Delta} = 0 \quad (4)$$

Condițiile (3) și (4) sunt **condițiile de echilibru mecanic al solidului rigid**: rezultanta forțelor este nulă, iar suma momentelor forțelor față de axa aleasă este nulă.

Dacă forțele $\vec{F}_1$ și $\vec{F}_2$ aplicate în două puncte diferite ale solidului rigid sunt paralele, acestea pot avea același sens sau sensuri opuse, determinând poziția rezultantei și sensul de rotație al corpului:

Forțele au același sens	Forțele au sensuri opuse
$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2; \quad R = F_1 + F_2$	$\vec{R} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2; \quad R = F_2 - F_1$
Pentru două forțe paralele cu același sens, rezultanta are modulul $R = F_1 + F_2$, același sens cu forțele și punctul de aplicație situat între cele două forțe, mai aproape de forța mai mare.	Dacă $F_2 > F_1$, rezultanta are modulul $R = F_2 - F_1$ și sensul forței mai mari, F_2 . Dacă $F_1 > F_2$, rezultanta are modulul $R = F_1 - F_2$ și sensul forței mai mari, F_1 .

Pentru forțe paralele cu același sens, punctul de aplicație al rezultantei, C , se află între punctele de aplicație ale forțelor. Pentru forțe paralele cu sensuri opuse și module diferite, punctul de aplicație al rezultantei, C , se află în exteriorul segmentului care unește punctele de aplicație, de partea forței mai mari.

Notând $d_1 = AC$ și $d_2 = BC$, se poate scrie:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{F_2}{F_1}$$

distanța AC (m)
modulul celei de-a doua forțe (N)
distanța BC (m)
modulul primei forțe (N)

Observație: Un **cuplu de forțe** are rezultanta forțelor egală cu zero, dar momentul total este nenul. De aceea, efectul unui cuplu nu poate fi înlocuit printr-o singură forță; el produce numai efect de rotație.

Un sistem format din două forțe paralele, egale în modul, de sensuri opuse și cu suporturi diferite, care acționează asupra aceluiași solid rigid, se numește **cuplu de forțe**.

Exemplu:

Asupra unui volan acționează două forțe a căror sumă este nulă: $\vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 0$ ($F_1 = F_2 = F$).

$$M_{\text{cuplu}/\Delta} = M_{\vec{F}_1/\Delta} + M_{\vec{F}_2/\Delta} = F \cdot b$$

Momentul cuplului este egal cu produsul dintre modulul uneia dintre forțe și distanța dintre suporturile celor două forțe (brațul cuplului).

$$M_{\text{cuplu}} = F \cdot b$$

Alte exemple de cupluri de forțe: deschiderea unui robinet cu două brațe, folosirea unei chei pentru roată, rotirea ghidonului bicicletei etc.

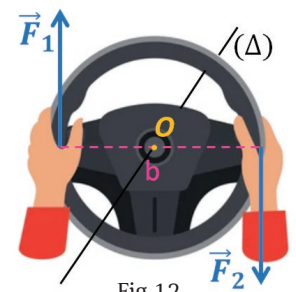


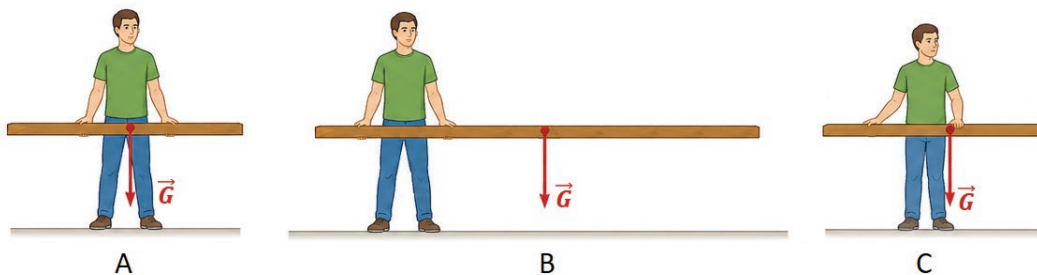
Fig.12



...verifică înțelegerea

1. Un pictor urcă pe o scară sprijinită de un perete. În ce situație este mai probabil ca scara să alunece: când pictorul este aproape de bază sau aproape de vârf? Explică.
2. În toate situațiile din figura 13 scândura este în echilibru. Precizează condițiile de echilibru static ale scândurii.
3. Un tânăr ține o scândură orizontală cu ambele mâini, ca în figura 13.A. Forțele din mâini sunt egale. Justifică răspunsul.
4. Pentru figura 13.B, reprezintă forțele care acționează asupra scândurii și explică de ce poate exista echilibru chiar dacă o mână apasă în jos, iar cealaltă acționează în sus.
5. În figura 13.C, scândura este ținută cu mâna dreaptă aproape de capăt, iar cu mâna stângă mai spre interior. Care forță este mai mare? De ce?

Fig. 13



6. Explică, fără calcul, de ce o ladă împinsă lateral de sus se poate răsturna mai ușor decât una împinsă aproape de bază. Ce rol are brațul forței?
- 7*. Este posibil ca o scară să stea sprijinită de un perete rugos, dacă podeaua este complet fără frecare?

Centru de greutate. Echilibrul în câmp gravitațional

A. CENTRU DE GREUTATE

...provocare

Când ții un pachet mai aproape de corp îți este mai ușor, cu brațul întins susținerea devine dificilă. De ce?

Un obiect poate avea centrul de greutate într-un punct exterior lui?

În studiul echilibrului corpurilor, una dintre forțele esențiale este greutatea. De exemplu, un pachet este mai greu de susținut cu brațul întins decât aproape de corp, deoarece efectul greutății depinde atât de mărimea ei, cât și de poziția punctului de aplicație. Deși greutatea este distribuită în întregul corp, efectul ei asupra echilibrului poate fi echivalat cu acțiunea unei singure forțe aplicate într-un punct determinat. Acest punct se numește **centrul de greutate**.

Centrul de greutate este punctul în care se poate considera concentrată întreaga greutate a corpului, fără a modifica efectul acesteia asupra echilibrului. În continuare, vom studia metode de determinare a poziției centrului de greutate.

...situație problemă

Metoda analitică de determinare a centrului de greutate a unor corpuri sau sisteme de corpuri particulare

Un elev încearcă să echilibreze un pix sprijinindu-l pe un deget plasat la mijlocul său. Observă că pixul nu rămâne în echilibru și este nevoit să deplaseze degetul spre unul dintre capete până când obține echilibrul.

- De ce nu se realizează echilibrul atunci când pixul este sprijinit la mijloc?
- De ce trebuie deplasat punctul de sprijin?
- Cum putem determina poziția exactă a punctului de echilibru?

Pixul nu este un corp uniform: masa sa nu este distribuită uniform (de exemplu, partea cu mecanismul de scriere are greutatea mai mare). Pentru a studia situația, modelăm pixul ca fiind alcătuit din două părți (fig.1) fiecare având masa:

- m_1 , situată la poziția x_1 ;
- m_2 , situată la poziția x_2 .

Fie x_G poziția punctului în care pixul este în echilibru (poziția centrului de greutate). Pentru ca pixul să fie în echilibru, suma momentelor forțelor față de punctul de sprijin trebuie să fie nulă:

$$m_1 g (x_G - x_1) = m_2 g (x_2 - x_G)$$

Simplificăm g și obținem: $m_1 x_G - m_1 x_1 = m_2 x_2 - m_2 x_G$; $x_G (m_1 + m_2) = m_1 x_1 + m_2 x_2$;

$$x_G = \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2}{m_1 + m_2} \quad (1)$$

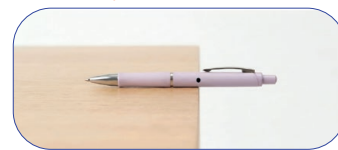
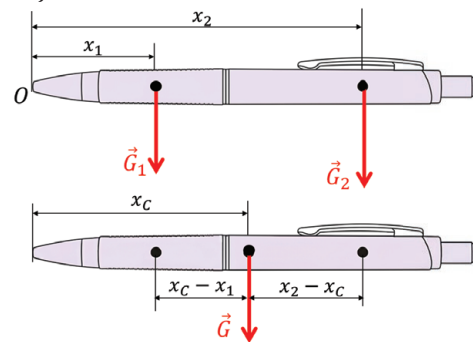
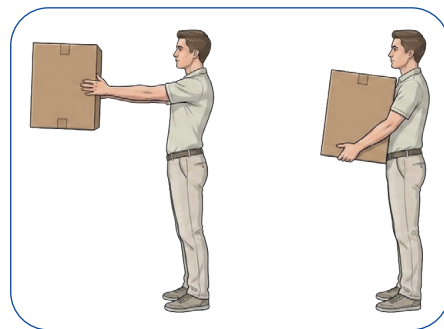
Considerăm pixul un sistem format din două părți cu mase diferite: masa $m_1 = 9,6$ g, situată la $x_1 = 5$ cm de vârf și masa $m_2 = 14,4$ g, situată la $x_2 = 12$ cm de vârf.

- Care este poziția centrului de greutate, x_G , față de vârf?

$$x_G = \frac{9,6 \text{ g} \cdot 5 \text{ cm} + 14,4 \text{ g} \cdot 12 \text{ cm}}{9,6 \text{ g} + 14,4 \text{ g}} = 9,2 \text{ cm}$$

- Care este distanța minimă față de vârf la care trebuie sprijinit pixul pe marginea unei mese pentru a nu cădea?

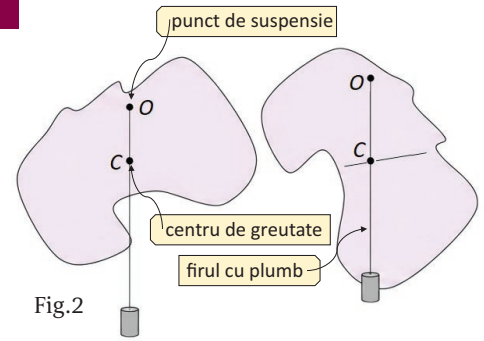
La limita echilibrului, punctul de sprijin coincide cu centrul de greutate, deoarece în acest punct momentul total al forțelor de greutate este nul. Deci, *distanța minimă* de la vârf la marginea mesei este egală cu poziția centrului de greutate, adică **9,2 cm**.



...experiment

Metoda geometrică de determinare a centrului de greutate a corpurilor, plăcilor neomogene de orice formă, constă în următoarele:

- Se suspendă placa în cel puțin două puncte (punctul de suspensie O).
- Se trasează pe corp, în fiecare caz, verticalele ce trec prin punctele de suspensie.
- Centrul de greutate, C , se află la intersecția celor două verticale.



...problemă rezolvată

Într-un atelier, se proiectează o flanșă (placă metalică circulară) de rază $R = 15$ cm. Pentru a permite trecerea unei conducte prin aceasta, trebuie tăiat un orificiu circular de rază $r = 5$ cm.

a) Știind că axul conductei (centrul orificiului) este plasat la o distanță $d = 8$ cm față de centrul flanșei, determină noua poziție a centrului de greutate, x_c , după îndepărtarea materialului.

b) Calculează unde se va muta centrul de greutate dacă orificiul este tăiat aproape de margine, astfel încât acesta să „atingă” interior marginea plăcii mari (discuri tangente interior).

Metoda „masei negative” de determinare a centrului de greutate

Rezolvare:

$$R = 15 \text{ cm};$$

$$r = 5 \text{ cm};$$

$$d = 8 \text{ cm};$$

$$\text{a) } x_c = ?$$

$$\text{b) } x'_c = ?$$

a) Alegem sistemul de coordonate ca în figura 3:

$$x_1 = 0; \quad x_2 = d; \quad y_1 = 0; \quad y_2 = 0;$$

• Deoarece placa este omogenă și de aceeași grosime, masa ei ($m = \rho Sh$), este proporțională cu aria:

$$m_1 = k \cdot S_1 = k \cdot \pi R^2, \text{ iar masa eliminată este } m_2 = k \cdot S_2 = k \cdot \pi r^2.$$

• Aplicăm metoda masei negative, considerând golul (partea eliminată) ca o „greutate negativă” care trage centrul de greutate în sens opus:

$$x_c = \frac{(m_1 x_1 + m_2 x_2) \cdot g}{(m_1 + m_2) \cdot g} = \frac{k\pi R^2 \cdot 0 - k\pi r^2 \cdot d}{k\pi R^2 - k\pi r^2} = -\frac{r^2 \cdot d}{R^2 - r^2} = -\frac{5^2 \text{ cm}^2 \cdot 8 \text{ cm}}{(15^2 - 5^2) \text{ cm}^2} = \frac{200 \text{ cm}}{200} = -1 \text{ cm}$$

$$y_c = 0.$$

Semnul minus indică faptul că noul centru de greutate va fi poziționat în stânga lui O_1 (centrul plăcii pline).

b) Atunci când orificiul este tăiat mai aproape de marginea flanșei, centrul său se află la o distanță: $d = R - r$.

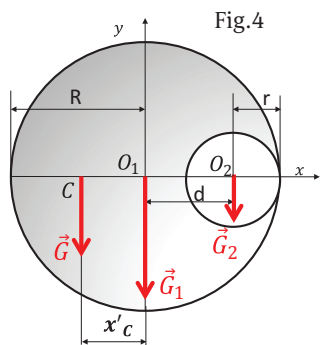
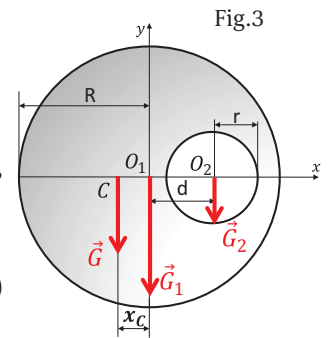
Înlocuind în relația găsită la punctul a), se obține:

$$x'_c = \frac{r^2 \cdot (R - r)}{R^2 - r^2} = \frac{r^2 \cdot (R - r)}{(R + r) \cdot (R - r)} \Rightarrow x'_c = \frac{5^2 \text{ cm}^2}{15 \text{ cm} + 5 \text{ cm}} = \frac{25 \text{ cm}^2}{20 \text{ cm}} = -1,25 \text{ cm};$$

$$y'_c = 0$$

În acest caz, centrul de greutate este poziționat în stânga lui O_1 , dar mai departe cu 0,25 cm față de primul caz.

Observație: Dacă piesa se rotește rapid (de exemplu cu 1 000 rotații/min), faptul că centrul de greutate nu mai coincide cu axul de rotație creează un **dezechilibru**. Masa deplasată va genera forțe centrifuge care „trag” de ax, provocând vibrații ce pot distruge rulmenții. Calculul de mai sus este util deoarece s-ar putea adăuga contragreutăți în partea opusă.



...reține

Orice corp poate fi considerat ca fiind alcătuit dintr-un număr foarte mare de particule mici, de mase $m_1, m_2, \dots, m_n$, având greutatea $\vec{G}_1, \vec{G}_2, \dots, \vec{G}_n$.

Centrul de greutate, C, este punctul de aplicație al rezultantei forțelor de greutate paralele care acționează asupra tuturor particulelor componente ale unui corp.

Centrul de masă depinde doar de distribuția materiei, în timp ce centrul de greutate depinde și de uniformitatea câmpului gravitațional. În câmp gravitațional uniform, centrul de greutate coincide cu centrul de masă al sistemului.

În general, (vezi figurile de mai jos), un corp omogen:

- are un centru de simetrie, centrul de greutate se află în acel centru de simetrie;
- are o axă de simetrie, centrul de greutate se află pe axa de simetrie (fig.6.b);
- are mai multe axe de simetrie, centrul de greutate se va afla la intersecția acestor axe (fig.6.a);
- are un plan de simetrie, centrul de greutate se află în acel plan de simetrie (fig.6.c).

Deși este punctul în care se consideră concentrată întreaga greutate, centrul de greutate poate fi situat în afara corpului (de exemplu, cazul potcoavei sau al unui inel (fig.6.d)). Pentru ca un corp să fie în echilibru sub acțiunea greutății sale, centrul de greutate trebuie să se afle pe aceeași verticală cu punctul de susținere (sprijin sau suspensie). Acest lucru asigură că greutatea și reacțiunea normală a planului (sau tensiunea din fir) sunt coliniare, anulându-se reciproc și eliminând orice moment al forței care ar putea roti corpul.

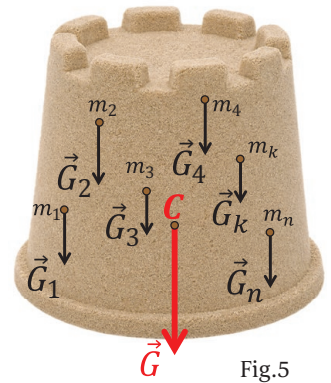
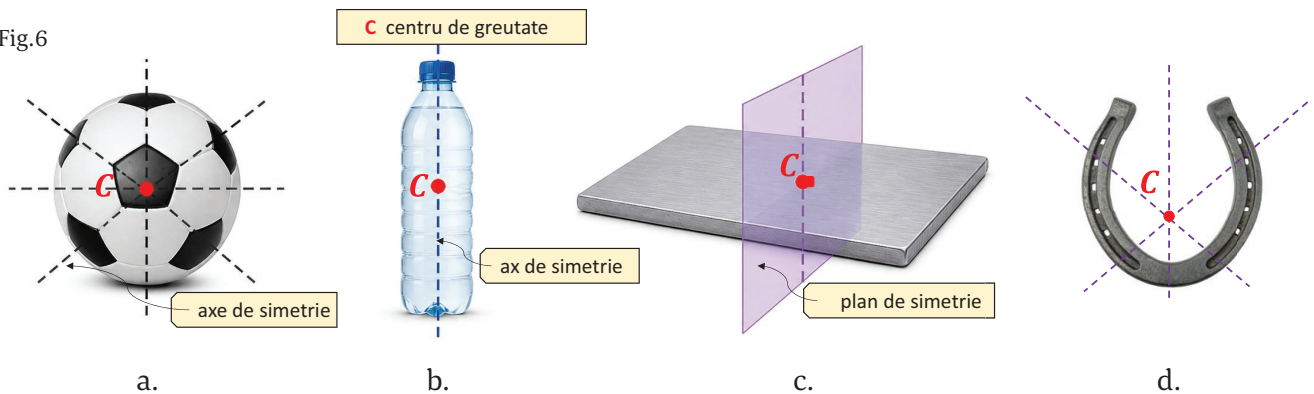


Fig.5

Fig.6



Centrul de greutate al unui corp se poate considera un sistem de puncte materiale cu greutatea $\vec{G}_1, \vec{G}_2, \dots, \vec{G}_n$, ale căror coordonate $(x_1, y_1), (x_2, y_2), \dots, (x_n, y_n)$, sunt cunoscute, atunci acesta va avea coordonatele:

$$x_c = \frac{G_1 x_1 + G_2 x_2 + \dots + G_n x_n}{G_1 + G_2 + \dots + G_i} = \frac{\sum G_i x_i}{\sum G_i} \quad (2)$$

$$y_c = \frac{G_1 y_1 + G_2 y_2 + \dots + G_n y_n}{G_1 + G_2 + \dots + G_i} = \frac{\sum G_i y_i}{\sum G_i} \quad (3)$$

B. ECHILIBRUL ÎN CÂMP GRAVITAȚIONAL

...experiment

În situația problemă de mai sus, am stabilit că dacă sprijinim pixul pe marginea mesei, în dreptul centrului de greutate, el stă la limita echilibrului. Dar ce se întâmplă dacă încercăm să-l echilibrăm în moduri diferite? Iată trei situații folosind același pix:

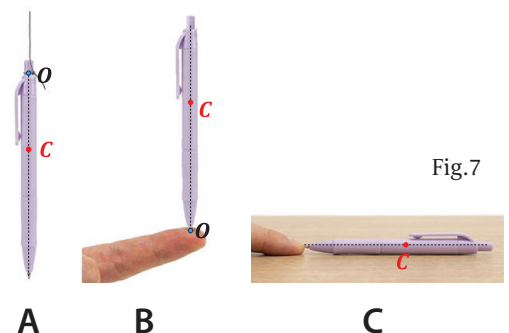


Fig.7

Situația	Experiment	Constatare	Poziția centrului de greutate
A	Suspendarea pixului de un fir legat de capătul de sus	Mișcat, revine singur la verticală.	Centrul de greutate C este sub punctul de suspensie O
B	Sprijinirea pixului pe vârf, pe deget	Cade la cea mai mică vibrație.	Centrul de greutate C este deasupra punctului de suspensie O
C	Împingerea ușoară a pixului așezat orizontal pe masă	Rămâne în noua poziție fără să tindă să se miște singur.	Centrul de greutate C rămâne la aceeași înălțime

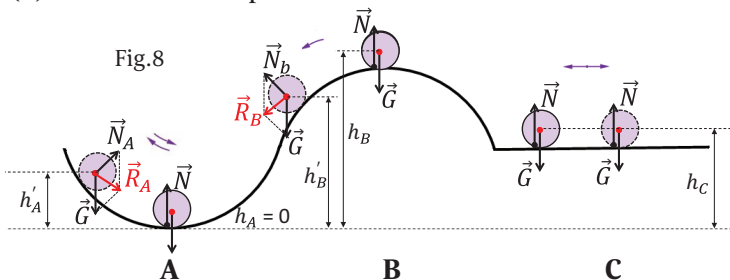
...reține

Un corp este în echilibru când rezultanta forțelor și momentelor forțelor sunt nule. Totuși, tipul de echilibru depinde de ce se întâmplă cu centrul de greutate (C) atunci când corpul este scos din această stare.



Tipuri de echilibre și energia potențială

Considerăm o bilă așezată pe o suprafață care poate fi concavă, convexă sau plană. Scoatem bila din poziția de echilibru (fig.8) și analizăm cele trei situații A, B și C de echilibru: stabil, instabil și indiferent.



Corpul este scos puțin din starea de echilibru	Situația A. ECHILIBRU STABIL	Situația B. ECHILIBRU INSTABIL	Situația C. ECHILIBRU INDIFERENT
Comportamentul corpului la deplasări mici	Corpul revine singur la starea de echilibru	Corpul se îndepărtează de poziția inițială	Corpul rămâne în echilibru în noua stare
Înălțimea până la nivelul de referință	$h'_A > h_A$, crește	$h'_B < h_B$, scade	$h_C = \text{constant}$
Energia potențială a sistemului corp-Pământ	crește	scade	rămâne constantă
Deplasarea centrului de greutate	C urcă, rezultanta determină revenirea corpului din poziția de echilibru	C coboară, rezultanta determină depărtarea corpului din poziția de echilibru	C rămâne la același nivel, corpul este în echilibru, $\vec{R} = 0$



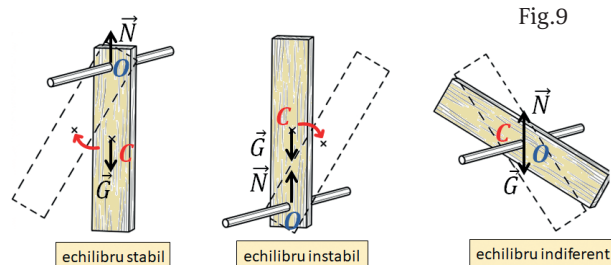
În analiza echilibrului corpurilor pe baze energetice avem în vedere că valoarea energiei potențiale a corpurilor este funcție de înălțimea centrului lor de greutate față de nivelul luat ca referință ($E_p = mgh$). Cu cât centrul de greutate este mai sus, cu atât energia potențială a corpului este mai mare, iar corpul este ușor de răsturnat.

De ce o jucărie Hoppa-Mitică revine mereu în poziție verticală, indiferent cât de tare o lovim? Jucăria are un lest (o greutate mare la bază) care face ca centrul de greutate C să fie extrem de jos. Oricum am înclina jucăria, C urcă, deci energia potențială crește. Sistemul tinde mereu spre **minimul energiei potențiale**, adică poziția verticală.

Echilibrul solidului rigid suspendat

Un solid rigid suspendat într-un punct O se află în echilibru atunci când rezultanta forțelor care acționează asupra sa este nulă.

În cazul unei rigle, forțele implicate sunt greutatea $\vec{G}$ (aplicată în centrul de greutate C) și reacțiunea normală $\vec{N}$ din punctul de suspensie O .



Echilibrul se realizează atunci când cele două forțe sunt pe aceeași verticală. Stabilitatea acestuia depinde de poziția relativă a punctului de suspensie O față de centrul de greutate C :

	Echilibru stabil	Echilibru instabil	Echilibru indiferent
Poziția punctului de suspensie (O) față de centrul de greutate (C)	O este situat deasupra lui C	O este situat dedesubtul lui C	O coincide cu C
Starea energiei potențiale (E_p)	Minimă	Maximă	Constantă
Comportamentul solidului la deplasări mici, sub acțiunea cuplului de forțe $\vec{G}$ și $\vec{N}$	Solidul revine la poziția inițială	Solidul se îndepărtează și mai mult de poziția inițială	Solidul rămâne în echilibru în orice poziție

Echilibrul solidului care are o bază de sprijin. Stabilitatea

Pentru ca un corp așezat pe o suprafață orizontală să se afle în echilibru, nu este suficient ca rezultanta forțelor să fie nulă. Un aspect critic este **stabilitatea** acestuia față de răsturnare.

Condiția de stabilitate. Un corp aflat pe o suprafață de sprijin rămâne în echilibru atâta timp cât **verticala coborâtă din centrul de greutate cade în interiorul bazei de sprijin**.

Baza de sprijin reprezintă poligonul convex determinat de punctele de contact ale corpului cu solul (în cazul unui automobil, suprafața delimitată de cele patru roți).

Exemplu: Pentru un om care stă în picioare, baza de susținere este suprafața delimitată de conturul exterior al tălpilei. Folosirea unor cârje mărește considerabil baza de sprijin (devine trapezul format de tălpile picioarelor și urmele cârjelor (fig.10).

În figura 11 sunt prezentate condițiile mecanice necesare pentru menținerea echilibrului unui vehicul în funcție de poziția centrului de greutate. Limita de stabilitate reprezintă punctul critic în care verticala greutății trece exact prin marginea bazei de sprijin (punctul de rotație), iar aici echilibrul devine instabil. Răsturnarea apare imediat ce verticala greutății părăsește baza de sprijin, generând un moment al forței care răstoarnă vehiculul.

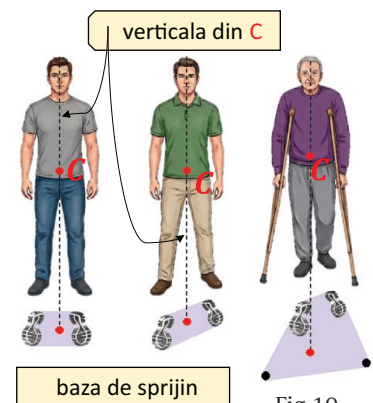
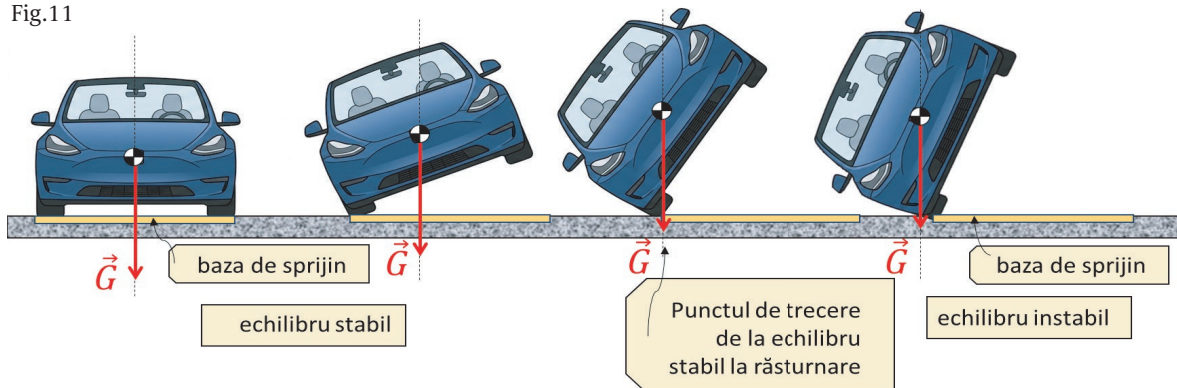


Fig. 10

Fig. 11



...problemă rezolvată

Un SUV (Sport Utility Vehicle) are ecartamentul (distanța dintre roți) $a = 1,6 \text{ m}$ și înălțimea centrului de greutate $h = 0,8 \text{ m}$. Calculează unghiul maxim de înclinare laterală, $\alpha_{\max}$, la care mașina rămâne stabilă pe roți. Ce se întâmplă dacă încarcăm bagaje pe portbagajul de sus, urcând centrul de greutate la $H = 1,2 \text{ m}$?

Rezolvare:

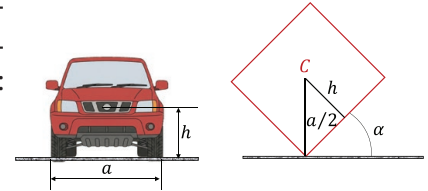
$$\begin{aligned} a &= 1,6 \text{ m} \\ h &= 0,8 \text{ m} \\ H &= 1,2 \text{ m} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \alpha &= ? \\ \beta &= ? \end{aligned}$$

• Unghiul $\alpha_{\max}$ este valoarea limită până la care vehiculul rămâne stabil pe roți. Această limită de răsturnare este atinsă atunci când verticala din centrul de greutate C trece exact prin punctul de rotație:

Se calculează tangenta unghiului: $\tan \alpha = \frac{a/2}{h} = \frac{0,8 \text{ m}}{0,8 \text{ m}} = 1 \Rightarrow \alpha = 45^\circ$

Cu bagaje: $\tan \beta = \frac{a/2}{H} = \frac{0,8 \text{ m}}{1,2 \text{ m}} = \frac{2}{3} \approx 0,66 \Rightarrow \beta \approx 33,7^\circ$.



Concluzie: Cu cât centrul de greutate este mai jos și baza este mai lată, cu atât unghiul la care corpul se răstoarnă este mai mare, deci *stabilitatea este sporită*.

...verifică înțelegerea

1. Dacă am tăia o mică porțiune (un arc) dintr-un inel omogen, crezi că centrul de greutate, care se află în centrul gol al acestuia, rămâne în același loc sau se deplasează? În ce sens?
2. Dacă în discul gol (vezi problema rezolvată – metoda „masei negative”) am adăuga o placă suplimentară (mai grea) exact peste acea zonă fără material, în ce sens s-ar deplasa centrul de greutate al întregului sistem față de centrul inițial?
3. Pentru o placă omogenă în formă de L cu brațe egale, determină prin desen poziția centrului de greutate (C). Identifică intersecția dintre axa de simetrie a figurii și dreapta care unește centrele de greutate ale celor două brațe dreptunghiulare componente. Se află punctul C în interiorul sau în afara materialului plăcii? Identifică dacă C se află pe axa de simetrie.
4. De ce mașinile de Formula 1 sunt foarte joase, iar autobuzele supraetajate au motorul montat sub podea?
5. De ce excursioniștii folosesc uneori un băț de trekking, atunci când vântul suflă puternic din lateral?

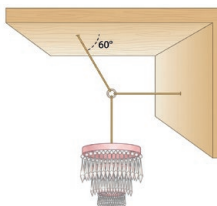
PROBLEME PROPUSE

În toate problemele se consideră $g = 10 \text{ N/kg}$.

Se neglijează masele cablurilor și ale scripetelor, iar corpurile sunt considerate rigide.

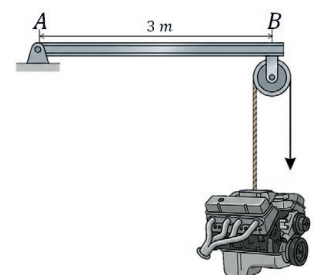
1. Brațul pedalier al unei biciclete are lungimea $R = 17 \text{ cm}$. Un biciclist apasă vertical pe pedală cu o forță $F = 600 \text{ N}$. Calculează momentul forței față de axul pedalier în următoarele situații:
 - a. Brațul pedalier este orizontal.
 - b. Brațul pedalier face un unghi de 30° cu orizontala.
 - c. Care este poziția pedalei în care momentul forței este nul? Explică de ce acest lucru este numit „punctul mort” în mecanică.

2. Un candelabru cu masa $m = 12 \text{ kg}$ este suspendat folosind un sistem de cabluri inextensibile, ca în figură. Unul dintre cabluri este fixat de tavan sub un unghi $\alpha = 60^\circ$



față de orizontală, iar celălalt este ancorat orizontal de un perete lateral.

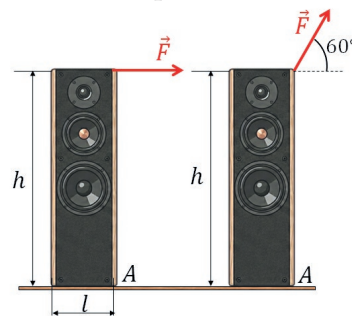
- a. Determină tensiunea T_1 din cablul oblic fixat de tavan.
 - b. Determină tensiunea T_2 din cablul orizontal.
 - c. Cablul oblic poate suporta cel mult 250 N . Determină masa maximă $m_{\max}$ a candelabru-lui, pentru care tensiunea din acest cablu nu depășește această valoare.
3. O grindă orizontală de masă neglijabilă, cu lungimea $L = 3 \text{ m}$, este fixată la capătul A printr-o articulație. La celălalt capăt, B, este montat un scripete fix prin care trece un cablu. Un capăt al cablului susține o sarcină de 600 N , iar celălalt capăt este tras vertical în jos de un operator.



- a. Reprezintă toate forțele care acționează asupra grinzii în punctul B.
 - b. Calculează forța cu care scripetele apasă pe capătul B al grinzii.
 - c. Ce forță verticală de susținere trebuie aplicată la mijlocul grinzii, pentru a menține sistemul în echilibru?
4. O echipă de specialiști din domeniul feroviar analizează datele furnizate de senzorii de sarcină instalați pe pilonii unui pod cu lungimea $L = 20$ m. Podul, având greutatea $G = 400$ kN distribuită uniform, este traversat de o locomotivă cu greutatea de 1 200 kN. În momentul în care locomotiva se oprește într-o poziție de așteptare, senzorul montat pe pilonul de susținere din punctul A indică o forță de apăsare de 1 100 kN, egală ca mărime cu reacțiunea pilonului asupra podului.
- a. Reprezintă diagrama corpului liber (DLC).
 - b. Calculează forța de apăsare indicată de pilonul de la capătul opus al podului.
 - c. Determină distanța x , măsurată față de pilonul A, la care s-a oprit locomotiva.
5. O boxă audio de tip „tower” are masa $m = 10$ kg și forma unei paralelipiped cu baza pătrată de latură $l = 20$ cm și înălțimea $h = 1$ m.



- a. Calculează valoarea minimă a forței care, aplicată pe latura superioară a boxei, determină răsturnarea acesteia.
- b. Calculează valoarea minimă a unei forțe aplicate în colțul superior al boxei, sub un unghi $\alpha = 60^\circ$ față de orizontală, care poate produce răsturnarea.
- c. La baza boxei se montează o placă metalică subțire, cu masa $m_1 = 10$ kg, considerată lipită de baza boxei. Determină înălțimea noului centru de greutate al sistemului format din boxă și placa metalică.



6. Un designer vrea să suspende un panou publicitar de formă pătrată, cu latura $L = 60$ cm. Pentru un efect vizual, se decupează un triunghi isoscel cu baza pe întreaga latură dreaptă a pătratului și cu vârful în centrul pătratului.
- a. Determină poziția noului centru de greutate al panoului față de centrul inițial, știind că vârful triunghiului se află la 30 cm de marginea dreaptă.
 - b. Explică de ce panoul nu va mai sta drept dacă este suspendat de mijlocul laturii superioare.

TEST DE EVALUARE

I. (1p) Citește următoarele enunțuri. Dacă apreciezi că enunțul este adevărat, scrie litera A în dreptul cifrei. Dacă apreciezi că este fals, scrie litera F.

1. Un șofer împinge volanul pe direcția unei raze, spre centrul volanului. Volanul nu se rotește, deoarece momentul forței față de axa de rotație este nul.	
2. O lampă suspendată se află în echilibru stabil dacă centrul de greutate este situat sub punctul de suspensie.	
3. Un tablou rămâne în repaus deoarece suma momentelor forțelor este nulă; aceasta este condiția de echilibru de translație.	
4. Un autobuz cu centrul de greutate mai jos este mai stabil în timpul virajelor.	

II. (2p) Încercuiește litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- A. O cheie fixă este folosită pentru a desface un șurub ruginit. Pentru a maximiza efectul forței (momentul forței), cel mai eficient este:
- a. să aplicăm forța cât mai aproape de șurub;
 - b. să tragem de cheie în lungul mânerului acesteia;
 - c. să folosim o prelungire (țeavă) pentru a mări brațul forței;
 - d. să apăsăm pe cheie sub un unghi de 10° față de mâner.
- B. O jucărie „Hopa-Mitică” revine mereu la poziția verticală după ce este lovită, deoarece se află în:
- a. echilibru instabil;
 - b. echilibru stabil;
 - c. echilibru indiferent;
 - d. echilibru de translație accelerată.



III. (2p) Completează spațiile libere pentru a conferi corectitudine științifică enunțului:

În timpul unui viraj, un autobuz rămâne stabil dacă verticala coborâtă din cade în interiorul Dacă autobuzul se înclină prea mult și această verticală iese în afara bazei sale, autobuzul se poate Pentru a-i crește stabilitatea, constructorii aleg un ecartament cât mai

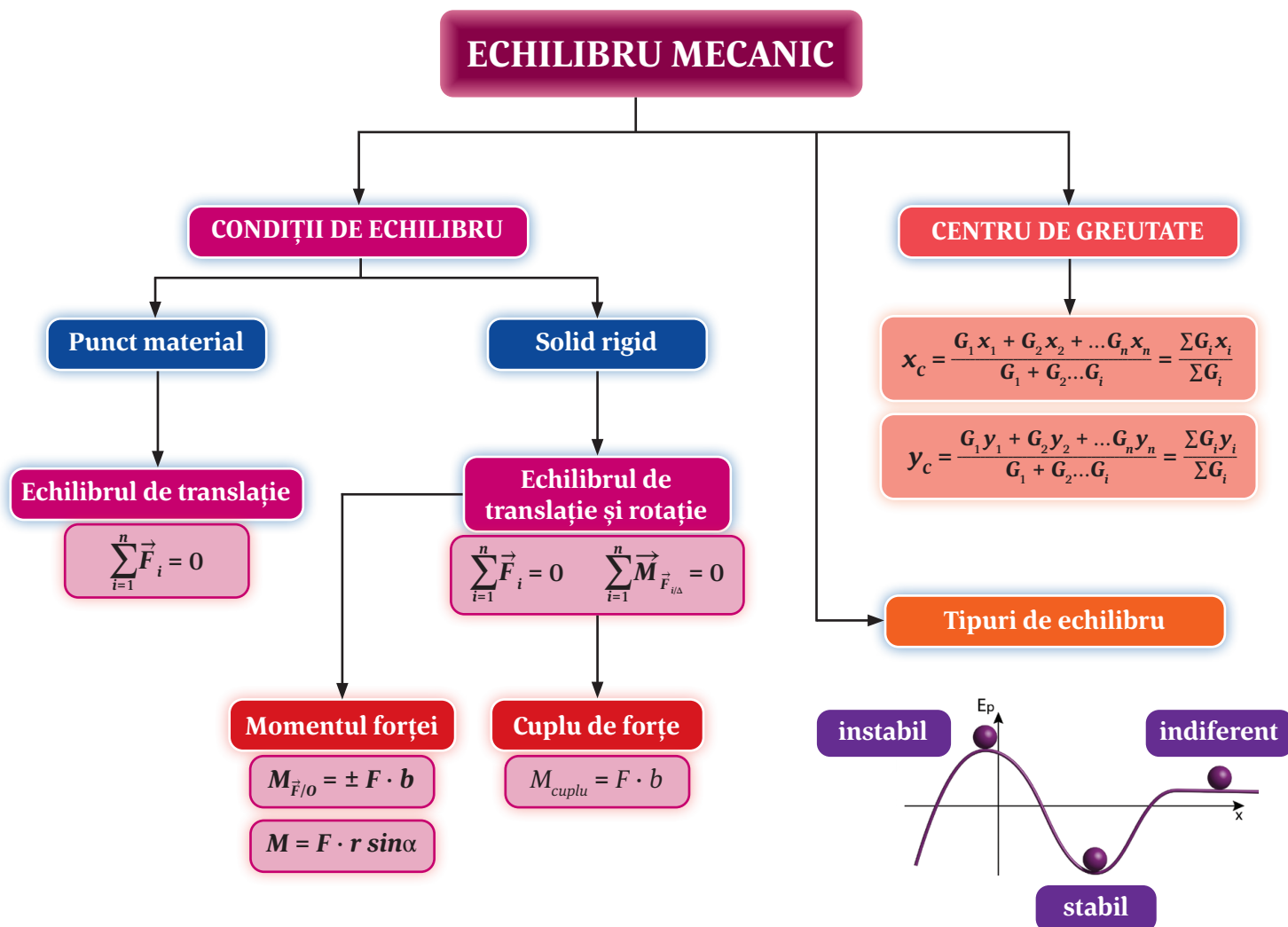
IV. (4p) Rezolvă următoarea problemă:

Pe un șantier, o scândură uniformă cu lungimea $L = 8$ m și masa $M = 60$ kg este așezată simetric pe două suporturi aflate la distanța $D = 2$ m unul de altul (fiecare suport fiind la 1 m de centrul scândurii). Se consideră $g = 10$ m/s².

- Calculează masa maximă $m_{\max}$ a unei persoane care, stând la 3 m de centrul scândurii, în partea dreaptă, nu provoacă răsturnarea acesteia.
- Codruț, având masa $m = 60$ kg, urcă pe scândură. Determină distanța maximă $x_{\max}$ față de centrul scândurii, la care se poate deplasa înainte ca sistemul să pivoteze în jurul suportului drept (să se ridice de pe suportul din stânga).
- Când Codruț ($m = 60$ kg) se află în poziția calculată anterior, determină valorile reacțiunilor normale N_1 și N_2 .
- Dacă distanța dintre suporturi se mărește la $D' = 4$ m, suporturile fiind simetrice față de centru, calculează noua limită de răsturnare $y_{\max}$ pentru Codruț.

Se acordă 1 punct din oficiu.

HARTĂ CONCEPTUALĂ





6

TEMĂ INTEGRATOARE

În fiecare zi, milioane de oameni circulă pe drumurile publice: ca pietoni, bicicliști, pasageri sau șoferi. De cele mai multe ori, deplasarea pare ceva obișnuit. Fiecare frânare, viraj sau oprire poate fi explicată cu ajutorul unor legi simple ale mișcării și interacțiunii dintre corpuri.

Elemente de siguranță rutieră

Timp de reacție.

Distanță de frânare, distanță de oprire

...provocare



Un șofer declară după un accident rutier: „Am frânat imediat!”.
Și totuși, mașina nu s-a oprit la timp. Dacă frânarea a fost imediată, de ce oprirea nu a fost imediată?



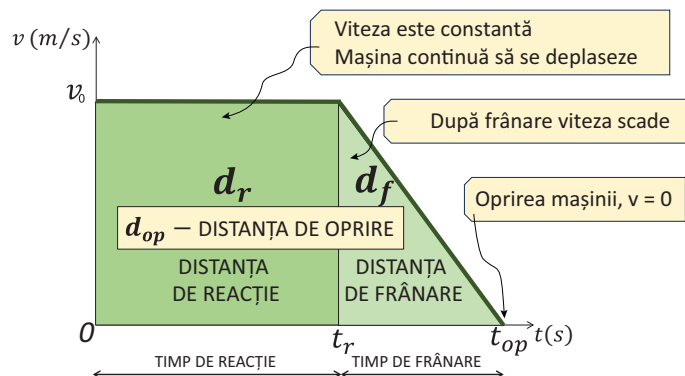
...studiu de caz

Într-o zonă urbană, un șofer circulă atent. O minge apare brusc pe carosabil, urmată de un copil care aleargă după ea. Șoferul observă pericolul, are nevoie de o fracțiune de secundă pentru a reacționa, apoi apasă pedala de frână. Chiar și după apăsarea frânei, autoturismul mai parcurge o distanță până la oprirea completă.

Dacă șoferul a reacționat imediat, de ce autoturismul nu s-a oprit în același moment?

Oprirea nu este un moment, ci un proces. Ea începe când șoferul observă pericolul și se încheie când mașina ajunge la viteza zero. Procesul poate fi descris prin reprezentarea grafică a vitezei mașinii în funcție de timp atunci când se oprește rapid (vezi graficul alăturat):

Distanța totală de oprire, d_{op} , se poate împărți în două: distanța de reacție, d_r , și distanța de frânare, d_f :



Distanța de reacție d_r este distanța parcursă de vehicul din momentul în care șoferul observă obstacolul și momentul apăsării șoferului pe frână.

Timpul de reacție, t_r (timpul de percepție + timpul de răspuns motor), reprezintă intervalul de timp dintre momentul observării unui potențial pericol și momentul în care șoferul începe să acționeze frâna.

În timpul de reacție, t_r , necesar șoferului pentru a apăsa pe frână, viteza mașinii este constantă. Distanța de reacție se poate calcula cu aria de sub grafic (aria dreptunghiului) în acest interval de timp:

$$\text{distanța de reacție (m)} \quad d_r = v_0 \cdot t_r \quad (1)$$

viteza inițială a vehiculului ($\frac{m}{s}$)

timpul de reacție (s)

Distanța de frânare, d_f , este distanța parcursă de vehicul după frânare până la oprirea lui completă.

Imediat ce acționează frânele, vehiculul încetinește până la oprire. Aria de sub grafic (aria triunghiului) în acest timp ($t_f = t_{op} - t_r$) reprezintă distanța de frânare:

$$\text{distanța de frânare (m)} \quad d_f = \frac{v_0 \cdot t_f}{2} \quad (2)$$

viteza inițială a vehiculului (m/s)

timpul de frânare (s)

Timpul de frânare, t_f , este intervalul de timp cuprins între momentul în care șoferul apasă pe frână și până când mașina se oprește complet.

Din studiul mișcării uniform variate (mișcare încetinită) știm că timpul de frânare: $t_f = \frac{v_0}{|a|}$ (3). Înlocuind ecuația (3) în (2) se obține: $d_f = \frac{v_0^2}{2|a|}$ (4)

Distanța totală de oprire, d_{op} , este distanța totală parcursă de vehicul din momentul observării pericolului până la oprirea completă a acestuia.

Distanța totală de oprire este suma distanței de reacție și a distanței de frânare:

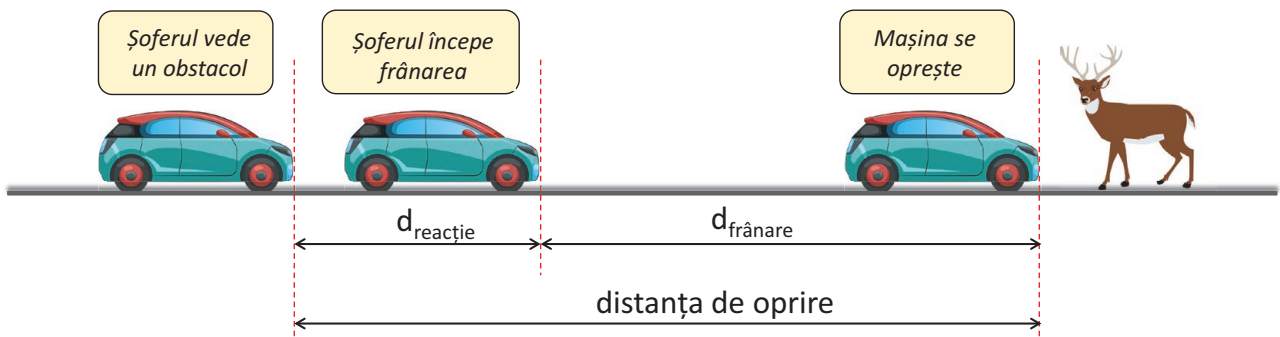
$$d_{op} = d_r + d_f \quad (5)$$

distanța totală de oprire (m)
distanța de frânare (m)
distanța de reacție (m)

Revenind la situația inițială, din graficul anterior observăm că viteza nu scade brusc la zero, ci descrește progresiv, așadar oprirea necesită un interval de timp și o distanță determinată de valoarea inițială a vitezei.

...de reținut

Procesul opririi unui autoturism nu este instantaneu. Între observarea unui pericol și oprirea completă a vehiculului există două etape importante: reacția șoferului și frânarea.



Distanța totală de oprire include atât distanța parcursă în timpul reacției șoferului, cât și distanța parcursă în timpul frânării.

Distanța de reacție crește dacă viteza vehiculului este mai mare sau dacă timpul de reacție (0,5 s – 2 s) al șoferului crește.

Factorii care influențează **distanța de reacție** sunt:

- viteza inițială a vehiculului (dublarea vitezei înseamnă dublarea distanței parcurse);
- consumul de alcool sau droguri;
- distrageri, de exemplu utilizarea telefonului mobil;
- oboseala.

În momentul în care șoferul apasă pe pedala de frână, mașina nu se oprește instantaneu.

Distanța de frânare poate fi determinată prin două metode: abordarea energetică și abordarea cinematică.

A. Abordarea energetică

Distanța de frânare este proporțională cu pătratul vitezei inițiale a vehiculului. Acest lucru se datorează faptului că energia cinetică a vehiculului este disipată prin forțe de frecare la frânare.

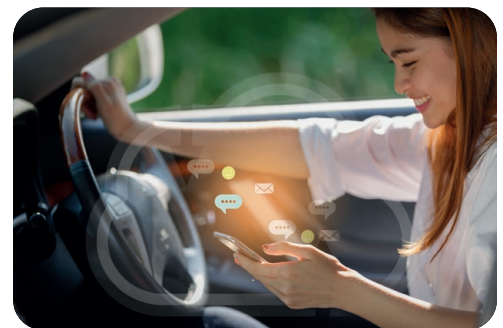


Fig. 1. Distanța de reacție mărită de distrageri

Pentru a afla distanța de frânare, se aplică teorema variației energiei cinetice:

$$\Delta E_c = L \quad (6)$$

$$0 - \frac{1}{2} m v_0^2 = -F_f \cdot d_f \quad (7)$$

De unde, rezultă:

$$d_f = \frac{m v_0^2}{2 F_f} \quad (8)$$

Diagrama de etichetare pentru ecuația (8):

- m : masa vehiculului (kg)
- v_0^2 : pătratul vitezei inițiale a vehiculului (m^2/s^2)
- d_f : distanța de frânare (m)
- F_f : forța de frecare la frânare (N)

B. Abordarea cinematică

Considerând mișcarea mașinii rectilinie și uniform încetinită, din condiția de oprire (ecuația lui Galilei) se poate determina viteza inițială a mașinii:

$$0 = v_0^2 + 2a d_p; \quad v_0^2 = 2|a| d_f \quad (9)$$

Într-un model simplificat, pe drum orizontal, dacă frânarea este limitată de aderența pneurilor la carosabil, accelerația de frânare poate fi aproximată prin

$$a \approx -\mu g \quad (10)$$

Din relațiile (9) și (10), distanța de frânare este de forma: $d_f = -\frac{v_0^2}{2a} = \frac{v_0^2}{2\mu g}$ (11)

Factorii care influențează **distanța de frânare** sunt:

- viteza inițială a vehiculului;
- starea carosabilului în funcție de vreme și anotimp (de exemplu, polei sau carosabil umed);
- eficiența sistemului de frânare;
- uzura și aderența anvelopelor mașinii.

Distanța totală de oprire se poate calcula, prin introducerea în expresia distanței de oprire (5), a relațiilor (1) și (11):

$$d_{op} = v_0 \cdot t_r + \frac{v_0^2}{2\mu g} \quad (12)$$

Diagrama de etichetare pentru ecuația (12):

- t_r : timp de reacție a șoferului (s)
- d_{op} : distanța totală de oprire (m)
- v_0 : viteza inițială (m/s)
- μ : coeficient de aderență dintre pneuri și carosabil (adimensional)

g – accelerația gravitațională ($g = 9,8 \text{ m/s}^2$).

Distanța de reacție crește proporțional cu viteza, dar distanța de frânare crește proporțional cu pătratul vitezei. De aceea, o creștere aparent mică a vitezei poate produce o creștere mare a distanței de oprire. Chiar dacă șoferul reacționează rapid, viteza mare face ca vehiculul să parcurgă mai mulți metri înainte de oprirea completă.



Fig. 2. Verificarea discurilor de frână

...problemă rezolvată

1. O elevă realizează un experiment de verificare a timpului de reacție: un coleg ține o riglă vertical și o lasă să cadă fără avertisment. Eleva trebuie să prindă rigla cât mai rapid. Ei măsoară lungimea riglei căzute până la prindere, ca fiind de 20 cm. Distanța parcursă de riglă în cădere liberă este dată de ecuația mișcării rectilinii uniform accelerate: $h = \frac{gt^2}{2}$, accelerația gravitațională este $g = 9,8 \text{ m/s}^2$.

- Care este timpul de reacție a elevei?
- Dacă un autoturism circulă cu viteza de 36 km/h (10 m/s) și șoferul ar avea același timp de reacție ca cel calculat în experiment, ce distanță ar parcurge autoturismul înainte să înceapă frânarea?



Rezolvare:

$$h = 20 \text{ cm}$$

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2$$

$$v = 10 \text{ m/s}$$

$$t_r = ?$$

$$d_r = ?$$

- Distanța parcursă de riglă în cădere se calculează cu ecuația mișcării rectilinii uniform accelerate:

$$h = \frac{gt_r^2}{2} \Rightarrow t_r = \sqrt{\frac{2h}{g}} = \sqrt{\frac{2 \cdot 0,2 \text{ m}}{9,8 \text{ m/s}^2}} \approx 0,2 \text{ s}$$

- Distanța parcursă de autoturism într-un interval de timp egal cu timpul de reacție este:

$$d_r = v \cdot t_r = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,2 \text{ s} = 2 \text{ m}$$

Eleva are un timp de reacție de aproximativ 0,2 s, ceea ce pentru un șofer, care se deplasează cu viteza de 36 km/h, înseamnă o distanță de reacție de 2 m. Experimentul cu rigla măsoară o reacție simplă. În trafic, timpul de reacție poate fi mai mare, deoarece șoferul trebuie să observe, să interpreteze pericolul, să decidă și să acționeze.

2. Un autoturism se deplasează pe o șosea rectilinie cu viteza constantă $v_0 = 72 \text{ km/h}$. La un moment dat, un obstacol apare brusc pe carosabil, la o distanță fixă $D = 50 \text{ m}$ în fața mașinii. Analizează următoarele două scenarii:

- Scenariul A (Șofer atent, carosabil uscat):** Șoferul reacționează rapid, având un timp de reacție $t_{r1} = 0,5 \text{ s}$, iar mașina frânează eficient cu o accelerație $a_1 = 5 \text{ m/s}^2$.
 - Scenariul B (Șofer distras de telefon, carosabil umed):** Din cauza neatenției, timpul de reacție crește la $t_{r2} = 0,9 \text{ s}$, iar aderența redusă a asfaltului ud limitează accelerația de frânare la $a_2 = 4 \text{ m/s}^2$.
- ▶ Determină distanța totală de oprire pentru ambele scenarii.
 - ▶ Stabilește în care dintre cele două cazuri automobilul reușește să evite impactul cu obstacolul.
 - ▶ În cazul în care are loc un impact, calculează viteza cu care vehiculul lovește obstacolul.

Rezolvare:

$$v_0 = 72 \text{ km/h}$$

$$D = 50 \text{ m}$$

$$t_{r1} = 0,5 \text{ s}$$

$$a_1 = 5 \text{ m/s}^2$$

$$t_{r2} = 0,9 \text{ s}$$

$$a_2 = 4 \text{ m/s}^2$$

$$d_{op1} = ?$$

$$d_{op2} = ?$$

$$v_{impact} = ?$$

Scenariul A (Șofer atent, carosabil uscat):

- Distanța de reacție d_{r1} reprezintă distanța parcursă în mișcare rectilinie uniformă în timpul t_{r1} : $d_{r1} = v_0 \cdot t_{r1} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,5 \text{ s} = 10 \text{ m}$

- Distanța de frânare d_{f1} se obține din ecuația lui Galilei pentru mișcarea uniform încetinită până la oprirea completă ($v = 0$):

$$0 = v_0^2 - 2 \cdot a_1 \cdot d_{f1} \Rightarrow d_{f1} = \frac{v_0^2}{2 \cdot a_1} = \frac{20^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 5 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 40 \text{ m}$$

- Distanța totală de oprire d_{op1} : $d_{op1} = d_{r1} + d_{f1} = 10 \text{ m} + 40 \text{ m} = 50 \text{ m}$

Deoarece $d_{op1} = D = 50 \text{ m}$, autoturismul se oprește exact în fața obstacolului. În realitate, o asemenea situație nu este sigură, deoarece orice întârziere sau reducere a aderenței ar produce impactul.

Scenariul B (Șofer distras, drum umed)

$$\text{Distanța de reacție } d_{r2}: d_{r2} = v_0 \cdot t_{r2} = 20 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot 0,9 \text{ s} = 18 \text{ m}$$

$$\text{Distanța de frânare } d_{f2}: d_{f2} = \frac{v_0^2}{2 \cdot a_2} = \frac{20^2 \frac{\text{m}^2}{\text{s}^2}}{2 \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}} = 50 \text{ m}$$

- Distanța totală de oprire d_{op2} : $d_{op2} = d_{r2} + d_{f2} = 18 \text{ m} + 50 \text{ m} = 68 \text{ m}$

Deoarece $d_{op2} > D$, mașina nu are spațiu suficient și va lovi obstacolul.

- Pentru a afla viteza în momentul impactului, trebuie să calculăm ce distanță reală de frânare d_{real} are la dispoziție vehiculul până la poziția obstacolului:

$$d_{real} = D - d_{r2} = 50 \text{ m} - 18 \text{ m} = 32 \text{ m}$$

- Aplicăm ecuația lui Galilei pentru această distanță de frânare de 32 m, dintr-un total de 50 m, unde v_{impact} este viteza necunoscută în momentul lovirii:

$$v_{impact}^2 = v_0^2 - 2 \cdot a_2 \cdot d_{real} \Rightarrow v_{impact}^2 = 20^2 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 - 2 \cdot 4 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 32 \text{ m} = 144 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2$$

$$v_{impact} = \sqrt{144 \left(\frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2} = 12 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 43,2 \frac{\text{km}}{\text{h}}$$

Observație: Creșterea timpului de reacție cu 0,4 s, împreună cu reducerea aderenței pe carosabil umed, transformă o oprire la limită într-un impact la peste 43 km/h.

...verifică înțelegerea

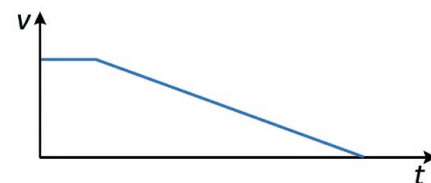
1. Dacă viteza se dublează, ce se întâmplă cu distanța de reacție? Dar cu distanța de frânare?
2. De ce diferența dintre 50 km/h și 70 km/h este mult mai importantă decât pare la prima vedere?
3. Care factor influențează doar distanța de reacție, dar nu și distanța de frânare?
4. Un șofer obosit are timp de reacție mai mare. Ce etapă a opririi influențează?
5. Două mașini circulă cu aceeași viteză, dar una are frâne mai eficiente. Ce diferență apare în procesul de oprire?
6. De ce păstrarea distanței față de vehiculul din față este esențială?

7. Distanța de reacție și distanța de frânare pentru un autovehicul la diferite viteze inițiale sunt reprezentate de lungimile barelor bicolore din diagramă. Cu cât o bară este mai lungă cu atât viteza inițială de la care autovehiculul se oprește este mai mare. Care din distanțele de mai jos este reprezentată de lungimea părții verzi a barei?



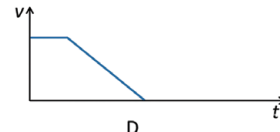
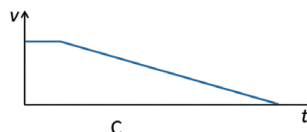
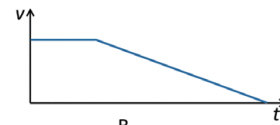
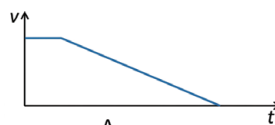
- a. De frânare
- b. De reacție
- c. De oprire

8. Alăturat este redat graficul dependenței vitezei de timp a unei mașini care frânează brusc pentru a opri pe o suprafață de beton uscat (timpul de reacție al șoferului rămâne același, iar suprafața umedă modifică doar frânarea).

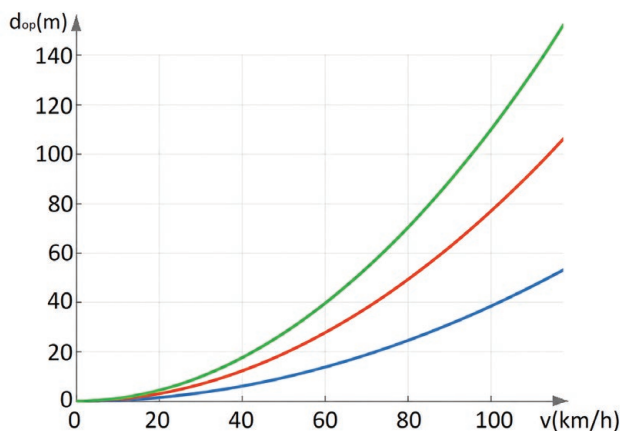


Care dintre graficele reprezentate alăturat corespunde cel mai probabil situației în care mașina, condusă de același șofer, se oprește, dar pe o suprafață de beton umedă?

9. Mai jos este redat graficul dependenței distanței de oprire de viteza de deplasare a trei mașini, la momentul în care acestea încep să încetinească.



- a. Ce viteză avea mașina (vezi graficul roșu) dacă distanța pe care se oprește este de 40 m?
- b. Care este diferența dintre distanțele la care opresc mașinile (vezi graficul verde și cel albastru) dacă viteza lor este de 60 km/h?
- c. Care este diferența dintre distanțele la care opresc mașinile (vezi graficul verde și cel albastru) dacă viteza lor este de 100 km/h?
- d. Privind cele trei grafice, care mașină prezintă cel mai mare risc de accident în cazul apariției unui obstacol neașteptat? Argumentează pe baza datelor de pe axa d_{op} .



Raza de viraj, stabilitatea la viraj. Forța de frecare statică (aderența) și frecarea dinamică

...provocare

Este adevărat că atunci când mașina tinde să iasă din curbă soluția este să învârtim mai mult volanul? Ce se întâmplă dacă carosabilul este umed sau cu gheață?

...de reținut

În realitate, deși volanul este rotit suficient, mașina continuă să se deplaseze aproape drept. Pe carosabil umed sau cu gheață, fenomenul apare mai frecvent.

Pentru a schimba direcția, mașina are nevoie de o forță orientată spre interiorul curbei (fig.1). Această forță (forța centripetă) este asigurată de frecarea dintre roți și carosabil (fig.3). Dacă frecarea este insuficientă, roțile alunecă, iar rotirea suplimentară a volanului nu mai ajută.

A. Mișcarea unui vehicul pe un drum orizontal

Când un vehicul virează pe un drum orizontal, acesta se deplasează de-a lungul unei traiectorii curbate (fig.1 și 2).

Raza de viraj, r , este raza cercului descris de vehicul în timpul deplasării într-un viraj. Ea indică „strângerea” curbei.

Forțele care acționează asupra vehiculului sunt (fig.3):

- greutatea vehiculului;
- reacțiunea normală din partea carosabilului;
- **forța de frecare statică (aderența), $\vec{F}_{fs}$,** dintre anvelope și suprafața drumului, care permite vehiculului să frâneze eficient și să mențină direcția la viraj. O rază de viraj mică (o curbă „strânsă”) necesită o aderență mai mare.

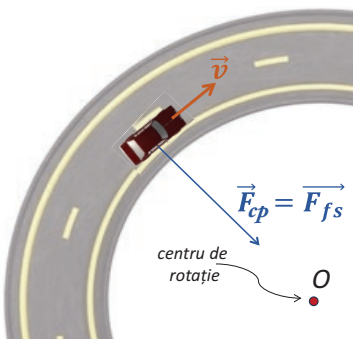


Fig.1. Forța de frecare statică

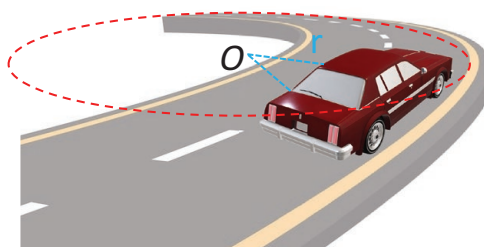


Fig.2. Raza de viraj indică „strângerea” curbei

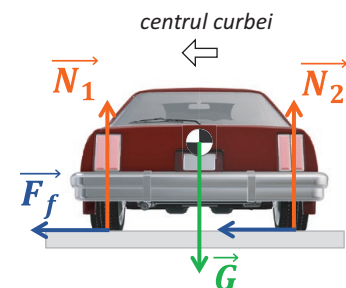


Fig.3. Într-un viraj, forța de frecare dintre carosabil și roți este orientată spre interiorul curbei.

Viteza maximă la care un vehicul poate vira fără a derapa este determinată de forța de frecare statică limită. Expresia vitezei maxime este:

$$v_{\max} = \sqrt{\mu_s g r} \quad (1)$$

viteza maximă (m/s) — $v_{\max}$ — coeficient static de frecare — μ_s — accelerația gravitațională (m/s²) — g — raza traiectoriei (m) — r

Factorii care influențează viteza maximă sunt:

- raza virajului: un viraj strâns necesită o viteză mai mică;
- coeficientul de frecare statică dintre anvelope și drum; în realitate acesta poate varia datorită carosabilului umed, noroios sau cu gheață (μ mic), iar în acest caz viteza trebuie redusă.

Observație: viteza maximă sigură a vehiculului nu depinde de masa acestuia, dacă drumul este orizontal.

Frecarea dinamică apare atunci când roțile alunecă pe carosabil (derapaj), la frânări bruște sau viraje luate cu viteză mare, care duc la pierderea controlului vehiculului. Frecarea dinamică este mai mică decât frecarea statică.

A. Mișcarea unui vehicul pe un drum înclinat (fără frecare)

Dacă luăm în considerare cazul în care frecarea se neglijează, componenta orizontală a reacțiunii normale joacă rolul de forță centripetă.

• Pe direcția orizontală, Ox , avem: $N_x = N \sin \alpha = \frac{mv^2}{r}$ (2)

• Pe direcția verticală, Oy , avem: $N_y = N \cos \alpha = mg$ (3)

Împărțind relația (2) la (3), obținem: $\frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{v^2}{rg}$ (4)

sau $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v^2}{rg}$ (5)

Expresia vitezei pe un drum înclinat fără frecare este:

$$v = \sqrt{rg \cdot \operatorname{tg} \alpha} \quad (6)$$

viteza (m/s) raza drumului (m) unghiul de înclinare al drumului

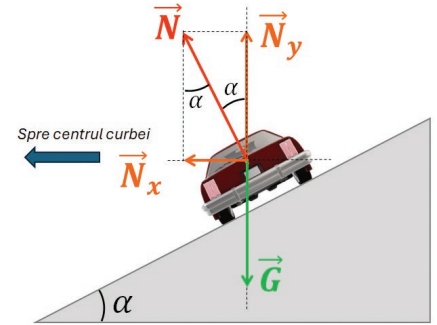


Fig.4. Componenta orizontală N_x este orientată spre centrul curbei și joacă rolul exclusiv de forță centripetă

Astfel, înclinarea drumului impune o limită de viteză chiar și atunci când frecarea este nulă. Dacă vehiculul se mișcă mai repede decât această viteză, acesta tinde să derapeze spre exterior, iar dacă se mișcă mai încet, alunecă spre interior. În astfel de situații, frecarea devine necesară pentru a preveni alunecarea.

...curiozități

În proiectarea velodromurilor pentru ciclism și a circuitelor auto celebre, precum este circuitul Zandvoort din Olanda, virajele sunt construite intenționat cu o înclinare pronunțată (unghiul $\alpha = 18^\circ$). Această geometrie permite componentelor normale ale reacțiunii solului să genereze forța centripetă necesară virajului. Astfel, concurenții pot parcurge curbele cu viteze extrem de mari în siguranță, reducând dependența de forța de frecare, care poate scădea brusc în condiții de uzură a pneurilor sau ploaie.



...de reținut

Stabilitatea la viraj reprezintă capacitatea unui vehicul de a menține aderența tuturor roților pe sol și de a urma traiectoria dorită, prevenind înclinarea excesivă sau derapajul.

Condiția de stabilitate poate fi scrisă astfel:

$$F_{\text{necesară pentru viraj}} \leq F_{\text{maximă de frecare}}$$

(ambele fiind forțe dintre roți și carosabil).



Printre *factorii* care influențează *stabilitatea la viraj* se numără:

- viteza vehiculului;
- raza curbei;
- starea carosabilului;
- poziția centrului de greutate (vehiculele înalte au risc mai mare de răsturnare).

Sistemul ESP sau ESC (programul electronic de stabilitate sau de control) (fig.4) este un sistem electronic care ajută la menținerea stabilității mașinii în timpul manevrelor bruște sau atunci când drumul este alunecos. În țările europene, sistemul este obligatoriu pentru autoturismele noi. Acestea pot ajuta șoferul, dar nu pot anula efectele unei viteze prea mari.

Sistemul ABS (sistemul de frânare antiblocare) (fig.5) este o tehnologie esențială care previne blocarea completă a roților în timpul unei frânări bruște. Când roțile se blochează, ele încep să alunece pe carosabil, activând frecarea dinamică, aceasta fiind mai mică decât cea statică. Sistemul ABS eliberează și aplică presiunea pe frâne de zeci de ori pe secundă, menținând anvelopa la limita aderenței maxime, adică în regim de frecare statică limită. Acest lucru nu doar că reduce distanța de oprire pe carosabil alunecos, dar îi permite șoferului să vireze și să evite un obstacol în timp ce frânează.

Sistemul ABS ajută la frânare în siguranță, iar sistemul ESP ajută la menținerea stabilității în viraje.

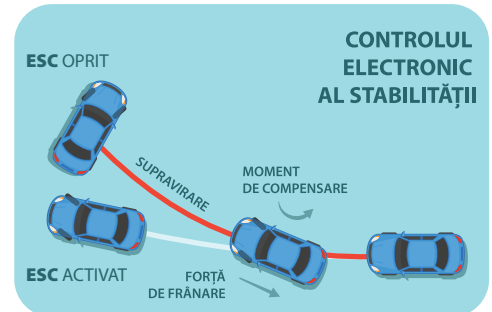


Fig.4. Controlul electronic al stabilității la un vehicul care derapează

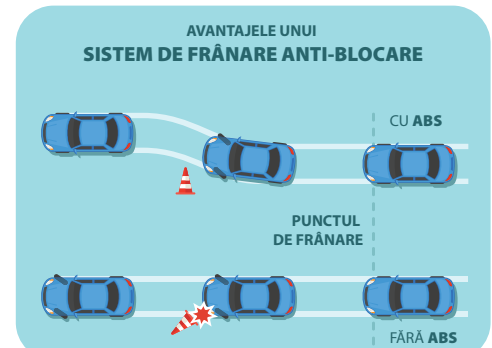


Fig.5. Avantajele unui sistem de frânare anti-blocare

...verifică înțelegerea

1. Cum trebuie aleasă înclinarea drumului pentru ca autoturismul să poată parcurge virajul fără frecare?
2. Ce avantaj oferă un drum înclinat față de un drum orizontal?
3. Cum influențează raza virajului riscul de derapaj?
4. Cum explică fizica eficiența sistemului ABS: ce tip de frecare (statică sau dinamică) asigură o oprire mai rapidă și de ce?
5. De ce reducerea vitezei este cea mai eficientă măsură pentru creșterea stabilității în viraj?
6. Poate sistemul ESP să elimine complet riscul de derapaj? De ce?
7. De ce un motociclist se simte mai stabil într-un viraj pe un drum înclinat decât pe un drum plan, la aceeași viteză?



Măsurile de siguranță la impact

...provocare

Ce crezi că este mai periculos într-un accident: viteza mare sau oprirea bruscă?

...studiu de caz

Presupunem că un șofer se deplasează cu un vehicul cu viteza de 90 km/h și lovește un obiect fix (fig. 1). Pentru a înțelege importanța airbagului, dorim să calculăm forța de impact exercitată exclusiv asupra capului șoferului în două situații diferite. Masa estimată a capului unui adult este de 5 kg.



Fig.1. Cum influențează airbagul forța la impact

O viteză de 90 km/h înseamnă că vehiculul se deplasează cu 25 m/s.

Impulsul inițial este:

$$p_0 = m v_0 = 5 \text{ kg} \cdot 25 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 125 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$$

Impulsul final este:

$$p = 0$$

Variația impulsului pentru pasager este : $\Delta p = 0 - p_0 = -125 \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}}$

În lipsa unui airbag, în momentul coliziunii, capul continuă să se deplaseze prin inerție și se lovește direct de volanul rigid. Oprirea se produce pe o distanță extrem de mică, determinată doar de deformarea minimă a oaselor și a volanului, de aproximativ $d = 3 \text{ cm}$ (0.03 m).

$$\Delta t = \frac{d}{v_m} = \frac{d}{\frac{v_0 + 0}{2}} = \frac{2d}{v_0} = \frac{2 \cdot 0,03 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 0,0024 \text{ s}$$

Ceea ce înseamnă că timpul necesar ca impulsul capului persoanei să ajungă la zero este de aproximativ de 2,4 ms. Cu acest timp putem calcula forța de impact a capului cu volanul mașinii:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-125 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0,0024 \text{ s}} = -52\,083 \text{ N} = -52,1 \text{ kN}$$

Semnul (-) indică faptul că forța încetinește mișcarea capului. O forță de 52 083 N reprezintă o forță mare, echivalentă cu greutatea unui corp de peste 5 t, ce depășește cu mult rezistența oaselor craniene, care se pot fractura la forțe de peste 5-10 kN.

Să presupunem acum că mașina este dotată cu airbag. La impact, acesta se umflă instantaneu. Capul șoferului întâlnește perna de aer la o distanță de 30 cm față de punctul final de oprire, comprimând-o progresiv. Timpul în care impulsul capului ajunge la zero crește de 10 ori datorită distanței mai mari de frânare:

$$\Delta t = \frac{d}{v_m} = \frac{d}{\frac{v_0 + 0}{2}} = \frac{2d}{v_0} = \frac{2 \cdot 0,3 \text{ m}}{25 \text{ m/s}} = 0,024 \text{ s} = 24 \text{ ms}$$

Noua forță medie de impact va fi:

$$F = \frac{\Delta p}{\Delta t} = \frac{-125 \text{ kg} \cdot \text{m/s}}{0,024 \text{ s}} = -5208 \text{ N} = -5,2 \text{ kN}$$

Tocmai de aceea **airbagul** a fost conceput, **să reducă forța de impact** asupra pasagerilor prin **mărirea timpului** în care aceștia își reduc viteza la zero.

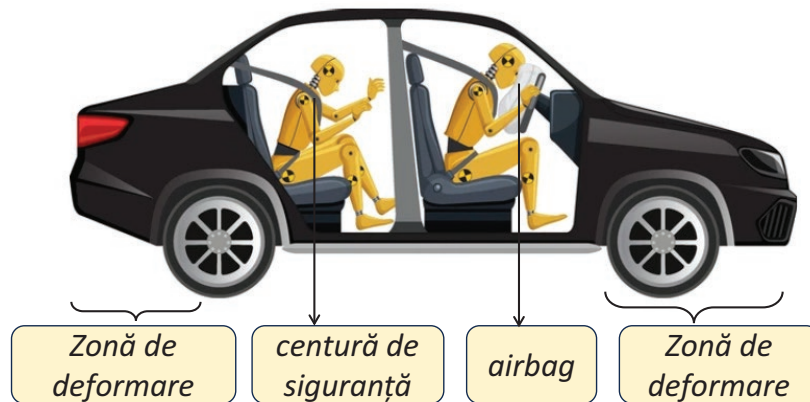
...de reținut

Conform **principiului inerției**, atunci când un vehicul se oprește brusc (în urma coliziunii), pasagerii din interior tind să-și continue deplasarea pe care o avea vehiculul la impact.

Măsurile de siguranță la impact în autovehicule sunt proiectate pentru a proteja pasagerii în timpul coliziunii, reducând forțele exercitate asupra corpului uman. Ele funcționează absorbind energia impactului și menținând pasagerii în poziții sigure.

Autovehiculele devin mai sigure dacă **variația impulsului** are loc pe o **durată mai mare**, adică corpul să poată fi frânat progresiv.

Caracteristicile tipice de siguranță ale unui autovehicul includ:



- **centura de siguranță**
 - ▶ previne impactul cu volanul sau parbrizul, acționând ca o forță exterioară necesară pentru a opri corpul;
 - ▶ determină oprirea progresivă a corpului; datorită elasticității sale, ea mărește timpul în care corpul se oprește.
- **airbagul**
 - ▶ reduce forța de impact prin mărirea timpului de oprire a pasagerului; dacă durata coliziunii crește de un număr de ori, forța scade de același număr de ori.
- **zona de deformare**
 - ▶ prelungește durata de impact, reducând solicitările asupra corpului uman;
 - ▶ în loc ca energia cinetică să fie transferată direct către pasageri sau să determine mașina să sară înapoi, aceasta va fi absorbită prin lucrul mecanic efectuat pentru a îndoi, rupe și strivi structura metalică a mașinii; caroseria se distruge tocmai pentru a proteja pasagerii vehiculului.

Alte echipamente destinate siguranței la impact sunt: **tetierele** (pentru a preveni „lovitura de bici” la impactul din spate), **sistemele ISOFIX** (pentru scaunele de copii), respectiv **habitaclul** (structura cabinei este din oțel de înaltă rezistență).

...verifică înțelegerea

1. Un elev afirmă: „Airbagul este periculos pentru că lovește pasagerul”.
 - a. Ești de acord cu afirmația lui?
 - b. Argumentează folosind noțiunile de impuls și forță.
2. Ce crezi că este mai eficient pentru protejarea pasagerului: o mașină foarte rigidă sau una care se deformează la impact?
3. Ce se întâmplă cu forța de impact dacă distanța de oprire se dublează?
4. Care dintre următoarele elemente de siguranță crește timpul necesar mașinii pentru a se opri: airbagul, centura de siguranță sau zona de deformare?

PROIECT – Fizica din spatele volanului

Siguranța la volan nu este doar o sumă de reguli juridice, ci reprezintă o adaptare continuă la limitele impuse de legile fizicii. Prin acest proiect experimental și digital, realizat în echipe de 3–4 elevi, veți investiga modul în care mecanica clasică guvernează dinamica unui vehicul și biomecanica corpului uman în situații critice de trafic.

La finalul acestui proiect, vei putea să:

- **analizezi** vectorial forțele care acționează asupra unui vehicul în viraj și să deduci condițiile cinematice de evitare a derapajului;
- **aplici** teorema variației impulsului pentru a determina forțele medii ce apar în timpul unei coliziuni rutiere;
- **utilizezi** instrumente digitale (software-ul *Tracker Video Analysis* sau simulatoare virtuale) pentru a colecta și prelucra date experimentale reale;
- **evaluezi** critic și pe baze științifice rolul sistemelor de siguranță pasivă (airbag, centură de siguranță, zone de deformare elastică și plastică).

Provocarea 1: Studiul experimental al stabilității în viraj

Imaginează-ți un autoturism cu masa $m = 1200$ kg care abordează o curbă strânsă, pe un drum orizontal fără supraînălțare, modelată ca un arc de cerc cu raza $R = 60$ m. Folosind o secvență video analizată cadru cu cadru, parcurge următoarele cerințe:

1. Desenează o schiță a vehiculului privit din spate în timpul virajului la dreapta. Reprezintă vectorial toate forțele aplicate (greutatea, apăsarea normală, forța de frecare). Identifică forța care joacă rolul de forță centripetă.
2. Coeficientul de frecare statică pneu–asfalt este $\mu_s = 0,6$ pe carosabil uscat și scade la $\mu_s' = 0,25$ în condiții de polei. Dedu relația analitică (literală) pentru viteza maximă v_{max} cu care mașina poate parcurge curba fără să derapeze, pornind de la condiția la limită $F_f \leq \mu_s N$.

3. Modifică succesiv viteza în simulator sau extrage datele cinematice din analiza video. Determină valoarea experimentală la care vehiculul pierde aderența. Organizează datele în următorul tabel:

Starea drumului	Coeficient de frecare	v_{max} (km/h)
Asfalt uscat	0,6	
Asfalt cu polei	0,25	

Provocarea 2: Analiza digitală a unui Crash-Test

Accesează un clip video standardizat de tip *crash-test frontal* pus la dispoziție de profesor. Testul simulează impactul unei mașini care rulează cu viteza inițială $v_0 = 54$ km/h și se oprește complet într-un zid rigid. În interior se află un manechin de testare cu masa $m_p = 70$ kg.

1. Folosind funcția de redare cadru cu cadru, măsoară durata coliziunii (timpul scurs de la primul contact al mașinii cu zidul până la oprirea completă a toracelui manechinului) în două cazuri distincte:
 - **Scenariul A** (fără sisteme de siguranță): Manechinul nu poartă centură și lovește direct bordul rigid ($\Delta t_1 \cong 0,015$ s)
 - **Scenariul B** (cu centură și airbag): Dispozitivele se declanșează și prelungesc mișcarea corpului în timpul încetinirii ($\Delta t_2 \cong 0,12$ s).
2. Aplică teorema variației impulsului. Calculează forța medie exercitată asupra corpului în ambele scenarii.
3. Analizează accelerațiile resimțite (g -uri): determină accelerația medie ($a_m = \frac{F_M}{m_p}$) pentru fiecare caz și exprim-o ca multiplu al accelerației gravitaționale ($1 g = 9,8$ m/s²), sub forma ($a_m = n \cdot g$). Știind că pragul traumatismelor mortale pentru organele interne umane este de aproximativ 50 g , trage o concluzie cu privire la șansele de supraviețuire.

Criterii de evaluare

Fiecare proiect va fi evaluat în cadrul portofoliului tău de învățare după următoarea grilă (1 punct se acordă din oficiu):

Criteriu	Indicator de performanță (Descriptor de succes)	Punctaj
Rigoare vectorială	Corectitudinea diagramelor de forțe și poziționarea corectă a vectorului forță centripetă.	2p
Deducere matematică	Transpunerea corectă a legilor fizicii în formule literare (algebrice) clare, înainte de înlocuirea numerică.	2,5p
Acuratețea datelor	Corectitudinea măsurătorilor digitale, transformarea corectă a unităților în SI și utilizarea numărului corect de cifre semnificative.	2p
Sinteză și argumentare	Capacitatea de a explica fizic fenomenele (corelația forță-timp de impact) și de a formula recomandări rutiere pe baza datelor.	2,5p

Ce va cuprinde PORTOFOLIUL tău la finalul proiectului?

- Schițele diagramelor de forțe și tabelele complete cu datele experimentale colectate.
- Setul de ecuații deduse și calculele numerice detaliate pentru ambele provocări.
- Un eseu argumentativ de o pagină, intitulat: „Timpul și aderența — Limitele fizice care ne salvează viața”, în care veți prezenta concluziile echipei voastre într-un mod accesibil publicului larg.

TEST DE EVALUARE

I. (1p) Citește următoarele enunțuri. Dacă apreciezi că enunțul este adevărat, scrie litera A în dreptul lui. Dacă apreciezi că este fals, scrie litera F.

1. Pe durata timpului de reacție, șoferul nu a acționat încă frâna, astfel că mașina își continuă deplasarea cu viteză constantă (mișcare rectilinie uniformă).	
2. Sistemul ABS are rolul de a bloca complet roțile în timpul frânării pentru a reduce distanța de oprire și a îmbunătăți controlul direcției	
3. Pe un drum înclinat fără frecare, descompunerea forței de reacțiune normală generează o componentă orizontală orientată spre centrul curburii, care acționează ca forță centripetă.	
4. Variația totală a impulsului rămâne aceeași cu sau fără airbag. Rolul airbagului este de a mări timpul de impact reducând astfel forța medie resimțită.	

II. (2p) Încercuiește litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- A.** Un șofer rulează pe o autostradă. Dacă acesta își dublează viteza inițială ($v_2 = 2v_1$), menținând aceeași alertă și aderență, distanța de frânare d_f va deveni:
- a.** de 2 ori mai mică; **c.** de 4 ori mai mare;
b. de 2 ori mai mare; **d.** neschimbată.
- B.** Care dintre următoarele elemente de siguranță rutieră are rolul principal de a mări timpul în care mașina însăși se oprește în raport cu solul în timpul unui impact frontal?
- a.** centura de siguranță cu pretensionare;
b. zona frontală de deformare controlată a caroseriei;
c. sistemul de airbaguri cortină;
d. tetierele scaunelor din față.

C. O mașină abordează un viraj orizontal de rază r pe asfalt uscat (coeficient de frecare statică μ). Viteza maximă de siguranță pentru a nu derapa este dată de expresia:

a. $v = \sqrt{\frac{\mu g}{r}}$; **b.** $v = \mu r g$; **c.** $v = \sqrt{\mu r g}$; **d.** $v = \frac{\mu r^2}{g}$.

D. Pe un carosabil acoperit cu polei, coeficientul de frecare scade brusc. În reprezentarea grafică a vitezei în funcție de timp $v(t)$ pentru procesul de frânare, panta dreptei înclinate devine:

- a.** mai lină (mai mică în modul), deoarece accelerația de frânare scade;
b. mai abruptă (mai mare în modul), deoarece timpul de frânare crește;
c. perfect orizontală, deoarece mașina nu se mai oprește;
d. verticală, determinând o oprire instantanee.

III. (2p) Completează spațiile libere pentru a conferi corectitudine științifică enunțului:

- A.** Dispozitivele utilizate în laborator pentru determinarea experimentală a timpului de reacție uman prin metoda căderii libere sunt un fix și o gradată.
- B.** Graficul dependenței distanței de oprire în funcție de viteza inițială a mașinii, $d_{op}(v_0)$, are forma geometrică a unei
- C.** Distanța totală parcursă de un vehicul din momentul observării unui obstacol până la oprirea sa completă se numește distanță de oprire și este egală cu suma dintre distanța și distanța
- D.** Relația de definiție matematică pentru forța medie de impact, este $F = \frac{\Delta p}{\Delta t}$, unde Δp reprezintă, iar Δt reprezintă impactului.

IV. (4p) Rezolvă următoarea problemă:

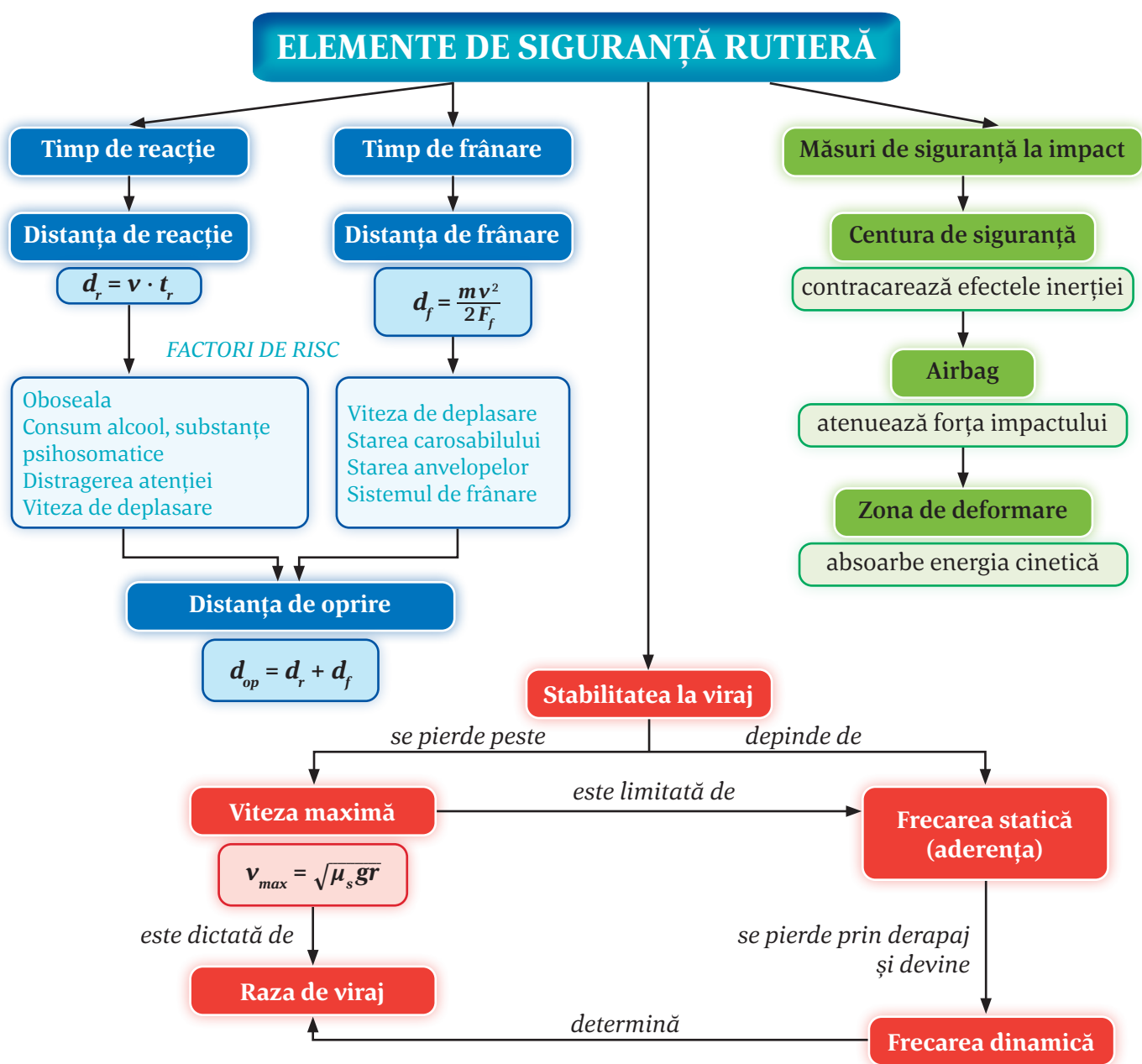
- Un circuit de testare auto conține un viraj proiectat pe un plan înclinat cu unghiul $\alpha = 45^\circ$ față de orizontală. Raza de curbura a virajului este $r = 40$ m. Presupunând că frecarea dintre pneuri și pistă este neglijabilă, determină viteza optimă (în km/h) cu care o mașină poate parcurge acest viraj fără să alunece spre exteriorul sau interiorul pistei. (Se consideră $g = 10$ m/s²).
- În cadrul unui test de siguranță (Crash Test), un manechin având capul cu masa $m = 5$ kg lovește

un airbag la o viteză inițială $v_0 = 72$ km/h. Airbagul se comprimă controlat pe o distanță $d = 20$ cm până la oprirea completă a mișcării. Considerând mișcarea ca fiind uniform încetinită:

- Calculează impulsul inițial al capului manechinului și durata în care se realizează comprimarea airbagului.
- Determină valoarea forței medii de impact exercitate de airbag asupra capului și precizează semnificația fizică a semnului acesteia.

Se acordă 1 punct din oficiu.

HARTĂ CONCEPTUALĂ



ELEMENTE DE MECANICĂ CEREASCĂ*



Sunt puțini oameni care nu recunosc „Carul Mare” pe cerul nopții, parte a constelației Ursa Mare. Privite de-a lungul vieții unui om, constelațiile par să își păstreze forma. Din acest motiv, oamenii din Antichitate au avut impresia că stelele sunt fixate pe o sferă cerească ce se rotește în jurul Pământului.

Pe baza acestei interpretări s-a conturat modelul geocentric, dezvoltat și sistematizat de Claudius Ptolemaeus (Ptolemeu), în care Pământul era considerat nemișcat și aflat în centrul Universului.

Observarea atentă a mișcării „stelor rătăcitoare” – planetele (din expresia grecească *planētes asteres*) – a condus treptat la o nouă concepție despre Univers, **modelul heliocentric**, formulată de Nicolaus Copernicus, în care Pământul și celelalte planete se deplasează pe orbite în jurul Soarelui.

Astfel, oamenii au început să privească Universul nu ca pe o construcție fixă, ci ca pe un sistem de corpuri aflate în mișcare, a căror evoluție poate fi descrisă prin observații, măsurători și legi matematice.

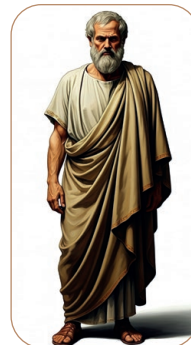
7

Scurtă istorie a conceptelor despre Univers, până la Johannes Kepler*

Legile lui Kepler au reprezentat un moment esențial în transformarea astronomiei: mișcarea planetelor a început să fie descrisă prin legi matematice simple, formulate pe baza unor observații foarte precise.

Secolul IV î.Hr.

Aristotel – a susținut un **model geocentric** al Universului, în care *Pământul*, considerat sferic și nemișcat, se afla în *centru*. Acest model era legat de filosofia naturii din Antichitate.



Secolul II d.Hr.

Ptolemeu – în lucrarea sa, *Almagestul*, a consolidat **modelul geocentric**, presupunând că planetele se deplasează pe un cerc mic (**epiciclu**), al cărui centru se rotește la rândul său în jurul Pământului pe un cerc mai mare (**deferent**).
(Scanează codul QR pentru a vedea animat modelul său).



Nicolaus Copernic – în lucrarea *De revolutionibus orbium coelestium*, publicată în anul morții sale, a propus un **model heliocentric** argumentat matematic, în care Pământul este una dintre planetele aflate în mișcare în jurul Soarelui (Scanează codul QR)



1546-1601

Tycho Brahe – astronom danez, a realizat observații foarte precise ale pozițiilor planetelor, fără telescop. El a propus un **model geo-heliocentric**, în care Soarele se mișcă în jurul Pământului, iar celelalte planete se mișcă în jurul Soarelui. Modelul nu a devenit modelul dominant, dar datele sale au fost esențiale pentru descoperirile lui Kepler.



Planetrariu Tycho Brahe, Copenhaga



Johannes Kepler – folosind observațiile foarte precise ale lui Tycho Brahe, a renunțat la ideea orbitelor circulare perfecte și a arătat că planetele se mișcă pe **orbite eliptice**, cu Soarele într-unul dintre focare.

Astfel, oamenii au început să privească Universul nu ca pe o construcție fixă, ci ca pe un sistem de corpuri aflate în mișcare, a căror evoluție poate fi descrisă prin observații, măsurători și legi matematice.

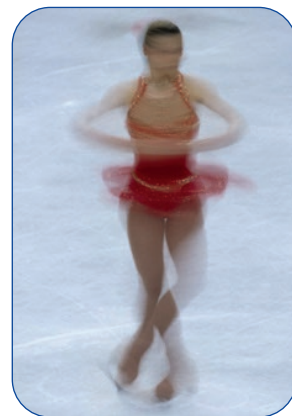
Legile lui Kepler*

Momentul cinetic

Ai observat ce se întâmplă cu o patinatoare când își apropie brațele de corp în timpul unei piruete?

...provocare

Dacă momentele forțelor exterioare care acționează asupra patinatoarei sunt neglijabile, de ce ea se rotește mai repede atunci când își apropie brațele de corp?



...experiment

Pentru a înțelege acest fenomen, să analizăm două situații:

A. Experimentul cu scaunul rotativ (Rotația unui sistem complex)

Un elev se așază pe un taburet (fig.1) care se rotește liber (fără frecări). El ține în mâini două gantere (de aproximativ 3 kg fiecare) și începe să se rotească având brațele întinse. Când elevul își apropie brusc ganterele de corp, viteza sa de rotație crește imediat. De ce?

Forțele exercitate de mușchii elevului pentru a trage ganterele sunt *forțe interne* sistemului (elev + gantere). Deși elevul își mișcă brațele folosind forțe interne, există o mărime asociată rotației întregului sistem care rămâne constantă. Această mărime se numește **moment cinetic**. Atunci când ganterele sunt apropiate de corp, masele se află mai aproape de axa rotației și sistemul se rotește mai ușor. Pentru ca momentul cinetic să se conserve, viteza de rotație crește.

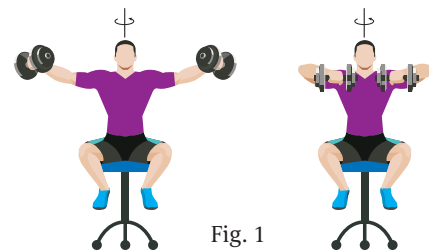


Fig. 1

B. Experimentul cu sfoara (Rotația unui punct material)

Leagă un corp mic de o sfoară trecută printr-un tub neted (fig.2). Rotește corpul pe o traiectorie aproape circulară, apoi trage ușor de capătul sforii pentru a micșora raza mișcării.

Mâna exercită asupra corpului o forță orientată permanent spre centrul rotației. O astfel de forță se numește **forță centrală**. Deoarece forța trece prin centrul de rotație, ea are brațul nul, deci momentul forței este zero. Prin urmare, deși viteza liniară v crește atunci când lungimea sforii (raza r) scade, există o mărime fizică ce depinde de masa corpului, viteza sa și distanța față de centrul rotației și care trebuie să rămână constantă atunci când forțele care acționează sunt centrale. Această mărime fizică se numește moment cinetic, notat cu L . Când raza mișcării scade, viteza corpului crește. Acest lucru este posibil deoarece mâna exercită o forță asupra sistemului și efectuează lucru mecanic. Astfel, chiar dacă viteza și energia cinetică se modifică, momentul cinetic poate rămâne constant.

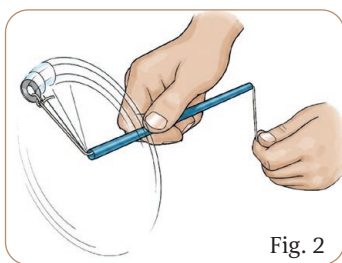


Fig. 2

...de reținut

Momentul cinetic – notat cu L – caracterizează starea de mișcare de rotație a unui corp față de un punct sau față de o axă.

Momentul cinetic (momentul impulsului) al unui punct material față de un punct O (pol) este o mărime fizică ce măsoară tendința impulsului de a produce o rotație în jurul punctului O .

Momentul cinetic al unui punct material față de un punct O (pol) – este o mărime fizică vectorială, al cărei modul (atunci când între vectorii $\vec{r}$ și $\vec{p}$ există un unghi α) este dat de expresia:

$$L = pr \cdot \sin \alpha$$

momentul cinetic (Js) — L — impulsul punctului material (kg·m/s)

modulul vectorului de poziție (m) — r — sinusul unghiului dintre raza vectorie a punctului material și impulsul său — $\sin \alpha$

Unghiul α arată cât de mult contribuie impulsul particulei la mișcarea de rotație față de punctul ales.

Unitatea de măsură a momentului cinetic este: $\langle L \rangle_{SI} = \langle r \rangle_{SI} \cdot \langle p \rangle_{SI} = m \cdot \frac{\text{kg} \cdot \text{m}}{\text{s}^2} \cdot \text{s} = \text{J} \cdot \text{s}$ (joule secundă)

Dacă punctul material descrie o traiectorie circulară (fig.1), atunci momentul său cinetic în raport cu centrul traiectoriei are modulul:

$$L = mvr \quad (2)$$

deoarece $\alpha = 90^\circ$ ($\sin 90^\circ = 1$).

Observație:

- Momentul cinetic se conservă nu atunci când nu acționează forțe, ci atunci când momentul rezultat al forțelor exterioare este nul: $\sum M_0^{\text{ext}} = 0 \Rightarrow L = \text{const}$
- În mișcarea circulară uniformă, momentul cinetic al punctului material față de centrul traiectoriei rămâne constant: $L = mvr = \text{constant}$.

În cazul obiectului rotit cu sfoara, tensiunea din sfoară este orientată permanent spre centrul rotației. Deoarece această forță are moment nul față de centrul rotației, momentul cinetic al obiectului se conservă. Pentru ca momentul cinetic L să rămână constant când se micșorează lungimea sforii (adică r), viteza v a obiectului rotit trebuie să crească.

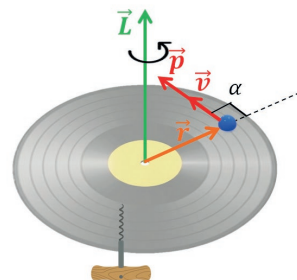


Fig.3. Momentul cinetic – mărime vectorială al cărei sens este dat de regula burghiului drept, perpendicular pe planul vectorilor $\vec{r}$ și $\vec{v}$

Corelare între momentul forței și momentul cinetic (momentul impulsului):

Împingerea cu mâna a unei uși	Înfășurarea frânghiei în jurul stâlpului când mingea este lovită
	
Pentru aceeași forță – momentul forței este mai mare la distanță mai mare de balamă.	Pentru aceeași masă și aceeași viteză, momentul cinetic este mai mare la distanță mai mare față de axa rotației (stâlp).

Momentul forței arată cât de eficient poate o forță să modifice rotația, iar momentul cinetic arată cât de greu este de modificat starea de rotație a unui corp.

...problemă rezolvată

Un tânăr se află pe un taburet rotativ fără frecări. El ține în mână două gantere identice, fiecare de masă $m = 3 \text{ kg}$. Inițial le ține aproape de corp, la distanța $r_1 = 0,3 \text{ m}$, și le rotește cu viteza unghiulară $\omega_1 = 4 \text{ rad/s}$. La un moment dat, tânărul îndepărtează ganterele până la distanța $r_2 = 0,6 \text{ m}$.

- Determină viteza unghiulară ω_2 .
- Compară vitezele liniare ale ganterelor înainte și după îndepărtarea brațelor.

De această dată, ganterele sunt îndepărtate de axa rotației, deci viteza unghiulară scade. Pentru simplificare, considerăm că influența taburetelui și a corpului elevului este mică și ținem cont doar de cele două gantere, tratate ca puncte materiale.

Rezolvare:

$$m = 3 \text{ kg};$$

$$\omega_1 = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}};$$

$$r_1 = 0,3 \text{ m}.$$

- Viteza liniară a ganterelor în starea inițială se determină din relația $v = \omega r$:

$$v_1 = \omega_1 r_1 = 4 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \cdot 0,3 \text{ m} = 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (1)$$

- Deoarece momentul resultant al forțelor exterioare față de axa de rotație este neglijabil, momentul cinetic se conservă:

$$L = 2mr v = \text{constant} \quad (2)$$

- În starea inițială: $L_1 = 2m r_1 v_1$; în starea finală: $L_2 = 2m r_2 v_2$.
- Aplicăm legea conservării momentului cinetic al celor două gantere, folosind expresia (2):

$$2m r_1 v_1 = 2m r_2 v_2 \quad (3)$$

- Din expresia (3), calculăm viteza v_2 :

$$v_2 = \frac{r_1}{r_2} v_1 = \frac{0,3 \text{ m}}{0,6 \text{ m}} \cdot 1,2 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0,6 \frac{\text{m}}{\text{s}} \quad (4)$$

- Din relația de legătură între viteza liniară și cea unghiulară, (1), se poate scrie:

$$\omega_2 = \frac{v_2}{r_2} = \frac{0,6 \text{ m/s}}{0,6 \text{ m}} = 1 \frac{\text{rad}}{\text{s}} \quad (5)$$

- Viteza liniară a ganterelor scade de 2 ori:

$$\frac{v_1}{v_2} = \frac{1,2 \text{ m/s}}{0,6 \text{ m/s}} = 2$$

Legile lui Kepler

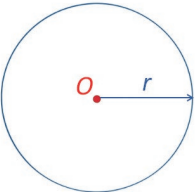
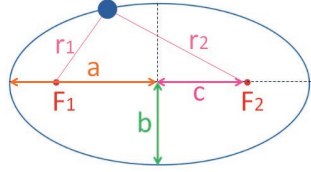
Conservarea momentului cinetic explică de ce planetele nu se mișcă uniform pe orbitele lor: ele se deplasează mai repede când sunt mai aproape de Soare și mai încet când sunt mai departe. Johannes Kepler (1571-1630), astronom și matematician german, a formulat cele trei legi ale mișcării planetelor după calcule matematice riguroase, realizate pe baza observațiilor astronomice de mare precizie efectuate de mentorul său Tycho Brahe.

...provocare

Dacă o planetă este mai aproape de Soare la un moment dat și mai departe în alt moment, atunci forța gravitațională nu este constantă. În aceste condiții, cum este posibil ca mișcarea ei să fie totuși regulată și repetitivă?

...puțină geometrie

Pentru a putea analiza corect forma traiectoriei unei planete, este necesar să ne reamintim și să comparăm noțiuni geometrice precum cercul și elipsa, ambele aparținând familiei secțiunilor conice.

Cercul	Elipsa
Locul geometric al punctelor dintr-un plan egal depărtate de un punct fix (centru). Are o rază constantă și un singur centru.	Locul geometric al punctelor pentru care suma distanțelor până la două puncte fixe (focare, F_1 și F_2) este constantă . $r_1 + r_2 = 2a$; pentru orice punct al elipsei
 r – raza r = constant Cercul poate fi privit ca un caz particular al elipsei, atunci când cele două focare coincid.	 a – semiaxa mare b – semiaxa mică $r_1 + r_2 = 2a$ c – distanța de la centru la focar
Excentricitate: $e = 0$	Excentricitate: $0 < e < 1$; $e = \frac{c}{a}$ c – distanța de la centrul elipsei la unul dintre focare

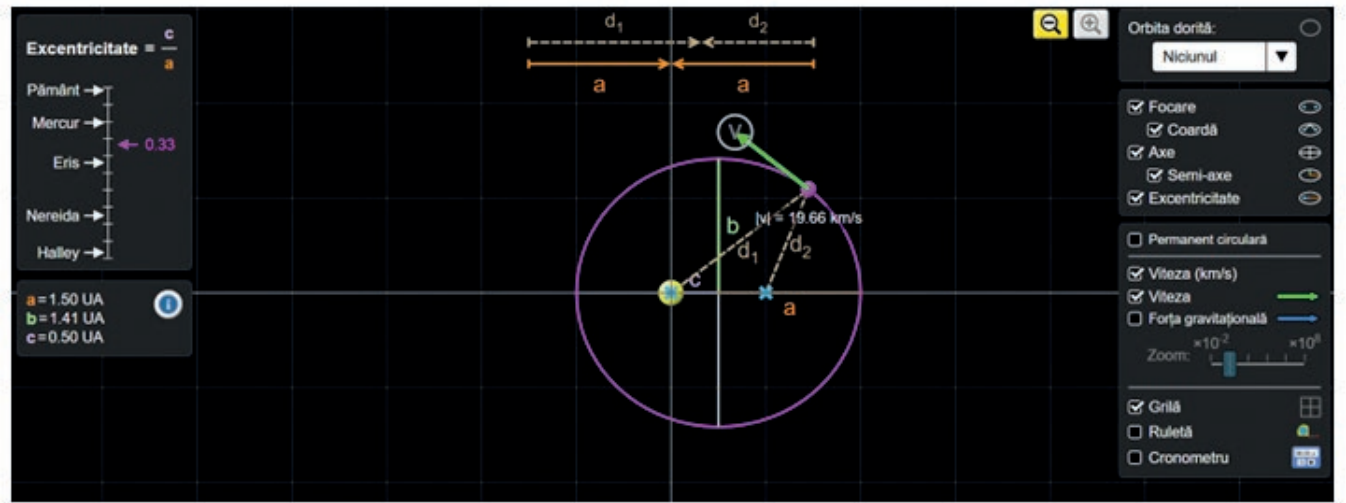
...investigație: FIȘĂ DE LABORATOR VIRTUAL

Pentru a înțelege legile lui Kepler, laboratorul virtual propune o simulare a mișcării diferitelor corpuri din Sistemul Solar.



Prima lege Kepler – Legea orbitelor

- Obiectiv:** Identifică forma orbitei planetelor și poziția Soarelui.
- Pași de urmat:*
- 1. Accesează linkul: <https://phet.colorado.edu/ro/simulations/keplers-laws> sau codul QR alăturat.
 - 2. Selectează simularea „Prima lege”.
 - 3. Identifică forma orbitei.
 - 4. Activează focarele. Unde este Soarele?
 - 5. Activează semiaxele și excentricitatea.
 - 6. Compară excentricitatea orbitei Pământului cu cea a planetei Mercur, compară apoi forma orbitelor lor.
 - 7. Activează viteza (km/s), vectorul viteză, focarele, semiaxele și grila.
 - 8. Observă variația vitezei la periheliu (punctul de pe orbită cel mai apropiat de Soare) și afeliu (punctul de pe orbită cel mai îndepărtat de Soare).
 - 9. Activează forțele gravitaționale. Observă atracția astrilor la periheliu și afeliu.



	Întrebări	Răspuns
1	Care este forma orbitelor planetelor?	
2	Unde se află Soarele față de orbită?	
3	Cum se compară excentricitatea cu forma orbitelor eliptice?	
4	Cum variază viteza planetei pe măsură ce se apropie sau se îndepărtează de Soare?	
5	Cum influențează valoarea forței gravitaționale viteza planetei atunci când ea se mișcă pe orbită?	

Concluzie: Orbita planetei are forma unei, iar Soarele se află într-unul dintre Semiaxa mare se notează cu, iar semiaxa mică cu Distanța de la centru la focar este

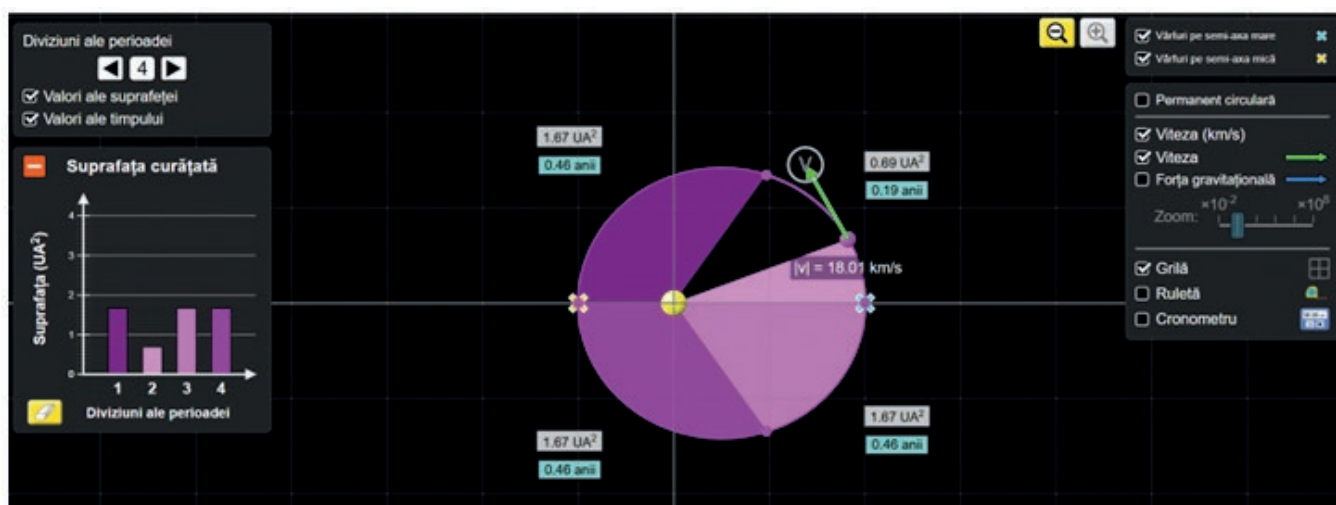
A doua lege Kepler– Legea ariilor

Obiectiv: Să observi variația vitezei și conservarea momentului cinetic.

Pe măsură ce planeta se mișcă în jurul Soarelui, **raza sa vectorie va mătura o zonă** (aria dintre planetă și Soare).

Pași de urmat:

1. Selectează simularea „A doua lege”.
2. Pornește redarea și urmărește mișcarea planetei.
3. Activează: vârfuri pe semiaxe, viteza (km/h), vector viteză, grila, timp și aria măturată.
4. Notează ariile măturate de raza vectorie în intervale egale de timp.
5. Reia experimentul pentru orbite mai alungite sau mai circulare și perioade diferite.



	Întrebări	Răspuns
1	Aria măturată de raza vectorie într-un interval de timp este aceeași pe întreaga orbită?	
2	Viteza planetei este constantă? Cum îți explici?	
3	Cum variază viteza planetei pe orbita sa eliptică?	
4	Poți corela observațiile tale cu formula $L = mrv$? Cum?	

Concluzie: Raza vectorie a planetei o suprafață egală într-un interval de timp constant. Aceasta înseamnă că planeta se deplasează mai la periheliu și mai la afeliu, demonstrând conservarea

A treia lege Kepler – Legea perioadei

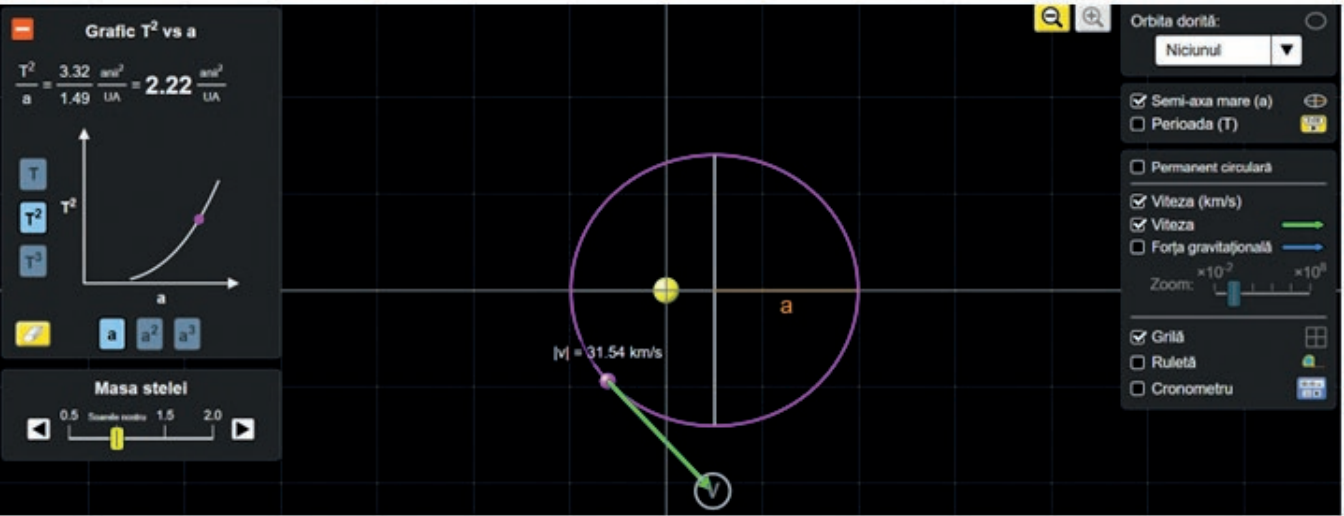
Obiectiv: Să descoperi relația dintre perioada orbitală și semiaxa mare.

Pași de urmat:

1. Selectează simularea „A treia lege”.
2. Activează T vs a (dependența perioadei T de semiaxa mare a).
3. Modifică raza orbitală (semiaxa mare a) și observă schimbarea perioadei T .
4. Verifică dacă graficul lui T în funcție de a formează o linie dreaptă.
5. Explorează alte opțiuni din meniurile derulante până când găsești un grafic care formează o linie perfect dreaptă.

	Întrebări	Răspuns
1	Cum se modifică perioada pe măsură ce raza orbitală crește?	
2	Graficul dependenței perioadei de semi-axa mare este liniar? Dacă nu, ce observi?	
3	Care grafic formează o linie dreaptă? Ce relație arată acesta?	
4	Cum poți interpreta această relație în termeni de perioade orbitale ale planetelor?	

Concluzie: Perioada orbitală T a unei planete este legată de semi-axa mare a orbitei a prin relația $T^2 \sim \dots\dots\dots$. Graficul T^2 în funcție de a^3 formează o $\dots\dots\dots$ care arată că raportul T^2/a^3 este $\dots\dots\dots$ pentru toate planetele care orbitează aceeași stea.



...de reținut

Prima lege a lui Kepler. Planetele se mișcă în jurul Soarelui pe orbite eliptice, iar Soarele se află într-unul dintre focarele fiecărei elipse.

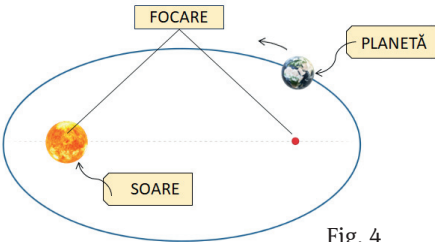


Fig. 4

Majoritatea orbitelor planetelor din Sistemul Solar sunt elipse cu excentricitate mică, deci au formă apropiată de cerc.

Excentricitatea, e , este un număr care descrie aplatizarea orbitei unei planete. În tabelul de mai jos se poate observa, comparativ, forma traiectoriilor a două planete în funcție de valoarea excentricității orbitale.

Planetă	Excentricitate (e)	Observații despre formă
Pământ	0,017	Aproape circulară, foarte puțin alungită
Mercur	0,205	Semnificativ alungită, orbită mai eliptică

A doua lege a lui Kepler. Raza vectoare Soare–planetă „mătură” arii egale în intervale de timp egale.

Cele două arii A_1 și A_2 descrise de razele vectoare Soare–Pământ în același interval de timp (fig.5) sunt de aceeași mărime. Prin urmare, o planetă nu are viteză constantă pe orbită, viteza ei este mai mare când planeta este mai aproape de Soare (maximă, la periheliu) și scade pe măsură ce distanța ei față de Soare crește (minimă, la afeliu).

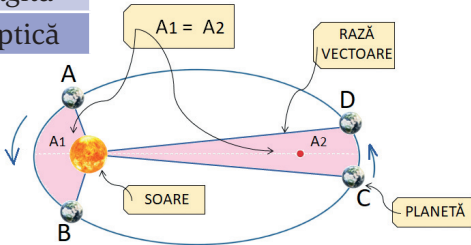


Fig. 5

Legea a doua a lui Kepler, numită și *legea ariilor*, poate fi explicată prin conservarea momentului cinetic. În general, momentul cinetic al planetei față de Soare este $L = mvr \cdot \sin\alpha$, unde α este unghiul dintre raza vectoare și viteza planetei. În punctele în care viteza este perpendiculară pe raza vectoare, relația devine:

$$L = mvr = \text{constant}$$

momentul cinetic al planetei față de Soare (Js) viteza planetei (m/s)
masa planetei (kg) distanța față de Soare (m)

Dacă distanța planetei față de Soare, r , scade, atunci viteza ei, v , trebuie să crească; și invers. Modulul vitezei planetei crește pe măsură ce aceasta se apropie de Soare și scade pe măsură ce se îndepărtează.

A treia lege a lui Kepler. Pătratul perioadei de revoluție a unei planete este proporțional cu cubul semiaxei mari a orbitei ei ($T^2 \propto a^3$).

* Simbolul $\propto$ înseamnă „este proporțional cu”

$$T^2 = \text{constant} \cdot a^3$$

pătratul perioadei de revoluție (s^2) cubul semiaxei mari (m^3)

Dacă T_1 și T_2 sunt perioadele a două planete, iar a_1 și a_2 sunt semiaxele mari ale orbitelor (fig.6), atunci legea a treia a lui Kepler se poate scrie:

$$\frac{T_1^2}{a_1^3} = \frac{T_2^2}{a_2^3} = \text{constant}$$

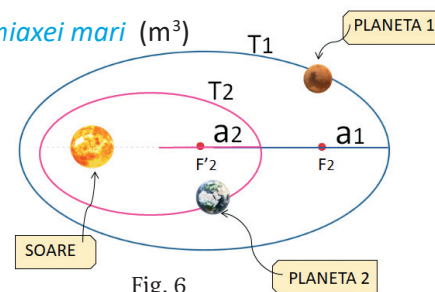


Fig. 6

...problemă rezolvată

Se consideră că Pământul și Marte orbitează Soarele pe orbite aproximativ eliptice. Pentru Pământ, $a_T = 1 \text{ UA} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m}$ și $T = 1 \text{ an}$; pentru Marte, $a_M = 1,52 \text{ UA}$.

- Determină perioada orbitală a planetei Marte.
- Verifică dacă raportul $\frac{T^2}{a^3}$ este același pentru cele două planete.

Rezolvare:

$$\begin{aligned} a_T &= 1 \text{ UA} = 1,5 \cdot 10^{11} \text{ m} \\ a_M &= 1,52 \text{ UA} \\ T &= 1 \text{ an} \end{aligned}$$

$$T_M = ?$$

$$\frac{T^2}{a^3} = ?$$

- Aplicând legea a III-a a lui Kepler pentru cele două planete, se poate scrie:

$$\frac{T_T^2}{a_T^3} = \frac{T_M^2}{a_M^3} \quad (1)$$

- Deoarece $a_T = 1 \text{ UA}$, rezultă că: $T_M^2 = (1,52)^3 \Rightarrow T_M = \sqrt{3,51} \cong 1,87 \text{ ani}$ (2)
- Perioada planetei Marte este $T_M \cong 1,87 \text{ ani}$, iar în realitate este de $\cong 1,88 \text{ ani}$.

- Verificăm raportul $\frac{T^2}{a^3}$ pentru Pământ: $\frac{T_T^2}{a_T^3} = \frac{1^2}{1^3} = 1$ (3)

- Verificăm raportul $\frac{T^2}{a^3}$ pentru Marte: $\frac{T_M^2}{a_M^3} = \frac{3,51}{3,51} = 1$ (4)

- Raportul este același, în acord cu legea a III-a a lui Kepler.

...verifică înțelegerea

1. De ce momentul cinetic poate fi considerat analogul impulsului mecanic pentru mișcarea de rotație?
2. Dacă masa rămâne aceeași, dar corpul se apropie de axă, ce se întâmplă cu viteza unghiulară?
3. De ce o planetă se mișcă mai repede când este mai aproape de Soare?
4. În ce punct al orbitei viteza planetei este maximă?
5. O planetă are excentricitatea mai mare decât alta. Ce înseamnă acest lucru pentru forma orbitei?
6. Un satelit aflat pe o orbită joasă are perioada orbitală de aproximativ 90 min, iar un satelit geostaționar are perioada de 24 h. Care satelit are viteză orbitală mai mare? Justifică răspunsul folosind ideea că sate-liții aflați mai aproape de Pământ au orbite mai mici și sunt atrași mai puternic.

Mișcarea planetelor și a sateliților*

...provocare

De ce sateliții nu se prăbușesc pe Pământ, deși sunt atrași gravitațional? Putem spune că ei „cad” continuu în jurul Pământului?

Newton și-a imaginat un munte înalt pe care este un tun cu care trage ghiulele la viteze diferite (*scanează codul QR pentru a vizualiza ceea ce citești*). La o viteză mică, ghiuleaua descrie o traiectorie ca o mică parabolă, deoarece cade pe Pământ. Pe măsură ce tunul trage cu ghiuleaua la viteze din ce în ce mai mari, aceasta trasează traiectorii parabolice tot mai lungi. La o viteză suficient de mare, ghiuleaua cade spre Pământ, dar curbura Pământului face ca suprafața sa să se îndepărteze continuu sub ea. Astfel, ghiuleaua nu atinge solul, ci intră pe orbită. Ea va urma o traiectorie completând o orbită în jurul Pământului, pentru că a fost aruncată cu așa-numita *viteză orbitală*.



...studiu de caz

A. Planeta Jupiter este cea mai masivă planetă din Sistemul Solar și cu cei mai mulți sateliți naturali. Cel mai mare este Ganymede. Cunoscând pentru Jupiter masa, $M = 1,9 \cdot 10^{27}$ kg, și pentru Ganymede raza orbitei, $r = 1,07 \cdot 10^9$ m, iar constanta gravitațională este $k = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$, vrem să aflăm viteza necesară pentru ca Ganymede să se mențină pe o orbită aproximativ circulară în jurul lui Jupiter (fig.1)

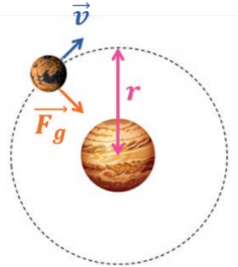


Fig.1. Viteza orbitală este viteza necesară pentru a echilibra gravitația corpului central cu inerția satelitelui

- Modulul vitezei rămâne constant, dar direcția ei se modifică deoarece forța gravitațională, $\vec{F}_g$, joacă rol de forță centripetă, $\vec{F}_{cp}$, și astfel satelitul va fi redirectionat pe o traiectorie circulară: $\frac{kMm}{r^2} = \frac{mv^2}{r}$ (1)

- După simplificarea masei satelitelui, m , rezultă: $\frac{kM}{r^2} = \frac{v^2}{r} \Rightarrow v^2 = \frac{kM}{r}$ (2)

- Din relația (2), viteza orbitală este: $v = \sqrt{\frac{kM}{r}}$ (3)

- Înlocuind numeric se obține: $v = \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2} \cdot 1,9 \cdot 10^{27} \text{ kg}}{1,07 \cdot 10^9 \text{ m}}} \cong 1,09 \cdot 10^4 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cong 10,9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$

Observație: Nu este nevoie să se cunoască masa satelitelui, iar viteza acestuia este cu atât mai mare, cu cât este mai aproape de corpul masiv orbitat.

Viteza orbitală este viteza necesară pentru ca un corp să se mențină pe o orbită circulară de rază r în jurul unui astru.

$$v = \sqrt{\frac{kM}{r}} \quad (3)$$

viteza orbitală (m/s) —
 constanta gravitațională ($6,67 \cdot 10^{-11} \text{ m}^3 \text{ kg}^{-1} \text{ s}^{-2}$) —
 masa astrului orbitat (kg) —
 raza orbitei (m) —

B. *Meteosat* este un satelit meteorologic ce se află pe o orbită geostaționară a cărei rază față de centrul Pământului este $r = 4,22 \cdot 10^7$ m. Masa Pământului este $M = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg, iar constanta gravitațională este $k = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$. Vrem să aflăm:

- Ce condiție trebuie să îndeplinească acest satelit pentru a se mișca pe o orbită geostaționară? Care este *perioada orbitală* a acestui satelit artificial?

Meteosat se află pe o orbită circulară a cărei circumferință este $2\pi r$ (fig.2). Prin urmare, perioada orbitală a acestuia va fi: $T = \frac{2\pi r}{v}$. Pentru ca *Meteosat* să fie geostaționar, trebuie să se afle pe o orbită circulară în planul Ecuatorului, să se deplaseze în același sens cu rotația Pământului și să aibă perioada egală cu perioada de rotație a Pământului față de stele, aproximativ 23 h 56 min.

Luând în considerare expresia vitezei orbitale (3), *perioada orbitală* va avea expresia:

$$T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{kM}{r}}} = 2\pi \sqrt{\frac{r^3}{kM}} \quad (4)$$

Înlocuind valorile numerice în relația (4), se obține perioada orbitală a satelitului:

$$T = 8,63 \cdot 10^4 \text{ s} = 23,97 \text{ h} \cong 24 \text{ h}$$

Observație: Meteosat are aceeași perioadă orbitală cu cea de rotație a Pământului, de 24 h. El va rămâne „fix” deasupra aceluiași punct de pe Ecuator, condiție îndeplinită de orbita geostaționară.

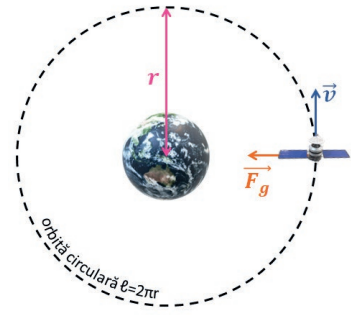


Fig. 2. Perioada orbitală este durata necesară satelitului pentru a parcurge o orbită completă în jurul corpului central.

...de reținut

Planetele orbitează stelele, iar la rândul lor, sateliții orbitează planetele.

planete	sateliți naturali	sateliți artificiali
De exemplu: Pământ, Marte, Jupiter	De exemplu: Luna, Io, Ganymede	De exemplu: ISS, GPS, Meteosat, Landsat, Hubble
Orbită eliptică (aproape circulară)	Orbită eliptică (aproape circulară)	Orbită circulară (sau eliptică controlată)

Viteza cosmică reprezintă viteza minimă necesară unui corp pentru a intra pe orbită sau pentru a părăsi câmpul gravitațional al unui astru.

În practică, o rachetă este lansată inițial aproape vertical, apoi traiectoria ei este înclinată treptat pentru a obține viteza orizontală necesară intrării pe orbită.

Prima viteză cosmică ($v_1 = 7,9 \text{ km/s}$) este viteza necesară pentru a deveni satelit artificial al Pământului pe o orbită circulară joasă.

Greutatea ($G = m g_0$) unui satelit de masă m la suprafața Pământului ($M_p = 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$, $R = 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}$, $g_0 = 9,8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$) se poate exprima ca forță de atracție gravitațională:

$$m g_0 = \frac{k M_p m}{R_p^2} \Rightarrow g_0 = \frac{k M_p}{R_p^2} \quad (5)$$

Din expresia vitezei orbitale (3) și relația (5) rezultă viteza necesară satelitului pentru a putea descrie o traiectorie în imediata vecinătate a suprafeței Pământului, la distanța R , măsurată de la centrul Pământului la suprafața lui:

$$v_1 = \sqrt{R g_0} = 7,9 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (6)$$



Fig. 3. Racheta Ariane 5 lansată cu telescopul James Webb, de la Centrul Spațial Guyana din Kourou

Prima viteză cosmică ($v_1 \cong 7,9 \frac{\text{km}}{\text{s}}$) se atinge prin accelerarea unei rachete pe verticală pentru a părăsi atmosfera, urmată de o înclinare pentru a obține o viteză orizontală suficientă la o altitudine specifică ($> 100 \text{ km}$), permițând satelitului să orbiteze deoarece forța gravitațională asigură accelerația centripetă necesară.

A doua viteză cosmică ($v_2 = 11,2 \text{ km/s}$) (sau viteza de eliberare) este viteza necesară pentru a părăsi câmpul gravitațional al Pământului și a deveni satelit al Soarelui.

A doua viteză cosmică se calculează pe baza legii conservării energiei. Corpul (de exemplu, o sondă spațială) este lansat de la suprafața Pământului cu energia cinetică $E_{ci} = \frac{mv^2}{2}$ și are o energie potențială gravitațională $E_{pi} = -\frac{kM_p m}{R}$. Corpul poate ajunge, în model idealizat, la distanță foarte mare de Pământ, unde interacțiunea gravitațională terestră devine neglijabilă, iar energia potențială gravitațională este considerată zero.

$$\frac{mv^2}{2} - \frac{kM_p m}{R} = 0 \Rightarrow \frac{mv^2}{2} = \frac{kM_p m}{R} \quad (7)$$

Pentru a părăsi câmpul gravitațional al Pământului, o sondă trebuie să atingă cel puțin viteza de eliberare. Pentru a ajunge la alte planete, traiectoria trebuie apoi proiectată în raport cu mișcarea Pământului și a planetei țintă în jurul Soarelui. Din expresiile (7) și (3) se deduce:

$$v_2 = \sqrt{2Rg_0} = 11,2 \frac{\text{km}}{\text{s}} \quad (8)$$

A treia viteză cosmică ($v_3 = 16,7 \text{ km/s}$) este viteza minimă necesară pentru părăsirea Sistemului Solar, în condiții idealizate și pentru o lansare favorabilă de la nivelul orbitei Pământului.

Dacă, la aceeași distanță față de centrul Pământului, viteza tangentă este mai mare decât viteza circulară, traiectoria devine eliptică. La viteza de eliberare, traiectoria devine parabolică, iar peste această valoare devine hiperbolică. Dacă viteza este mai mică decât viteza circulară corespunzătoare acelei altitudini, traiectoria devine eliptică, cu perigeul mai jos; în cazul orbitelor joase, satelitul poate reintra în atmosferă (fig.4).

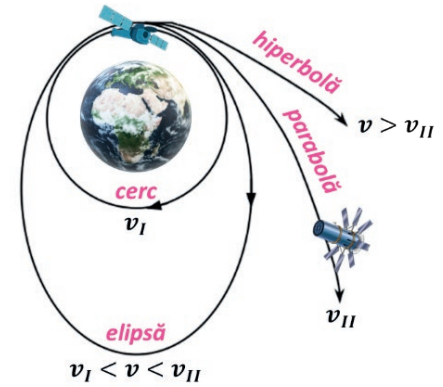


Fig. 4. Forma traiectoriei sateliților în funcție de viteza cosmică

...activitate investigativă – Există diferite tipuri de orbite?

Accesează linkul aplicației „Urmăritor de satelit 3D”: <https://satellitetracker3d.com/track?norad-id=26638> sau codul QR alăturat.

Urmărește cu aceasta sateliții: ISS, NOAA (satelit meteorologic), un satelit GPS (NAVSTAR) sau GALILEO, INTELSAT (care a asigurat transmisiunea TV în direct a Jocurilor Olimpice de Iarnă din 2026).

- Analizează următoarele caracteristici ale celor patru sateliți: altitudinea, viteza și dacă se deplasează vizibil pe hartă.
- Compară altitudinea și viteza celor patru sateliți.
- Ce observi în cazul satelitului de comunicație?
- Urmărește imaginea din fig.5, identificând tipul de orbită

Altitudinea la care se află sateliții – reprezintă criteriul principal pentru clasificarea orbitelor lor.

- Identifică din ce categorie fac parte cei patru sateliți.

Înclinația orbitelor sateliților – este un alt criteriu de clasificare a orbitelor.

Scanează codul QR alăturat pentru a urmări orbitele polare și pe cele ecuatoriale, utilizate pentru scopuri diferite, în funcție de acoperirea geografică necesară și de altitudine.

- Compară orbitele sateliților NOAA cu INTELSAT utilizând acest criteriu de clasificare.

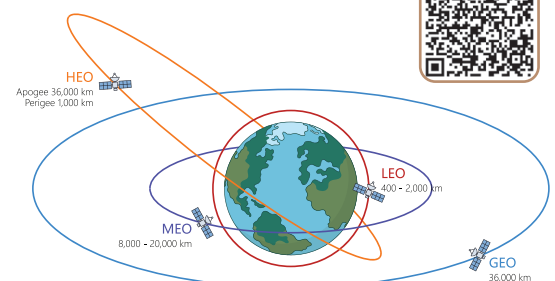


Fig. 5. Orbite terestre: joasă (LEO), medie (MEO), geostaționară (GEO), înaltă (HEO)

...activitate interdisciplinară – AI și sustenabilitatea spațială

Utilizează un instrument AI pentru a genera argumente privind beneficiile și riscurile sateliților. Compară răspunsurile obținute cu rapoarte oficiale (ESA/NASA) și evaluează: corectitudinea informațiilor, gradul de detaliu, eventuale omisiuni. Accesează linkuri precum: https://www.esa.int/Space_Safety și <https://orbitaldebris.jsc.nasa.gov/>.

Ce părere ai: poate AI înlocui analiza umană în luarea deciziilor privind mediul spațial? Verifică dacă răspunsul AI menționează: riscul de coliziune, deșeurile spațiale, efectele asupra observațiilor astronomice, beneficiile comunicațiilor, prognozei meteo, navigației și monitorizării mediului.



...verifică înțelegerea

1. De ce planetele mai apropiate de Soare au perioade orbitale mai scurte decât cele îndepărtate?
2. Dacă Pământul ar avea o masă mai mare, cum s-ar modifica viteza orbitală necesară pentru un satelit?
3. Dacă un satelit artificial și Luna se află ambele pe orbită, ce au în comun din punct de vedere fizic?
4. De ce un corp lansat cu viteza de eliberare nu mai rămâne satelit al Pământului în model idealizat?
5. Cum se modifică viteza orbitală circulară dacă raza orbitei se dublează, masa corpului central rămânând aceeași?
6. De ce sateliții meteorologici sunt plasați frecvent pe orbită geostaționară, iar cei de observare a Pământului pe orbită joasă?

PROBLEME PROPUSE

1. Stația Spațială Internațională (ISS) se află pe o orbită circulară la altitudinea $h = 400$ km. Se cunosc raza Pământului, $R_T = 6,37 \cdot 10^6$ m, masa Pământului, $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg și constanta gravitațională, $k = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg². Află care este:
 - a. raza orbitei satelitului;
 - b. viteza sa orbitală.
2. Satelitul de observare a suprafeței terestre Landsat 7 se deplasează în jurul Pământului pe o orbită circulară joasă, având o rază orbitală constantă $r = 7200$ km. Considerăm masa Pământului $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg și constanta gravitațională $k = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg².
 - a. Determină viteza orbitală cu care satelitul se deplasează pe orbită pentru a menține această traiectorie.
 - b. Calculează perioada orbitală a satelitului, exprimată în secunde și în minute.
3. În timpul unei misiuni de aprovizionare a Stației Spațiale Internaționale, o capsulă cargo automată (corpul 1), cu masa $m_1 = 500$ kg, se apropie de un modul de cercetare științifică aflat deja pe orbită (corpul 2), cu masa $m_2 = 1\,200$ kg. Înainte de a iniția manevrele finale de conectare, motoarele ambelor vehicule sunt oprite, iar distanța dintre centrele lor de masă este $r = 20$ m. Considerând constanta gravitațională $k = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg², calculează forța de atracție gravitațională reciprocă dintre cele două module spațiale și evaluează dacă această forță este suficient de mare pentru a influența manevra.
4. O cometă de masă m se deplasează pe o orbită eliptică în jurul Soarelui. În timpul călătoriei sale din Sistemul Solar exterior către interior, distanța sa față de centrul Soarelui se reduce de 3 ori (de la o distanță inițială r_1 la o distanță finală $r_2 = r_1/3$). Presupunând că în punctele de observație mișcarea poate fi aproximată local prin echilibrul dintre forța gravitațională și cea centripetă, determină:
 - a. de câte ori se modifică viteza orbitală a cometei în acest interval;
 - b. de câte ori se modifică energia sa cinetică.
5. Satelitul meteorologic european Meteosat-12 (din noua generație MTG) este plasat pe o orbită circulară ecuatorială, numită orbită geostaționară, având raza orbitală $r = 4,22 \cdot 10^7$ m măsurată de la centrul Pământului. Se cunosc: masa Pământului $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg și constanta gravitațională $k = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg².
 - a. Calculează perioada orbitală a satelitului meteorologic, exprimată în secunde și în ore.
 - b. Compară rezultatul obținut cu perioada mișcării de rotație a Pământului în jurul propriei axe și explică importanța practică a acestui tip de orbită pentru prognoza meteo.

6. Satelitul românesc de cercetare științifică și monitorizare a mediului este plasat pe o orbită circulară joasă (LEO), la o altitudine constantă $h = 600$ km deasupra suprafeței terestre. Masa totală a satelitului este $m = 800$ kg. Se consideră cunoscute următoarele constante astronomice: masa Pământului $M_T = 5,97 \cdot 10^{24}$ kg; raza medie a Pământului $R_T = 6371$ km, constanta gravitațională $k = 6,67 \cdot 10^{-11}$ N · m²/kg².
- Determină viteza orbitală a satelitului.
 - Calculează energia cinetică a acestuia pe orbită.
7. Un satelit științific de monitorizare a magnetosferei terestre se deplasează în jurul Pământului pe o orbită eliptică alungită. În punctul cel mai apropiat de Pământ (perigeu), distanța de la centrul planetei la satelit este $r_p = 7 \cdot 10^6$ m, iar viteza sa orbitală are valoarea $v_p = 9$ km/s. În punctul cel mai îndepărtat (apogeu), distanța crește până la valoarea $r_a = 1,4 \cdot 10^7$ m. Știind că în aceste două puncte extreme vectorul vitezei este perpendicular pe vectorul de poziție, determină viteza satelitului în momentul în care trece prin apogeu.

TEST DE EVALUARE

I. (1p) Citește următoarele enunțuri. Dacă apreciezi că enunțul este adevărat, scrie litera A în dreptul cifrei. Dacă apreciezi că este fals, scrie litera F.

1. Prima lege a lui Kepler afirmă că orbitele planetelor sunt elipse, Soarele aflându-se în centrul elipsei.	
2. Momentul cinetic al unei planete față de Soare se conservă, deoarece forța gravitațională este o forță centrală.	
3. Viteza orbitală a unei planete este mai mare atunci când aceasta se află mai aproape de Soare.	
4. A doua viteză cosmică reprezintă viteza minimă necesară pentru părăsirea câmpului gravitațional al Pământului.	

II. (2p) Încercuiește litera corespunzătoare singurului răspuns corect:

- A. Conform Legii a III-a a lui Kepler, raportul constant pentru toate planetele sistemului nostru solar este:
 - T/a ;
 - T^2/a ;
 - T^2/a^3 ;
 - T^3/a^2 .
- B. Valoarea aproximativă a primei viteze cosmice pentru Pământ, calculată la nivelul suprafeței, este:
 - 11,2 km/s;
 - 16,7 km/s;
 - 9,8 km/s;
 - 7,9 km/s.
- C. Dacă distanța unei planete față de Soare scade de 4 ori, pentru a păstra momentul cinetic constant, viteza acesteia trebuie să:

- scadă de 2 ori;
- crească de 4 ori;
- rămână constantă;
- crească de 2 ori.

D. Un satelit geostaționar (precum Meteosat) are perioada orbitală egală cu:

- 90 minute;
- 12 ore;
- 24 ore;
- 365 zile.

III. (2p) Completează spațiile libere pentru a conferi corectitudine științifică enunțului:

- A. Conform Legii a II-a a lui Kepler, raza vectorială a unei planete mătură egale în intervale de timp egale.
- B. Un satelit geostaționar are perioada orbitală egală cu perioada de a Pământului.
- C. Un satelit aflat pe orbită joasă trebuie să aibă o viteză orbitală decât un satelit aflat pe orbită geostaționară.
- D. Dacă viteza unui corp depășește viteza de evadare, traiectoria sa devine

IV. (4p) Rezolvă următoarea problemă:

- O planetă ipotetică se află la o distanță medie față de Soare egală cu 4 UA. Știind că perioada orbitală a Pământului este $T_p = 1$ an și distanța Pământ-Soare este 1 UA, calculează perioada de revoluție a acestei planete.
- Un satelit orbitează Pământul la o altitudine unde accelerația gravitațională este $g = 2,5$ m/s², iar raza orbitei sale este $r = 25\,600$ km. Calculează viteza orbitală a satelitului la această altitudine (exprimată în km/s).

Se acordă 1 punct din oficiu.



NOȚIUNI DE MECANICA FLUIDELOR

8

Mecanica fluidelor este știința care dezvăluie secretele mișcării și ale echilibrului mediilor lichide și gazoase. Privit de aproape, un recif de corali este laboratorul perfect în care natura aplică legile fundamentale ale fizicii. Hidrostatica explică modul în care presiunea crește odată cu adâncimea, modelând anatomia organismelor marine. Forța arhimedică menține creaturile în imponderabilitate, permițându-le să plutească fără efort în masa imensă de apă. Curenții marini transportă nutrienții esențiali prin recif, urmând ecuații precise de continuitate și curgere. Fiecare pește care înaintază modifică profilul vitezelor și învinge rezistența hidrodinamică opusă de apă. De la jeturile laminare ce mângâie coralii, până la vârtejurile turbulente create de valurile izbite de stânci, totul este fizică!

Noțiuni de statica fluidelor

Fluidele sunt, prin definiție, substanțe capabile să curgă și să adopte forma recipientului în care se găsesc. În realitate, ele manifestă o rezistență la deplasarea relativă a straturilor interne sau la mișcarea unui corp prin interiorul lor, proprietate cunoscută sub numele de *vâscozitate*. Lichidele și gazele sunt fluide.

Lichidele sunt practic incompresibile. Forțele de coeziune dintre moleculele lichidelor fiind mici, forma lor poate fi modificată de o forță foarte mică, iar ele își recapătă forma inițială în momentul în care forța încetează să acționeze. Un lichid este întotdeauna mărginit de o suprafață care-l separă de corpurile solide sau gazoase. Suprafața de separare dintre lichid și gaz se numește *suprafață liberă*.

Gazele sunt perfect elastice și umplu tot volumul pe care-l au la dispoziție. La fel ca și lichidele, gazele nu opun o rezistență ridicată la schimbarea formei. Spre deosebire de lichide, gazele nu prezintă o suprafață liberă, deoarece forțele de coeziune dintre molecule sunt neglijabile. Din cauza agitației termice intense (mișcarea dezordonată, continuă și dependentă de temperatură a particulelor), moleculele tind să se îndeparteze cât mai mult unele de altele, făcând ca gazul să se extindă rapid și să ocupe întreg volumul recipientului în care se află.

1. Presiunea

Ai observat că, pe timpul iernii, salvatorii montani echipează ATV-urile pe care le folosesc cu kituri de șenile?



...provocare

Imaginează-ți că, în locul șenilelor, salvatorii montani ar utiliza roți obișnuite pe ATV-uri în timpul iernii. Cum ar influența acest lucru deplasarea pe zăpadă sau gheață?

...investigație

Analizează cele două imagini. În prima situație, cele două persoane stau direct în zăpadă, iar în a doua situație, aceleași persoane poartă schiuri. În care situație pătrund mai adânc în zăpadă? Ce diferență există între suprafețele de contact în cele două cazuri? Ce poți spune despre greutatea celor două persoane? Argumentează.



Când o persoană poartă schiuri, aceasta se afundă mai puțin în zăpadă decât atunci când este fără schiuri. De asemenea, persoana cu greutatea mai mare pătrunde mai adânc în zăpadă comparativ cu cea mai ușoară.

Prin urmare, presiunea exercitată asupra zăpezii scade odată cu mărirea suprafeței de contact și crește odată cu creșterea greutății.



...de reținut

Definiție. Presiunea este mărimea fizică scalară egală cu raportul dintre forța ce acționează normal și uniform pe o suprafață și aria suprafeței.

$$p = \frac{F_n}{S}$$

presiunea (Pa) —

forța ce acționează normal și uniform pe suprafață (N) —

— aria suprafeței (m²)

Unitatea de măsură pentru presiune în Sistemul Internațional este: $\langle p \rangle_{SI} = \frac{\langle F_n \rangle_{SI}}{\langle S \rangle_{SI}} = \frac{N}{m^2} = Pa \text{ (Pascal)}$

Definiție. 1 Pa reprezintă presiunea exercitată de o forță de 1 N care acționează normal și uniform pe o suprafață de 1 m².

Instrumentul de măsură pentru presiunea atmosferică este **barometrul**. Pentru gaze închise (de exemplu: pneuri, butelii), instrumentul de măsură este **manometrul**.



Fig.1 Barometru

...problemă rezolvată

Calculează presiunea exercitată de un organizator de birou cu masa de $m = 2,7 \text{ kg}$ așezat pe birou, știind că aria suprafeței de contact este de $S = 900 \text{ cm}^2$.

Rezolvare:

$m = 2,7 \text{ kg};$ $S = 900 \text{ cm}^2 = 9 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$ $p = ?$	$p = \frac{F_n}{S} = \frac{G}{S}$ Folosind formula greutateii, obținem: $G = m \cdot g = 2,7 \text{ kg} \cdot 10 \frac{N}{kg} = 27N$. Înlocuind numeric în formula presiunii, obținem: $p = \frac{27 N}{9 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2} = 300 \text{ Pa}$.
--	---

...verifică înțelegerea

1. Cum trebuie să fie bretelele rucsacului de munte? De ce? Dar lama unui cuțit bine ascuțit? De ce taie mai ușor?
2. Presiunea este o mărime fizică derivată. Exprimă unitatea de măsură pentru presiune în funcție de unitățile de măsură fundamentale ale Sistemului Internațional.
3. Determină raportul dintre presiunea produsă de un deget asupra pielii și presiunea produsă de acul unei seringi care acționează cu aceeași forță, știind că ariile suprafețelor de contact sunt 1 cm², respectiv 1 mm².
4. Calculează presiunea exercitată de un top de hârtie cu masa de $m = 2,5 \text{ kg}$ așezat pe birou, știind că dimensiunile unei coli sunt 210 mm × 297 mm.
5. Într-o rezervație naturală, un buștean este amenajat ca bancă pentru vizitatori. Calculează masa bușteanului știind că aria suprafeței de contact este de 0,4 m² și acesta exercită asupra solului o presiune de 3 kPa.
6. Compară presiunile exercitate de cele două persoane din investigația propusă în lecție, știind că masele acestora sunt 30 kg, respectiv 80 kg, iar suprafața tălpii unui bocanc este de 200 cm² în cazul copilului, respectiv de 250 cm² în cel al adultului.

Curiozități...

- În practică sunt folosite și alte unități de măsură pentru presiune:

Unitatea de măsură	Simbol	Valoare numerică în Pa	Domeniul de utilizare
bar	bar	100000 Pa	meteorologie
torr milimetru coloană de mercur (<i>presiunea hidrostatică exercitată de o coloană de mercur cu înălțimea de 1 mm</i>)	torr mmHg	133,322 Pa	medicină
atmosferă fizică (<i>presiunea atmosferică normală</i>)	atm	101325 Pa	limbajul cotidian
atmosferă tehnică (<i>presiunea exercitată de greutatea unei mase de 1 kg aplicată normal pe o suprafață de 1 cm²</i>)	at	98066,5 Pa	tehnică

- **Blaise Pascal (1623-1662)** a fost un matematician, fizician și filozof francez având contribuții în numeroase domenii ale științei. În onoarea lui, unitatea de măsură a presiunii precum și un limbaj de programare îi poartă numele.



2. Presiunea hidrostatică

Ai observat că în multe localități, rezervoarele de apă potabilă sunt amplasate pe turnuri înalte sau pe dealuri?

...provocare

Ce s-ar întâmpla dacă rezervorul ar fi amplasat la nivelul solului? De ce presiunea apei este mai mică la ultimul etaj al unui bloc foarte înalt?

...experiment

A. Pentru a pune în evidență existența presiunii hidrostatice, ai nevoie de un cilindru de sticlă deschis la ambele capete. Partea inferioară a cilindrului este închisă cu un disc foarte ușor din plastic. Discul este legat cu un fir subțire, mai lung decât cilindrul, cu ajutorul căruia este menținut lipit de cilindru atunci când acesta se află în aer. Dacă se detensionează firul în timp ce cilindrul este în aer, discul cade sub acțiunea propriei greutate.

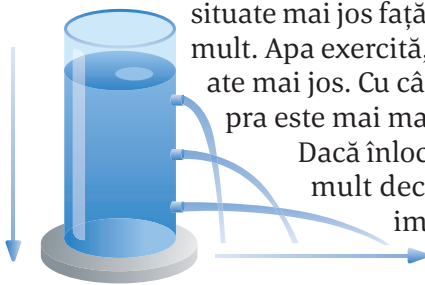
Introdu cilindrul într-un vas cu apă, cu discul aplicat la baza sa. Detensionează firul în această situație. Ce observi? Înclină cilindrul. Ce observi?

Discul nu se îndepărtează de cilindru deoarece asupra discului acționează o forță exercitată de apă, orientată de jos în sus. La înclinarea cilindrului, discul nu se deplasează deoarece forța este perpendiculară pe suprafața discului. Dacă această forță ar avea o direcție oblică, discul s-ar deplasa lateral. Faptul că el rămâne fix arată că presiunea exercitată de lichid acționează normal (perpendicular) pe suprafață.

B. Pentru a evidenția factorii de care depinde presiunea hidrostatică ai nevoie de un cilindru cu orificii verticale, apă și sare de bucătărie. Umples cilindrul cu apă și roagă trei colegi să îndepărteze concomitent dopurile de la cele trei orificii. Marchează locul în care fiecare jet atinge tava de lucru. Ce observi? După ce ai golit cilindrul de apă și ai închis orificiile, reia experimentul cu o soluție de apă cu sare. Ce observi?

Traectoria jetului de apă diferă în funcție de poziția pe verticală a orificiilor. Cu cât sunt situate mai jos față de suprafața liberă a lichidului, cu atât jetul se îndepărtează mai mult. Apa exercită, datorită greutății sale, o presiune asupra straturilor de apă situate mai jos. Cu cât adâncimea este mai mare, cu atât coloana de apă aflată deasupra este mai mare și determină o presiune mai mare asupra orificiului.

Dacă înlocuim apa cu o soluție de apă cu sare, jeturile se vor îndepărta mai mult decât în cazul apei. Soluția are o densitate mai mare decât apa și, implicit, o greutate mai mare, determinând astfel o presiune mai mare asupra orificiilor.



...de reținut

Definiție. Presiunea exercitată de un lichid omogen aflat în echilibru datorită greutății sale se numește **presiune hidrostatică**.

Un lichid este în echilibru atunci când fiecare porțiune din lichid este în repaus. Presiunea într-un lichid aflat în echilibru depinde doar de poziția punctului în care este definită.

Să considerăm un lichid omogen aflat în echilibru într-un cilindru (fig.1). Presiunea hidrostatică p_h cu care apasă pe fundul cilindrului este:

$$p_h = \frac{F}{S} = \frac{G}{S} = \frac{m \cdot g}{S}; \quad G = m \cdot g$$

unde: G – greutatea coloanei de lichid; S – suprafața pe care se exercită greutatea coloanei de lichid; m – masa coloanei de lichid; g – accelerația gravitațională.

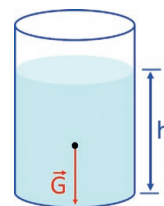


Fig. 1

Densitatea ρ a lichidului este $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V$, unde V este volumul coloanei de lichid. Înlocuind m în relația precedentă, obținem:

$$p_h = \frac{\rho \cdot V \cdot g}{S}. \text{ Dar } V = h \cdot S, \text{ unde } h \text{ este înălțimea coloanei de lichid, așadar } p_h = \frac{\rho \cdot S \cdot h \cdot g}{S}, \text{ de unde:}$$

$$p_h = \rho \cdot g \cdot h$$

presiunea hidrostatică (Pa) — *densitatea lichidului* ($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)
adâncimea (m)
acceleerația gravitațională ($\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

Unitatea de măsură pentru presiunea hidrostatică în Sistemul Internațional este: $\langle p_h \rangle_{SI} = \text{Pa}$.

Instrumentul de măsură pentru presiunea hidrostatică este **manometrul cu capsulă** (fig.2).

Manometrul cu capsulă este un aparat folosit pentru măsurarea presiunilor mici. Acesta are o capsulă metalică subțire și elastică, formată din două membrane ondulate lipite între ele pe margini. Capsula conține aer sau este aproape vidată. Când presiunea exterioară (gazul măsurat) acționează asupra capsulei, aceasta se deformează (se turtește ușor) dacă presiunea crește sau revine spre forma inițială dacă presiunea scade. Deformarea este foarte mică, dar este transmisă către un ac indicator care se deplasează pe un cadran gradat.

Presiunea hidrostatică are următoarele caracteristici:

- presiunea depinde doar de înălțimea coloanei de lichid, nu de volumul total sau de forma vasului; presiunea într-un lichid aflat în echilibru crește cu adâncimea;
- presiunea într-un punct al lichidului este independentă de orientarea suprafeței pe care se exercită; într-un punct din interiorul lichidului presiunea are aceeași valoare în toate direcțiile;
- presiunea exercitată de un lichid aflat în echilibru este aceeași în toate punctele unui plan orizontal; într-un lichid aflat în echilibru, planele orizontale sunt suprafețe de egală presiune;
- presiunea în punctele aflate la aceeași adâncime în lichide diferite depinde de natura lichidului, fiind proporțională cu densitatea lichidului;

Delimitează imaginat o coloană de lichid de înălțime Δh și aria bazei S (fig.3). Presiunea hidrostatică la adâncimea h_1 este $p_1 = \rho \cdot g \cdot h_1$, iar la adâncimea h_2 este $p_2 = \rho \cdot g \cdot h_2$. Diferența de presiune dintre suprafețele orizontale aflate la adâncimile h_2 și h_1 este dată de relația $p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1)$, așadar:

$$\Delta p = \rho \cdot g \cdot \Delta h$$

diferența de presiune (Pa) — *densitatea lichidului* ($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)
diferența de nivel (m)
acceleerația gravitațională ($\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

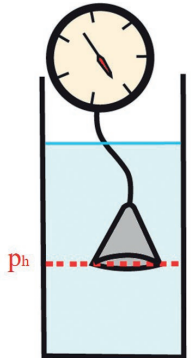


Fig. 2

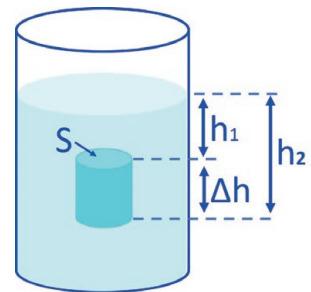


Fig. 3

Principiul fundamental al hidrostaticii: Diferența de presiune (Δp) dintre două puncte ale unui lichid omogen aflat în echilibru este direct proporțională cu diferența de nivel (Δh) dintre cele două puncte și cu densitatea lichidului (ρ).

...studiu de caz

► Barajele hidroelectrice

Barajele hidroelectrice reprezintă unele dintre cele mai importante construcții realizate de om pentru producerea energiei electrice. Barajul Porțile de Fier I este amplasat pe fluviul Dunărea, la granița dintre România și Serbia, fiind unul dintre cele mai mari sisteme hidroenergetice din Europa. Construit între anii 1964 și 1972, barajul, cu o diferență de nivel de aproximativ 30–35 m, creează un lac de acumulare cu o lungime de aproximativ 120 km și cuprinde un volum de apă de $2,4 \text{ km}^3$ ($2,4 \cdot 10^9 \text{ m}^3$).



Barajul de la Porțile de Fier I este de tip gravitațional, construit din beton masiv și proiectat să reziste presiunii hidrostatice foarte mari exercitate de apa Dunării. Are următoarele dimensiuni: înălțime de circa 60 m, lungime totală a construcției (cu centrală + ecluze) de circa 1 200 m, lățime la coronament (partea de sus) de circa 10-15 m și grosime la bază de circa 50-60 m.

La ce forță trebuie să reziste barajul de Porțile de Fier I? Pentru a răspunde la această întrebare, se ia în considerare presiunea și forța cu care acționează apa din lacul de acumulare asupra barajului.

I. Care este presiunea medie pe care o exercită apa lacului asupra barajului?

Figura alăturată (fig.4) reprezintă schema barajului. Presiunea medie datorată greutateii apei este presiunea la adâncimea medie de 30 m, deoarece presiunea crește liniar cu adâncimea: $p = \rho \cdot g \cdot h_M$. Cunoscând densitatea apei, $\rho = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ și $g = 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, avem:

$$p = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 30 \text{ m} = 294\,000 \text{ Pa}.$$

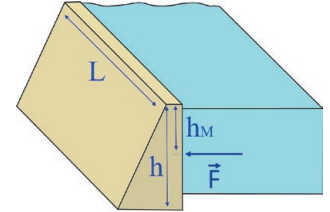


Fig.4

II. Calculează forța exercitată asupra barajului.

Folosind formula presiunii, $p = \frac{F}{S}$, forța pe care apa o exercită asupra barajului este $F = p \cdot S$. Aria suprafeței barajului este $S = L \cdot h = 1\,200 \text{ m} \cdot 60 \text{ m} = 72\,000 \text{ m}^2$, de unde $F = 294\,000 \text{ Pa} \cdot 72\,000 \text{ m}^2 = 2,11 \cdot 10^{10} \text{ N}$.

III. Ce poți spune despre valoarea forței cu care acționează apa din lacul de acumulare asupra barajului, în comparație cu greutatea apei din lacul de acumulare?

Greutatea apei din lacul de acumulare este $G = m \cdot g$. Folosind formula densității $\rho = \frac{m}{V}$, obținem $m = \rho \cdot V = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 2,4 \cdot 10^9 \text{ m}^3 = 2,4 \cdot 10^{12} \text{ kg}$. Înlocuind în formula greutateii, avem:

$G = 2,4 \cdot 10^{12} \text{ kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} = 2\,352 \cdot 10^{10} \text{ N}$. În concluzie, chiar dacă forța exercitată asupra barajului este considerabilă, aceasta reprezintă o fracțiune foarte mică din greutatea totală a apei din lacul de acumulare, mai exact 0,09% din aceasta.

Verifică dacă ai înțeles: Dacă lacul de acumulare și-ar dubla suprafața, fără să-și modifice adâncimea, ar trebui reprojectat barajul?

► Butoiul lui Pascal – Crève tonneau

Un experiment celebru în Franța secolului al XIX-lea, atribuit tradițional lui Blaise Pascal, demonstrează că presiunea depinde de înălțimea coloanei de lichid și nu de greutatea acestuia.

Pascal a umplut un butoi mare de lemn cu apă și l-a sigilat ermetic. În partea superioară a lui a inserat un tub vertical foarte subțire și foarte lung (circa 10 m). A început apoi să toarne apă în tubul subțire, iar rezultatul a fost surprinzător: deși a adăugat doar un pahar de apă în plus, presiunea creată de înălțimea coloanei de apă din tub a fost atât de mare încât butoiul masiv de lemn s-a fisurat, iar apa a început să țâșnească prin doage.

Explicația fizică: Deoarece $p_h = \rho \cdot g \cdot h$, presiunea la baza tubului (în interiorul butoiului) a crescut enorm datorită înălțimii, chiar dacă volumul de apă adăugat a fost neglijabil. Conform *Legii lui Pascal*, această presiune suplimentară s-a transmis integral în toate direcțiile, exercitând asupra pereților interiori ai butoiului o forță totală de ordinul zecilor de mii de newtoni, pe care lemnul nu a putut-o suporta.

Verifică dacă ai înțeles: Dacă în loc de apă am fi folosit ulei (cu o densitate mai mică), am fi avut nevoie de un tub mai lung sau mai scurt pentru a sparge butoiul?



Fig.5

...problemă rezolvată

La ce adâncime se află un cașalot asupra căruia se exercită o presiune hidrostatică de 20,5 MPa, știind că densitatea apei de mare este $1\,025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$?

Rezolvare: $p_h = 20,5 \text{ MPa} = 20\,500\,000 \text{ Pa}$;
 $\rho = 1\,025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$
 $h = ?$

Din formula presiunii hidrostatice: $p_h = \rho \cdot g \cdot h$.
 Obținem: $h = \frac{p_h}{\rho \cdot g} = \frac{20\,500\,000 \text{ Pa}}{1\,025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}} = 2\,000 \text{ m}.$

...verifică înțelegerea

1. La baza celor patru vase se exercită aceeași presiune (Fig.6). Explică.
2. Explică cu argumente științifice riscurile (datorate p_h a sângelui) la care se expun piloții în timpul manevrelor sau a antrenamentelor pentru zborurile cosmice.
Atașează această explicație în portofoliul tău personal.
3. Folosind valorile prezentate în *Studiu de caz*, calculează presiunea hidrostatică la baza Barajului Porțile de Fier I.
4. Calculează presiunea hidrostatică exercitată la adâncimea de 500 m asupra unui pinguin imperial (densitatea apei de mare este $1\,025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$).
5. Asupra unui melc de mare, filmat pe parcursul coborârii în Groapa Marianelor, se exercită o presiune hidrostatică de 82 MPa. Calculează adâncimea la care a fost filmat, știind că densitatea apei de mare este $1\,025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.
6. Un scafandru în costum rigid articulat coboară controlat în Oceanul Pacific, de la adâncimea de 210 m la adâncimea de 610 m. Calculează diferența de presiune exercitată asupra scafandruului, știind că densitatea apei de mare este $1\,025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

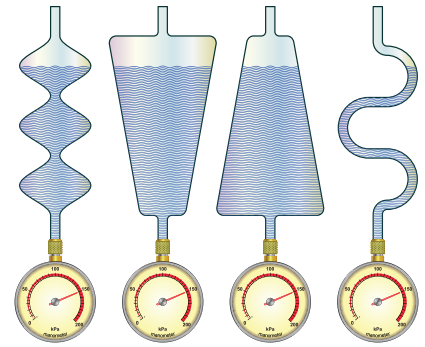


Fig.6

Curiozități...

- Barajul de la Porțile de Fier I este un exemplu care arată că marile construcții hidrotehnice aduc atât beneficii importante, cât și riscuri. Printre beneficiile acestui baraj se numără producerea unei cantități mari de energie electrică din surse regenerabile. De asemenea, barajul a îmbunătățit navigația pe Dunăre, făcând transportul fluvial mai sigur. În plus, zona s-a dezvoltat economic, au apărut locuri de muncă și activități turistice.
Totuși, existența barajului a adus și riscuri sau efecte negative. Pentru formarea lacului de acumulare au fost inundate localități și terenuri, iar unele comunități au fost strămutate. Ecosistemele naturale au fost modificate, iar anumite specii de pești (sturionii) și plante au fost afectate. În plus, presiunea mare a apei poate reprezenta un risc în cazul unor fenomene extreme, cum ar fi cutremurele sau viiturile foarte puternice.
- La nivelul inimii umane presiunea arterială este pulsativă, cu o valoare medie de aproximativ 100 mmHg. În poziția orizontală a corpului omenesc, presiunea arterială medie din creier este aproximativ egală cu cea din picioare. În poziție verticală, presiunea arterială din creier este de 60 mmHg, iar cea din picioare, de 200 mmHg.

3. Presiunea atmosferică

Ai observat că, atunci când deschizi un borcan cu murături sau dulceață, capacul face un mic „poc”?

...provocare

De ce respirăm mai greu la munte, la altitudine mare, deși procentul de oxigen din aer rămâne același?

...experimentul lui Torricelli

Cum estimăm forța cu care apasă aerul pe suprafețele din jur, adică presiunea aerului? Unul dintre primii fizicieni care au reușit să facă asta a fost Evangelista Torricelli, discipol al lui Galileo Galilei.

Galileo era preocupat cu o problemă nerezolvată în acea vreme: o pompă aspiratoare nu putea să tragă apa de la o adâncime mai mare de 10,33 m. Aceste pompe funcționează vidând partea de deasupra coloanei de apă, în așa fel încât apa să urce. De ce nu se poate de la o adâncime mai mare?



...studiu de caz

Înălțimea fluidelor într-un tub deschis în formă de U

Un tub în formă de U, deschis la ambele capete, este umplut inițial cu un lichid de densitate ρ_1 până la aceeași înălțime h în ambele brațe. Apoi, într-unul dintre brațe se toarnă un al doilea lichid, cu densitate ρ_2 mai mică decât ρ_1 , care se așază deasupra primului lichid (fig.4). Lichidele nu sunt miscibile. După stabilirea echilibrului, nivelurile din cele două brațe nu mai sunt egale. Înălțimea lichidului 2 măsurată de la suprafața de separație până la suprafața liberă este h_2 , iar înălțimea lichidului 1 din celălalt braț, măsurată față de același nivel de separație, este h_1 . Determină expresia diferenței dintre aceste înălțimi.

Într-un tub deschis în formă de U, presiunea în două puncte aflate la aceeași înălțime este egală dacă punctele se găsesc în același lichid. De aceea, alegem două puncte situate la același nivel în cele două brațe ale tubului: unul la suprafața de separație dintre lichide, în brațul unde se află lichidul 2, iar celălalt într-un punct din brațul care conține doar lichidul 1, poziționat la aceeași înălțime. Presiunea în fiecare dintre aceste puncte este dată de presiunea atmosferică, la care se adaugă presiunea exercitată de coloana de lichid aflată deasupra.

Presiunea în brațul cu lichidul 1 este: $p_1 = p_o + \rho_1 \cdot g \cdot h_1$. Presiunea în brațul cu lichidul 2 este: $p_2 = p_o + \rho_2 \cdot g \cdot h_2$.

Având în vedere că cele două puncte sunt în lichidul 1 și se află la același nivel, presiunile din aceste puncte sunt egale. În consecință, putem scrie relația:

$$p_o + \rho_1 \cdot g \cdot h_1 = p_o + \rho_2 \cdot g \cdot h_2$$

astfel,

$$\rho_1 \cdot h_1 = \rho_2 \cdot h_2 \iff \frac{h_1}{h_2} = \frac{\rho_2}{\rho_1}$$

Observație: Înălțimile la care se ridică două lichide nemiscibile într-un tub deschis în formă de U sunt invers proporționale cu densitățile lor.

Din ecuațiile de mai sus rezultă că diferența dintre înălțimile coloanelor de lichid din cele două brațe ale tubului în formă de U este:

$$h_2 - h_1 = h_2 - \frac{\rho_2 \cdot h_2}{\rho_1} = h_2 \left(1 - \frac{\rho_2}{\rho_1} \right)$$

În caz particular, dacă presupunem că $\rho_2 = \rho_1$, rezultă că $h_2 = h_1$. Atunci când cele două lichide au aceeași densitate, înălțimile coloanelor din cele două brațe devin egale.

Verifică dacă ai înțeles: Mercurul este o substanță periculoasă pentru sănătate. Totuși, în trecut, el a fost folosit frecvent în barometre. De ce crezi că oamenii de știință au ales mercurul, și nu un lichid mai sigur, cum este apa?

...problemă rezolvată

Calculează presiunea exercitată asupra unui pește fantomă la adâncimea de 8 hm, știind că densitatea apei de mare este $1025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

$$\begin{array}{l} \text{Rezolvare: } h = 8 \text{ hm} = 800 \text{ m;} \\ \rho = 1025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}; \\ p = ? \end{array}$$

Aplicând ecuația generală a hidrostatiei, obținem:

$$p = p_o + \rho \cdot g \cdot h = 101325 \text{ Pa} + 1025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} \cdot 800 \text{ m} = 8301325 \text{ Pa}$$

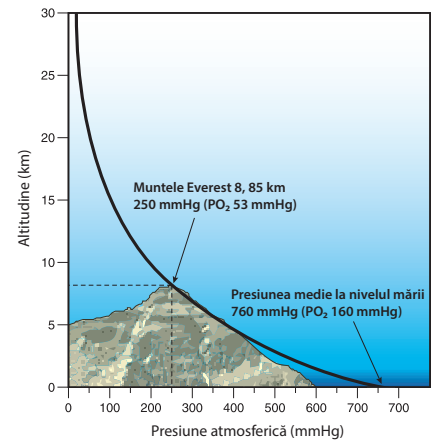


Fig.3

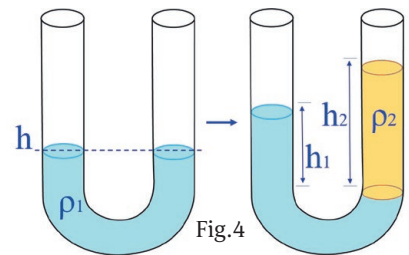


Fig.4



...verifică înțelegerea

1. Ce determină aerul să iasă din plămâni atunci când expirăm?
2. Care este înălțimea unei coloane de apă care exercită asupra bazei sale o presiune hidrostatică egală cu presiunea atmosferică normală (densitatea apei este $1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)?
3. În căutarea algelor marine, o iguană de Galapagos coboară la adâncimea de 20 m (densitatea apei de mare este $1\,025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$). Calculează presiunea hidrostatică și presiunea totală exercitate asupra reptilei la această adâncime. Exprimă aceste presiuni în atmosfere fizice.
4. Vizorul unui submersibil de explorare este proiectat să reziste la o presiune exterioară maximă de 10 atm. Determină adâncimea maximă la care poate coborî acesta în apa mării fără ca vizorul să cedeze ($g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$; $\rho = 1\,025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$).
5. Un tub deschis în formă de U conține apă cu densitatea de $1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ și ulei cu densitatea de $800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Înălțimea coloanei de ulei de la suprafața de contact a celor două lichide este 10 cm. Calculează înălțimea coloanei de apă din celălalt braț al tubului?
6. *Temă experimentală:* Pune în evidență existența presiunii atmosferice folosind o sticlă de 250 mL plină cu apă și o minge de tenis de masă. Așază mingea de tenis pe gura sticlei și întoarce sticla, menținând poziția mingii ca în fig.5. Îndepărtează degetul. Ce observi? Explică. *Atașează această explicație în portofoliul tău personal.*

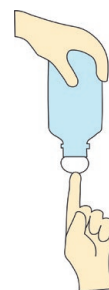


Fig.5

Curiozități...

- Presiunea atmosferică nu schimbă direct cantitatea de vapori de apă, dar influențează mișcarea și temperatura aerului, iar acestea determină umiditatea și formarea norilor. Când presiunea este mică (ciclone) aerul urcă și se răcește. În urma răcirii, umiditatea crește și vremea devine instabilă, vaporii conținuți de aer condensează, generând ploaia. Când presiunea este mare (anticiclone) aerul coboară și se încălzește. Ca urmare a acestui proces, umiditatea scade, norii se risipesc și avem parte de vreme frumoasă.
- *De ce nu ne strivește presiunea atmosferică?* Deși aerul pare „ușor”, deasupra fiecăruia dintre noi apasă o coloană de gaz care generează o forță echivalentă cu greutatea unei mașini de aproximativ 10 t pe fiecare metru pătrat. Nu suntem însă striviți, deoarece corpul nostru este un sistem aflat în echilibru de presiune: fluidele din interiorul celulelor, sângele și aerul din plămâni exercită o presiune egală cu cea exterioară. Practic, forța care apasă din exterior este contrabalansată perfect de forța care împinge din interior, menținând structura corpului intactă, exact așa cum un balon umflat își păstrează forma sub presiunea aerului din jur.

4. Legea lui Pascal

Ai observat că scaunele de la salonul de coafură pot fi ridicate apăsând o clapetă?

...provocare

De ce atunci când strângi o sticlă de apă cu capac sport, apa țâșnește prin orificiul de scurgere? Cum îți explici că direcția jetului de apă este orientată în spațiu diferit față de direcția de apăsare a degetelor tale?



...experiment

Pentru a pune în evidență legea lui Pascal, folosește dispozitivul alăturat. Desfășură pistonul de la o seringă, introdu o cantitate de apă, apoi pune pistonul la loc asigurându-te că nu există bule de aer în circuit. Notează volumul inițial de apă din cele două seringi conectate printr-un tub flexibil, etanș, umplut complet cu lichid. Acționează cu atenție pistonul seringii mici și urmărește ce se întâmplă cu cealaltă seringă. Notează volumul final de apă din cele două seringi. Ce observi?

Pistonul seringii mari se deplasează, iar volumul de apă pierdut de seringă mică este același cu volumul de apă primit de seringă mare. Aceasta arată că presiunea exercitată asupra lichidului prin pistonul seringii mici este transmisă integral pistonului seringii mari, pe care îl deplasează.

Acum fixează-ți mâinile pe cele două pistoane. Ține fix pistonul seringii mici și acționează pistonul seringii mari. Apoi ține fix pistonul seringii mari și acționează pistonul seringii mici. Compară cele două situații. Ce observi?

Atunci când apeși pe pistonul seringii mari, forța resimțită la pistonul seringii mici este mai mică. În schimb, când acționezi pistonul seringii mici, forța transmisă către pistonul seringii mari este mai mare. Aceasta arată că, deși presiunea se transmite egal în lichid, forța exercitată asupra fiecărui piston depinde de suprafața acestuia: cu cât suprafața este mai mare, cu atât forța obținută este mai mare.



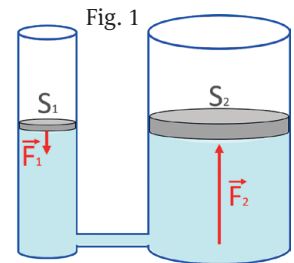
...de reținut

Presiunea exterioară exercitată asupra unui lichid aflat în echilibru se transmite integral în toată masa lichidului și în toate direcțiile.

Aplicații

- **Presa hidraulică** (fig.1) este folosită pentru a amplifica acțiunea unei forțe. Ea este alcătuită din doi cilindri cu piston, de secțiuni diferite S_1 și S_2 , care comunică printr-un tub de legătură. În timpul funcționării preseii, volumul lichidului nu variază.

Din exterior se aplică o forță F_1 asupra secțiunii mici S_1 . Presiunea exercitată asupra pistonului mic este $p_1 = \frac{F_1}{S_1}$. Lichidul transmite mai departe această presiune secțiunii S_2 . Presiunea exercitată asupra pistonului mare este $p_2 = \frac{F_2}{S_2}$. Conform legii lui Pascal și neglijând diferențele de nivel, presiunea exterioară exercitată asupra pistonului mic se transmite integral pistonului mare: $p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$.

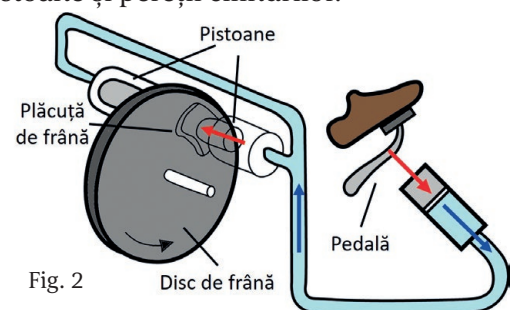


$$\frac{\text{forța aplicată asupra pistonului mic (N)}}{\text{aria suprafeței pistonului mic (m}^2\text{)}} = \frac{\text{forța exercitată asupra pistonului mare (N)}}{\text{aria suprafeței pistonului mare (m}^2\text{)}}$$

$$\frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2}$$

De aici deducem că forța generată de presa hidraulică este dată de expresia: $F_2 = F_1 \cdot \frac{S_2}{S_1}$. Cu cât suprafața S_2 este mai mare, cu atât forța aplicată pistonului mare este mai mare. În practică, forța care acționează asupra pistonului mare este influențată de forțele de frecare dintre pistoane și pereții cilindrilor.

- **Frâna hidraulică** (Fig.2) funcționează asemănător unei prese hidraulice și este alcătuită din tuburi umplute cu un lichid special care conectează pedala de frână cu fiecare roată. Atunci când este apăsată pedala, se exercită presiune asupra unui piston din cilindrul de frână. Acesta presează apoi lichidul prin tuburi către sistemul de frânare al roților, acționând plăcuțele pentru a le frâna.



...problemă rezolvată

Asupra unei prese hidraulice acționează forțele $F_1 = 300 \text{ N}$, respectiv $F_2 = 6 \text{ kN}$. Calculează aria pistonului mic, dacă pistonul mare are suprafața $S_2 = 200 \text{ cm}^2$. Se neglijează frecările.

Rezolvare:

$$\begin{array}{l} F_1 = 300 \text{ N} \\ F_2 = 6 \text{ kN} = 6\,000 \text{ N} \\ S_2 = 200 \text{ cm}^2 = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2 \\ S_1 = ? \end{array}$$

Aplicând legea lui Pascal obținem: $p_1 = p_2 \Rightarrow \frac{F_1}{S_1} = \frac{F_2}{S_2} \Rightarrow S_1 = \frac{F_1 \cdot S_2}{F_2}$.

Numeric: $S_1 = \frac{300 \text{ N} \cdot 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2}{6\,000 \text{ N}} = 0,1 \cdot 10^{-2} \text{ m}^2$.

...studiu de caz

Abordare energetică – Care sunt „costurile” multiplicării forței la o presă hidraulică?

Deși presa hidraulică ne permite să ridicăm greutăți mari cu o forță mică $F_2 > F_1$, acest dispozitiv nu creează energie, ci doar o transmite. Întrucât lichidul este incompresibil, volumul de lichid împins de pistonul mic V_1 trebuie să fie egal cu volumul de lichid care ridică pistonul mare V_2 :

$$V_1 = V_2 \Rightarrow S_1 \cdot d_1 = S_2 \cdot d_2$$

unde d_1 și d_2 reprezintă distanțele parcurse de cele două pistoane. Din această egalitate deducem raportul deplasărilor:

$$\frac{d_1}{d_2} = \frac{S_2}{S_1}$$

Concluzie: Deoarece $S_2 > S_1$, rezultă că $d_1 > d_2$, adică pentru a ridica un obiect pe o distanță mică cu pistonul mare, va trebui să apăsăm pistonul mic pe o distanță mult mai mare. În fizică, acest principiu se traduce astfel: ceea ce câștigăm în forță, pierdem în distanța parcursă, astfel încât, în absența frecărilor, lucrul mecanic, $L = F \cdot d$, rămâne constant: $F_1 \cdot d_1 = F_2 \cdot d_2$.

Verifică dacă ai înțeles: Într-o vulcanizare, un mecanic folosește un cric hidraulic pentru a ridica un autoturism. Raportul suprafețelor celor două pistoane este $\frac{S_2}{S_1} = 50$ (pistonul mare are aria de 50 de ori mai mare decât cel mic). Mecanicul dorește să ridice autoturismul la înălțimea de 10 cm.

- Calculează distanța totală pe care trebuie să o parcurgă pistonul mic pentru a realiza această ridicare.
- Dacă la fiecare apăsare a manetei cricului, pistonul mic coboară cu 5 cm, de câte ori trebuie mecanicul să acționeze maneta pentru a finaliza operațiunea?

...verifică înțelegerea

- Secțiunile pistoanelor unei prese hidraulice pentru fructe au ariile de 10 cm^2 , respectiv 300 cm^2 . Calculează forța ce presează fructele, dacă se acționează asupra pistonului mic cu o forță de 200 N.
- Calculează forța minimă cu care trebuie să acționeze o coafeză asupra pedalei fixate pe un piston cu o suprafață de 4 cm^2 pentru a ridica în scaun o clientă cu masa de 50 kg, știind că scaunul gol are o masă de 30 kg și este fixat pe un piston cu suprafața de 20 cm^2 .
- Secțiunile pistoanelor unui elevator hidraulic pentru automobile au un raport de 4:1. Calculează forța minimă necesară ridicării unui autoturism cu masa de 1,4 t.
- Pistonul mic al unei prese hidraulice are diametrul de 1,5 cm și este supus acțiunii unei forțe de 20 N. Care trebuie să fie diametrul pistonului mare pentru a suporta o sarcină de 18 kN?

Curiozități...

- O gamă largă de dispozitive funcționează pe baza legii lui Pascal. Printre acestea se numără: elevatorul, scaunul stomatologului, scaunul de birou, brațul hidraulic al excavatorului, cricul hidraulic, stabilizatoarele hidraulice ale macaralelor, brațele hidraulice ale platformelor de lucru la înălțime, sistemele hidraulice ale utilajelor agricole, presa pentru suc, platforme de ridicare pentru persoane cu dizabilități, prese pentru reciclare (pentru material plastic, carton, metal), pulverizatoare, sisteme de frânare hidraulice, tensiometrul și multe altele.

5. Legea lui Arhimede

Ai observat că baloanele cu aer cald pot ridica în atmosferă nacele grele, cu mai mulți pasageri, deși masa totală a întregului ansamblu este de ordinul suteilor de kilograme?



...provocare

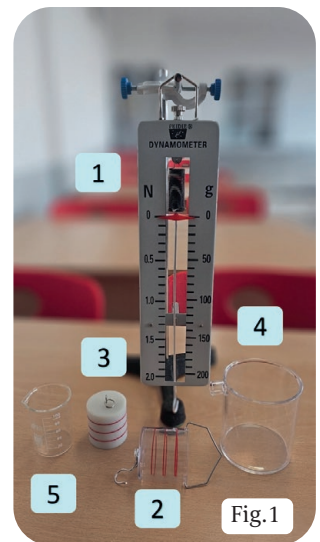
Se știe că aisbergurile sunt un pericol major pentru nave, deoarece cea mai mare parte a volumului lor se află sub apă. Dacă asupra acestui gigant de gheață acționează permanent greutatea sa uriașă care îl trage în jos, cine acționează pentru a susține aisbergul la suprafață și pentru a-l împiedica să se scufunde definitiv în adâncul oceanului?

...experiment

Pentru a pune în evidență legea lui Arhimede, folosește dispozitivul din figura alăturată. Acesta este format dintr-un stativ cu dinamometru (1), o găleată transparentă dotată cu cârlig de agățare în partea de jos (2), un cilindru de plastic (3), un vas cu deversor (4) și un pahar pentru colectarea volumului de apă dezlocuit (5).

1. Introdu cilindrul în găleată și suspendă ansamblul de dinamometru.
2. Notează indicația dinamometrului (F_1).
3. Scoate cilindrul și agață-l de cârligul de sub găleată. S-a schimbat greutatea totală a ansamblului dacă ai agățat cilindrul în partea de jos?
4. Scufundă cilindrul în vasul cu deversor.
5. Notează valoarea indicată în acest moment de acul dinamometrului (F_2).
6. Colectează apa dezlocuită și toarn-o în găleată.
7. Notează valoarea indicată în acest moment de acul dinamometrului (F_3).
8. Compară indicațiile dinamometrului.

F_1/N	F_2/N	F_3/N



Forța care împinge cilindrul în sus este egală cu greutatea volumului de lichid dezlocuit de acesta. Acest lucru este dovedit de faptul că, după turnarea apei colectate înapoi în găleată, dinamometrul revine la indicația inițială $F_3 = F_1$.

...de reținut

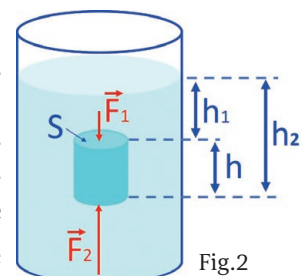
Un corp cufundat într-un fluid (lichid sau gaz) aflat în echilibru este împins de jos în sus cu o forță egală cu greutatea fluidului dezlocuit de corp. Această forță se numește **forță arhimedică** și se notează cu $\vec{F}_A$.

$$F_A = G_{f,dez} = \rho_{\text{fluidului}} \cdot V_{\text{dez}} \cdot g$$

greutatea fluidului dezlocuit (N) $\rightarrow$ $G_{f,dez}$
 densitatea lichidului ($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) $\rightarrow$ $\rho_{\text{fluidului}}$
 volumul dezlocuit (m^3) $\rightarrow$ V_{dez}
 accelerația gravitațională ($\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$) $\rightarrow$ g
 forță arhimedică (N) $\rightarrow$ F_A

Valoarea forței arhimedice crește odată cu volumul de fluid dezlocuit și cu densitatea fluidului.

Legea lui Arhimede este, de asemenea, o consecință a legilor fundamentale ale staticii fluidelor și, prin urmare, se poate deduce din acestea. Pentru exemplificare, considerăm un cilindru drept introdus vertical într-un lichid cu densitatea ρ , aflat în stare de repaus (fig.2), unde S este suprafața bazei și $h = h_2 - h_1$ înălțimea cilindrului. Partea de



jos a corpului, situată la adâncimea h_2 , este împinsă în sus cu o forță $\vec{F}_2$ mai mare decât forța $\vec{F}_1$ cu care este împinsă în jos partea de sus, situată la adâncimea h_1 . Lichidul acționează asupra corpului cu forțe de apăsare normală în toate punctele suprafeței de contact cu acesta.

Forța arhimedică reprezintă rezultanta forțelor de presiune exercitate de către un fluid aflat în echilibru asupra unui corp cufundat în acel fluid. Conform principiului fundamental al hidrostatiei, forțele care apasă lateral asupra cilindrului se anulează reciproc. Prin urmare, forța arhimedică este rezultanta forțelor de presiune verticale: $F_A = F_2 - F_1$ (1)

Din formula presiunii: $p = \frac{F_n}{S} \Rightarrow F_n = p \cdot S$. Particularizând, rezultă: $F_1 = p_1 \cdot S$, respectiv $F_2 = p_2 \cdot S$. Înlocuind în ecuația (1), rezultă: $F_A = p_2 \cdot S - p_1 \cdot S = (p_2 - p_1) \cdot S$. Folosind formula presiunii hidrostatice se obține: $F_A = \rho \cdot g \cdot (h_2 - h_1) \cdot S = \rho \cdot g \cdot h \cdot S = \rho \cdot g \cdot V_{\text{dez}} = G_{l.\text{dez}}$.

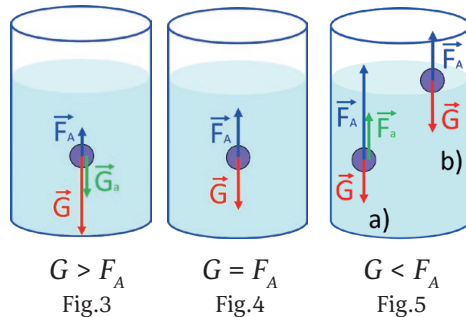
Pentru corpurile omogene complet scufundate în lichid, punctul de aplicație al forței arhimedice coincide cu centrul de greutate al fluidului dezlucuit de corp.

Dacă neglijăm rezistența fluidului și alte interacțiuni, asupra unui corp introdus într-un fluid acționează două forțe: greutatea corpului ($\vec{G}$) vertical în jos și forța arhimedică ($\vec{F}_A$) vertical în sus. Sunt posibile trei cazuri:

- Cazul I (Fig.3): $G > F_A$, corpul se scufundă sub acțiunea forței rezultante numită **greutate aparentă** ($\vec{G}_a$): $G_a = G - F_A$
- Cazul II (Fig.4): $G = F_A$, rezultanta celor două forțe este nulă, corpul rămâne în echilibru la adâncimea la care se află.
- Cazul III (Fig.5.a): $G < F_A$, corpul se ridică sub acțiunea forței rezultante numite **forță ascensională** ($\vec{F}_a$): $F_a = F_A - G$

Pe măsură ce corpul iese la suprafață, volumul de lichid dezlucuit scade și determină scăderea forței arhimedice. Condiția de plutire se realizează atunci când forța ascensională este nulă. Deci, condiția de plutire a unui corp la suprafața lichidului (Fig.5.b) este îndeplinită atunci când $F_A = G$, unde $F_A = \rho_{\text{lichid}} \cdot V_{\text{scufundat}} \cdot g$.

Raportul dintre volumul de fluid dezlucuit de corp și volumul corpului se numește **raport de cufundare**.



raportul de cufundare ($\langle f \rangle_{SI} = 1$)

$$f = \frac{V_{\text{dez}}}{V}$$

volumul dezlucuit de corp (m^3)

volumul corpului (m^3)

Unitatea de măsură: $\langle f \rangle_{SI} = \frac{\langle V_{\text{dez}} \rangle_{SI}}{\langle V \rangle_{SI}} = \frac{\text{m}^3}{\text{m}^3} = 1$

Raportul de cufundare este o mărime fizică adimensională și subunitară.

Forța arhimedică poate fi exprimată în funcție de raportul de cufundare astfel: $F_A = \rho_{\text{fluid}} \cdot f \cdot V \cdot g$. Din formula densității, volumul corpului se scrie $V = \frac{m}{\rho}$. Înlocuind, rezultă: $F_A = \rho_{\text{fluid}} \cdot f \cdot \frac{m}{\rho} \cdot g$, deci:

$$F_A = f \cdot \frac{\rho_{\text{fluid}}}{\rho} \cdot m \cdot g$$

densitatea fluidului ($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)

forța arhimedică (N)

raportul de cufundare ($\langle f \rangle_{SI} = 1$)

masa corpului (kg)

acceleerația gravitațională ($\frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)

densitatea corpului ($\frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$)

Această expresie matematică arată dependența forței arhimedice de gradul de cufundare și de raportul densităților celor două medii.

Aplicații



- **Densimetrul** este un instrument de măsură folosit pentru determinarea densității lichidelor care funcționează pe baza echilibrului dintre greutatea proprie și forța arhimedică exercitată de lichidul în care este cufundat:

$$F_A = G \Leftrightarrow \rho_{\text{lichid}} \cdot V_{\text{dez}} \cdot g = m_{\text{densimetru}} \cdot g \Rightarrow V_{\text{dez}} = \frac{m_{\text{densimetru}}}{\rho_{\text{lichid}}}$$

Deoarece corpul densimetrului plutește, acesta se va cufunda mai mult în lichide cu densitate mică și mai puțin în lichide cu densitate mare. Acest lucru permite citirea directă a densității pe tija gradată a aparatului, la nivelul suprafeței libere a lichidului.

- **Navele maritime** sunt construite astfel încât să dezlocuiască un volum uriaș de apă, ceea ce generează o forță arhimedică egală cu greutatea navei. Deși sunt fabricate din materiale dense precum oțelul, prezența compartimentelor goale pline cu aer face ca densitatea medie a navei să fie mai mică decât cea a apei. Astfel, ansamblul navă și aer interior plutește la o anumită linie de pescaj, menținându-și echilibrul pe suprafața mării.

...studiu de caz – Linia Plimsoll

În secolul al XIX-lea, în Marea Britanie, navele naufragiau frecvent din cauza supraîncărcării pentru profit. Samuel Plimsoll, un politician britanic, a luptat pentru impunerea unui marcaj obligatoriu pe carena navelor. Dacă o navă este încărcată la limită în portul Londra (apă dulce), ce se va întâmpla cu nivelul de plutire când ajunge în Atlantic (apă sărată)? Dar dacă pleacă din Norvegia (apă rece) spre Egipt (apă caldă)?

Pentru ca o navă să plutească, forța arhimedică trebuie să echilibreze greutatea navei:

$$G = F_A \Rightarrow m \cdot g = \rho_{\text{lichid}} \cdot V_{\text{dez}} \cdot g \Rightarrow V_{\text{dez}} = \frac{m}{\rho_{\text{lichid}}}$$

Dacă masa navei rămâne constantă, cum se modifică volumul scufundat V_{dez} când:

- ☐ densitatea apei crește (din apă dulce/mai puțin densă trece în apă sărată/mai densă)?

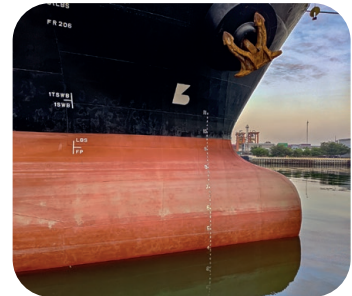
Nava trebuie să dezlocuiască un volum mai mic de apă pentru aceeași greutate, de aceea se cufundă mai puțin și se ridică.

- ☐ densitatea scade (nava trece din apă rece/densă în apă caldă/mai puțin densă)?

Nava trebuie să dezlocuiască un volum mai mare; de aceea se afundă mai mult.

Pe bordul navelor moderne vei vedea o diagramă cu mai multe linii orizontale:

- ▶ TF (Tropical Fresh Water) – apă dulce tropicală (cea mai puțin densă);
- ▶ F (Fresh Water) – apă dulce;
- ▶ T (Tropical Seawater) – apă sărată tropicală;
- ▶ S (Summer Seawater) – apă sărată (vara);
- ▶ W (Winter Seawater) – apă sărată (iarna);
- ▶ WNA (Winter North Atlantic) – condiții extreme.



Atenție! Legea lui Arhimede nu este doar o formulă, ci un instrument de siguranță vital. Marcajul Plimsoll „vizualizează” variația densității apei și previne scufundarea navei prin limitarea masei maxime permise în funcție de mediul de navigație.

Verifică dacă ai înțeles: Calculează cu cât se modifică adâncimea de scufundare pentru o barjă paralelipipedică cu aria bazei de 500 m^2 și masa de $1\,000 \text{ t}$, la trecerea din apă dulce ($1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) în apă de mare ($1\,025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$).



- **Submarinul** este o navă capabilă să își modifice densitatea medie pentru a pluti, a se scufunda sau a sta între ape. Acest lucru este posibil datorită rezervoarelor de balast care pot fi umplute cu apă (crescând greutatea pentru scufundare) sau golite prin insuflarea de aer comprimat (scăzând greutatea pentru ridicare). Când greutatea submarinului devine egală cu forța arhimedică, acesta poate naviga la o adâncime constantă.



- **Baloanele cu aer cald** se ridică în atmosferă deoarece aerul din interiorul anvelopei, fiind încălzit, devine mai puțin dens decât aerul rece din exterior. Conform legii lui Arhimede, asupra balonului acționează o forță arhimedică egală cu greutatea aerului exterior dezlocuit. Balonul urcă atunci când această forță este mai mare decât greutatea totală a ansamblului: înveliș, nacelă, pasageri și aerul cald din interior.

...problemă rezolvată

Un cub din fier ($\rho_{Fe} = 7\,800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) cu latura de 2 cm este introdus într-un pahar cu apă ($\rho_{apă} = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$). Se consideră $g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$. Calculează:

- a) greutatea cubului; b) forța arhimedică ce acționează asupra cubului; c) greutatea aparentă.

Rezolvare:

$$\rho_{Fe} = 7\,800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$l = 2 \text{ cm} = 2 \cdot 10^{-2} \text{ m}$$

$$\rho_{apă} = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$g = 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}}$$

a) $G = ?$;

b) $F_A = ?$;

c) $G_a = ?$

a) Greutatea cubului: $G = m \cdot g$.

Din formula densității $\rho = \frac{m}{V} \Rightarrow m = \rho \cdot V \Rightarrow G = \rho \cdot V \cdot g$.

Volumul cubului este: $V = l^3 = (2 \cdot 10^{-2} \text{ m})^3 = 8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3$.

Greutatea cubului: $G = 7\,800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 624 \cdot 10^{-3} \text{ N}$.

b) $F_A = G_{f,dez} = \rho_{fluidului} \cdot V_{dez} \cdot g$

Deoarece $\rho_{Fe} > \rho_{apă}$, cubul se scufundă complet; prin urmare, volumul de apă dezlocuit este egal cu volumul cubului.

$$F_A = 1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 8 \cdot 10^{-6} \text{ m}^3 \cdot 10 \frac{\text{N}}{\text{kg}} = 80 \cdot 10^{-3} \text{ N}$$

c) Din Fig.6 avem: $G_a = G - F_A$.

$$G_a = 624 \cdot 10^{-3} \text{ N} - 80 \cdot 10^{-3} \text{ N} = 544 \cdot 10^{-3} \text{ N}.$$

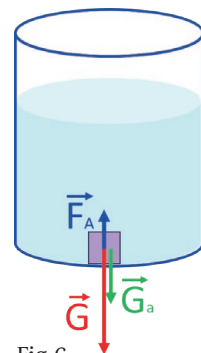


Fig.6



...verifică înțelegerea

1. Când ridici o piatră de pe fundul unui râu, aceasta pare foarte ușoară până când iese la suprafață. De ce pare mai ușoară cât timp este scufundată? Explică folosind greutatea, forța arhimedică și greutatea aparentă.
2. Cum reușesc meduzele să își mențină poziția la o anumită adâncime, fără a se ridica la suprafață și fără a se scufunda pe fundul mării?
3. Labele pentru scufundări sunt proiectate să aibă o flotabilitate neutră (să nu plutească, dar nici să nu se scufunde). Cum explici folosind, legea lui Arhimede, faptul că acestea rămân în echilibru în apă exact în locul unde sunt lăsate, spre deosebire de o piatră sau de o bucată de lemn uscat?
4. De ce este mai ușor să plutești în Marea Roșie decât într-o piscină cu apă dulce?
5. Un balon cu aer cald are o masă totală (nacelă, înveliș/balon, pasageri) de câteva sute de kilograme, fiind un obiect foarte greu. Cu toate acestea, el se ridică și zboară în atmosferă.
 - a. Reprezintă forțele care acționează asupra balonului în momentul în care acesta începe să se ridice pe verticală. (Se neglijează forța de rezistență a aerului).
 - b. Explică, utilizând legea lui Arhimede, cum influențează încălzirea aerului din balon valoarea forței ascensionale.
 - c. Ce relație trebuie să existe între densitatea medie a balonului și densitatea aerului exterior, pentru ca balonul să urce?
6. A. Un submarin de cercetare marină are volumul total, V_{tot} . După finalizarea misiunii la adâncime, echipajul golește rezervoarele de balast, astfel încât densitatea medie a submarinului devine $\rho_s = 920 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Submarinul plutește acum într-o zonă cu apă de mare cu densitatea $\rho_{am} = 1\,025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.

- a. Explică de ce submarinul urcă spre suprafață.
 - b. Determină ce procent din volumul submarinului rămâne sub nivelul apei (partea scufundată) când acesta se oprește în poziție de repaus la suprafață.
 - c. Care este raportul dintre volumul care se vede deasupra apei și volumul total al submarinului?
- B.** Submarinul de cercetare navighează la suprafața apei și trece din largul oceanului, $\rho_{am} = 1\,025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ în zona de estuar a unui fluviu mare, unde apa devine aproape dulce, $\rho = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.
- a. Crezi că submarinul se va ridica mai mult deasupra apei sau se va afunda mai tare în apă când intră în zona cu apă dulce?
 - b. Determină noul raport al părții emerse când ajunge în apa dulce.
 - c. Cum trebuie să acționeze echipajul (să pompeze mai mult aer în rezervoare sau să mai lase puțină apă să intre) pentru a menține aceeași înălțime a punții deasupra apei ca în ocean?

Temă pentru portofoliu

Densitatea apei de mare $\rho_{am} = 1025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ este esențială pentru echilibrul vieții marine. Poluarea masivă (scurgerile de petrol) sau topirea accelerată a ghețarilor (care aduce un volum uriaș de apă dulce în oceane) modifică această densitate. Analizează una dintre următoarele situații și scrie un eseu scurt pe tema aleasă:

1. *Păsările marine și petrolul*: De ce păsările acoperite de petrol nu mai pot pluti și se scufundă, deși petrolul în sine este mai ușor decât apa? (Sugestie: Gândește-te la aerul dintre pene și cum se schimbă volumul dezlocuit).
2. *Topirea ghețarilor și balenele*: Dacă densitatea oceanului scade din cauza apei dulci provenite din topirea gheții, cum este afectat efortul depus de balene pentru a ieși la suprafață să respire?
3. *Marea de Plastic*: De ce anumite tipuri de plastic plutesc la suprafață, formând „insule de gunoi”, în timp ce altele se scufundă pe fundul oceanului, distrugând recifele de corali?

Cerințe specifice:

- folosește conceptele de forță arhimedică și densitate;
- folosește cel puțin o dată formula condiției de plutire;
- explică ce se întâmplă cu forța arhimedică atunci când densitatea lichidului se modifică.

Adaugă acest eseu în PORTOFOLIUL de învățare. Colecția va păstra dovezile progresului pe parcursul unității de învățare.

Curiozități...

- *Arhimede din Siracuza (287-212 î.H.)* – Născut în Sicilia, în antica colonie grecească Siracuza, este considerat unul din principalii oameni de știință ai Antichității. Realizările sale se înscriu în numeroase domenii științifice: matematică, fizică, astronomie, inginerie și filozofie. Arhimede a pus bazele hidrostaticii și a explicat legea pârghiilor.

- *Vezica înotătoare – „balonul” peștilor* – Majoritatea peștilor osoși posedă un organ intern numit vezică înotătoare, umplut cu gaz. Prin modificarea volumului de gaz

din aceasta, peștele își schimbă densitatea medie. Astfel, el poate urca, coborî sau menține o adâncime constantă fără a depune efort muscular, controlând precis forța arhimedică ce acționează asupra lui.

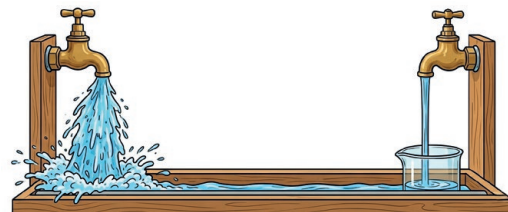
- *Corabia portugheză (Physalia physalis)* este un hidrozoar format dintr-o colonie de organisme. Partea sa superioară este un „flotor” (pneumatofor) plin cu gaz (în principal azot și monoxid de carbon), care funcționează ca o navă cu pânze. Aceasta folosește forța arhimedică pentru a pluti la interfața aer-apă, fiind purtată de curenți și vânt pe distanțe uriașe.

- *Marea Moartă* – datorită concentrației extreme de sare (peste 30%), densitatea apei din Marea Moartă este mult mai mare decât cea a apei obișnuite. În consecință, pentru același volum scufundat al corpului, forța arhimedică este mai mare, iar plutirea este mai ușoară. Un om plutește la suprafață fără niciun efort, fiind practic imposibil să se scufunde.



Fluidul ideal. Curgerea laminară

Atunci când deschizi încet robinetul, apa curge într-un fir subțire, transparent și perfect neted, aproape ca o baghetă de sticlă. Însă dacă deschizi robinetul la maximum, jetul devine brusc opac, agitat și împrăstie stropi în toate direcțiile.



...provocare

Imaginează-ți că trebuie să calculezi exact câtă apă trece printr-o conductă complexă. Este posibil să faci acest lucru fără să ții cont de frecarea internă (vâscozitate) sau de faptul că fluidele se pot comprima sub presiune?

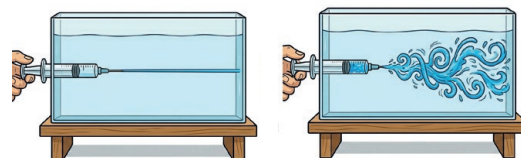
...experiment: Vizualizarea liniilor de curent

Vei folosi o cuvă transparentă cu apă, o seringă, cerneală (sau colorant alimentar).

Introdu siringa în cuvă și eliberează un fir foarte subțire de cerneală în timp ce deplasezi siringa lent. Vei observa o linie continuă, dreaptă. În acest caz straturile de fluid alunecă ordonate liniar unele peste altele, fără să se amestece.

Repetă mișcarea, dar injectează cerneala brusc și cu viteză mare. Vei constata cum linia se rupe în vârtejuri haotice.

În concluzie, modul în care fluidul se deplasează depinde critic de viteză și de geometria obstacolelor întâlnite.



...de reținut

Dinamica fluidelor studiază modul în care lichidele și gazele se deplasează față de un sistem de referință fix, observându-se că, în timpul curgerii, acestea nu se mișcă precum un bloc solid, ci prin alunecarea straturilor componente unele peste altele. Pentru a facilita studiul teoretic la acest nivel, se utilizează modelul fluidului ideal.

Fluidul ideal este un model teoretic incompresibil (densitatea rămâne constantă) și lipsit de vâscozitate (nu există forțe de frecare între straturile de fluid). Deoarece în cazul fluidelor reale straturile au viteze diferite din cauza frecării, modelul fluidului ideal elimină această complexitate, considerând viteza uniformă în secțiunea tubului în regim staționar. Viteza particulelor de fluid la trecerea printr-un punct dat din spațiu se numește **viteză de curgere**.

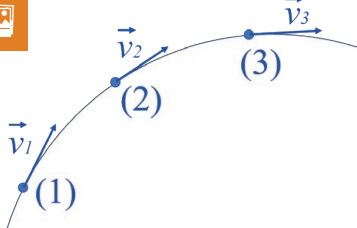
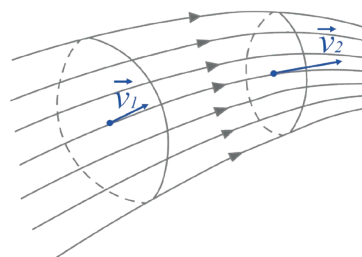
Descrierea fluidului în mișcare presupune cunoașterea în fiecare moment a vitezelor tuturor particulelor de fluid, $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r}, t)$ și a presiunii în fiecare punct, $p = p(\vec{r}, t)$.

Linia de curent reprezintă curba imaginară care are proprietatea că, la un moment dat, vitezele diferitelor particule care se află pe ea îi sunt tangente.

În funcție de dependența de *time* a vitezelor particulelor de fluid, curgerea fluidului poate fi nestaționară și staționară. Atunci când viteza într-un punct determinat variază în timp, **curgerea** este considerată **nestaționară**, reflectând o dinamică complexă a particulelor în flux. Dacă aceasta nu depinde de timp, **curgerea** este **staționară**, $\vec{v} = \vec{v}(\vec{r})$.

În curgerea staționară, liniile de curent își păstrează forma constantă în timp, deoarece viteza fluidului în orice punct fix rămâne neschimbată pe parcursul mișcării. În acest caz, ele coincid cu traiectoriile particulelor din fluid. În cazul curgerii nestaționare, forma liniilor de curent se schimbă de la un moment la altul.

În curgerea staționară, liniile de curent nu se intersectează. Un fascicul de linii de curent învecinate formează un **tub de curent**, care se comportă ca o conductă virtuală prin care fluidul curge fără să iasă prin pereții acesteia.



În funcție de *forma liniilor de curent* curgerea poate fi laminară și turbulentă.

- **Curgerea laminară** este acea mișcare ordonată în care straturile de fluid alunecă lin și paralel unele peste altele, fără a se amesteca, menținând traiectorii stabile numite linii de curent.
- **Curgerea turbulentă** reprezintă mișcarea haotică și dezordonată a fluidului, caracterizată prin amestecarea straturilor și formarea de vârtejuri, unde viteza particulelor se schimbă brusc și imprevizibil în fiecare punct.

În funcție de *tipul de mișcare* efectuată de fluid, **curgerea** poate fi **nerotațională**, atunci când particulele de fluid efectuează doar mișcare de translație și **rotațională**, atunci când particulele de fluid efectuează atât o mișcare de translație, cât și una de rotație.

...verifică înțelegerea

1. De ce nu există în realitate un „fluid ideal”? Exemplifică folosind noțiunea de frecare.
2. Dacă îngustăm secțiunea unei țevi prin care trece un fluid în regim laminar, ce crezi că se întâmplă cu viteza de curgere pentru a menține debitul constant?
3. Explică de ce viteza apei într-un râu este maximă în zona centrală.
4. Desenează două linii de curent pentru o curgere laminară. Pot acestea să se intersecteze? Argumentează.

Curiozități...

În natură nu există fluide ideale. Cum decid inginerii dacă apa dintr-o conductă sau aerul de pe aripa unui avion va curge „cuminte” (laminar) sau „haotic” (turbulent)?

Pentru a determina dacă un fluid real (cum este apa sau aerul) are o curgere laminară sau turbulentă, inginerii folosesc o mărime fizică adimensională numită *numărul lui Reynolds* (Re). Formula sa este: $Re = \frac{\rho \cdot v \cdot D}{\eta}$, unde ρ = densitatea fluidului; v = viteza de curgere; D = diametrul conductei; η = vâscozitatea fluidului. Dacă $Re < 2\,300$, curgerea este laminară, iar dacă $Re > 4\,000$, curgerea devine turbulentă. Între aceste valori, fluidul se află într-o fază de tranziție instabilă. Această formulă explică de ce, la aceeași viteză, mierea (vâscozitate mare) curge laminar, în timp ce apa (vâscozitate mică) poate deveni ușor turbulentă.

Debit. Ecuația de continuitate

Ai observat că atunci când uzi grădina cu un furtun și îngustezi orificiul cu degetul, jetul de apă țâșnește mai departe și cu o viteză mai mare?



...istoric

Cu mult înainte de formulările matematice moderne, Leonardo da Vinci a observat comportamentul râurilor. În manuscrisul său „Codex Leicester”, el a desenat cursul unui râu care se îngustează, notând că apa are viteza cu atât mai mare, cu cât canalul este mai strâmt, adică fluidul nu dispare, ci doar își adaptează viteza la spațiul disponibil.

...de reținut

Proprietatea de bază a curgerii este transportul continuu de substanță. Mărimea fizică folosită pentru analiza cantitativă a acestui fenomen este **debitul**.

Debitul se clasifică în **masic** sau **volumic**, în funcție de exprimarea cantității de fluid *prin masă* ori *prin volum*.

A. Debitul masic printr-o secțiune oarecare a unui tub de curent este definit prin relația:

$$\text{debitul masic } \left(\frac{\text{kg}}{\text{s}}\right) \quad \text{masa fluidului care trece prin secțiune } (\text{kg})$$

$$Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} \quad (1)$$

$$\text{durata trecerii prin secțiune } (\text{s})$$

Unitatea de măsură în SI este: $\langle Q_m \rangle_{S.I.} = \frac{\langle \Delta m \rangle_{S.I.}}{\langle \Delta t \rangle_{S.I.}} = \frac{\text{kg}}{\text{s}}$

B. Debitul volumic printr-o secțiune oarecare a unui tub de curent este definit prin relația:

$$\text{debitul volumic } \left(\frac{\text{m}^3}{\text{s}}\right) \quad \text{volumul fluidului care trece prin secțiune } (\text{m}^3)$$

$$Q_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} \quad (2)$$

$$\text{durata trecerii prin secțiune } (\text{s})$$

Unitatea de măsură în SI este: $\langle Q_v \rangle_{S.I.} = \frac{\langle \Delta V \rangle_{S.I.}}{\langle \Delta t \rangle_{S.I.}} = \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$

Dacă densitatea fluidului este constantă în volumul analizat, poți folosi formula densității, $\rho = \frac{\Delta m}{\Delta V}$, din care rezultă că $\Delta m = \rho \cdot \Delta V$. Înlocuind în formula debitului masic, vei obține:

$$Q_m = \frac{\rho \cdot \Delta V}{\Delta t} \Rightarrow Q_m = \rho \cdot Q_v \quad (3)$$

Consideră o secțiune transversală a unui tub de curent (fig. 1) de arie S . În intervalul de timp Δt , fluidul parcurge distanța $\Delta x = v \cdot \Delta t$, unde v este viteza medie a fluidului prin secțiune. Volumul de fluid care traversează secțiunea este $\Delta V = S \cdot \Delta x = S \cdot v \cdot \Delta t$. Înlocuind în formula (2), rezultă:

$$Q_v = \frac{S \cdot \Delta x}{\Delta t} \Rightarrow Q_v = S \cdot v \quad (4).$$

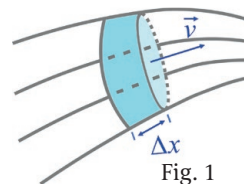


Fig. 1

Înlocuind în formula debitului masic, rezultă: $Q_m = \rho \cdot S \cdot v \quad (5)$

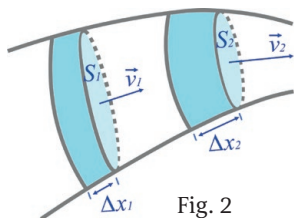


Fig. 2

Consideră un fluid aflat în curgere staționară și delimitează un tub de curent în interiorul fluidului. Fie două secțiuni transversale de arii S_1 și S_2 ale tubului de curent (fig. 2). În regim de curgere staționară, mărimile care descriu curgerea, cum ar fi viteza și densitatea, nu se modifică în timp într-un punct dat, deși pot avea valori diferite în puncte diferite ale tubului de curent. Astfel, liniile de curent se suprapun cu traiectoriile particulelor. Prin urmare, particulele se deplasează doar de-a lungul tubului și nu pot ieși prin suprafața lui laterală.

În acest caz masa de fluid dintre cele două secțiuni nu se modifică, adică masa fluidului care trece prin S_1 este egală cu masa fluidului care trece prin S_2 în același interval de timp, Δt : $\Delta m_2 = \Delta m_1$. Împărțind egalitatea la intervalul de timp, vei obține: $Q_{m2} = Q_{m1}$, iar folosind relația (5) vei obține:

$$\rho_2 \cdot S_2 \cdot v_2 = \rho_1 \cdot S_1 \cdot v_1 \quad (6)$$

Ecuatia de continuitate (pentru un fluid în curgere staționară): Într-un fluid aflat în curgere staționară, debitul masic este același prin fiecare secțiune a unui tub de curent oarecare.

$$Q_m = \text{constant} \Leftrightarrow \rho \cdot S \cdot v = \text{constant}$$

Pentru un fluid incompresibil și omogen, densitatea poate fi considerată aceeași în toate secțiunile tubului de curent ($\rho_1 = \rho_2 = \rho$). Înlocuind în expresia (6) vei obține:

$$S_2 \cdot v_2 = S_1 \cdot v_1$$

Ecuatia de continuitate (pentru un fluid incompresibil în curgere staționară): Într-un fluid incompresibil aflat în curgere staționară, debitul volumic este același prin fiecare secțiune a unui tub de curent oarecare.

$$Q_v = \text{constant} \Leftrightarrow S \cdot v = \text{constant}$$

...problemă rezolvată

Fluviul Congo este al doilea cel mai mare fluviu din lume după debitul volumic de apă. În dreptul orașelor învecinate Kinshasa și Brazzaville, fluviul formează un lac numit Pool Malebo, unde curgerea este relativ lentă. Imediat în aval de cele două capitale, fluviul se îngustează brusc într-un canal stâncos și adânc (Canalul Bulu), dând naștere cascadelor Livingstone.

Consideră curgerea fluviului ca fiind ideală și regimul de curgere staționar, neglijând variațiile locale ale vitezei, turbulențele și pierderile de energie, având un debit volumic constant de $40\,000 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$. Știind că în zona orașelor

alba fluviului este foarte largă, având aria secțiunii transversale de $80\,000 \text{ m}^2$, iar în aval, în zona de strâmtoare, lățimea fluviului scade dramatic, dar adâncimea crește considerabil, aria secțiunii transversale devenind de $10\,000 \text{ m}^2$, calculează:

- viteza de curgere a apei în dreptul celor două capitale;
- viteza de curgere a apei în secțiunea îngustată din aval;
- masa de apă care traversează secțiunea fluviului în fiecare minut ($\rho_{\text{apă}} = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$).

Rezolvare:

$$Q_V = 40\,000 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$$

$$S_1 = 80\,000 \text{ m}^2$$

$$S_2 = 10\,000 \text{ m}^2$$

$$\rho_{\text{apă}} = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$$

$$\text{a) } v_1 = ?$$

$$\text{b) } v_2 = ?$$

$$\text{c) } \Delta m = ?$$

$$\Delta t = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$$

$$\text{a) Debitul volumic este: } Q_V = S_1 \cdot v_1 \Rightarrow v_1 = \frac{Q_V}{S_1}. \text{ Numeric: } v_1 = \frac{40\,000 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{80\,000 \text{ m}^2} = 0,5 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Deoarece fluidul este incompresibil și curgerea este staționară, debitul se conservă:

$$S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 = Q_V \Rightarrow v_2 = \frac{Q_V}{S_2} = \frac{40\,000 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}}{10\,000 \text{ m}^2} = 4 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

$$\text{c) Din debitul masic: } Q_m = \frac{\Delta m}{\Delta t} \Rightarrow \Delta m = Q_m \cdot \Delta t.$$

$$Q_m = \rho \cdot Q_V = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 40\,000 \frac{\text{m}^3}{\text{s}} = 4 \cdot 10^7 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \Rightarrow \Delta m = 4 \cdot 10^7 \frac{\text{kg}}{\text{s}} \cdot 60 \text{ s} = 2,4 \cdot 10^9 \text{ kg}.$$



...verifică înțelegerea

- De ce este esențial ca fluidul să fie incompresibil pentru ca debitul volumic să se conserve prin orice secțiune a tubului de curent?
- Pe facturile de apă apare consumul exprimat în metri cubi, în timp ce la știri, când se vorbește despre viituri, hidrologii anunță debite de mii de metri cubi pe secundă. De ce este mai important să știm cât lichid trece într-o secundă în cazul unei viituri decât cât a trecut în total?
- Dacă un râu se lărgeste brusc într-o zonă de câmpie, ce se întâmplă cu viteza apei? Cum explică ecuația continuității acest fenomen?
- Cum se modifică viteza sângelui atunci când acesta trece dintr-o arteră largă în rețeaua de capilare foarte înguste, ținând cont că suma ariilor secțiunilor tuturor capilarelor este mult mai mare decât aria secțiunii arterei?
- Printr-o conductă cu secțiunea 10 cm^2 curge un fluid cu viteza de $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Calculează debitul volumic. Exprimă rezultatul în Sistemul Internațional și în litri pe secundă.
- Calculează raportul secțiunilor a două tuburi, dacă viteza în primul tub este de trei ori mai mică decât în al doilea.
- Calculează aria secțiunii unui râu, știind că debitul de apă al râului este de $12 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$ și viteza apei este de $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Legea lui Bernoulli. Aplicații practice

Ai remarcat banda galbenă sau albă, striată, desenată pe peron chiar lângă șinele de tren? Banda de siguranță de pe peron nu ne protejează doar de apropierea fizică de tren. Când un tren trece cu viteză mare, aerul din jurul lui este pus în mișcare, iar presiunea și curenții de aer se modifică. Aceste efecte pot dezechilibra o persoană aflată prea aproape de marginea peronului.



...provocare

Atunci când bate un vânt foarte puternic afară, umbrelele nu sunt luate în sus cu totul, ci se întorc pe dos, bombându-se spre cer, iar acoperișurile caselor vechi sunt smulse în sus, deși vântul suflă pe orizontală.

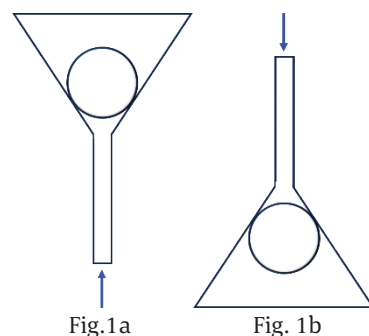
...experiment

Pentru a pune în evidență legea lui Bernoulli, folosește o minge de ping-pong și o pâlnie de sticlă din laborator. Suflă puternic prin tubul pâlniei, încercând să îndepărtezi mingea (fig. 1.a)). Ce observi? Oricât ai încerca, nu poți îndepărta mingea.

Răstoarnă pâlnia și susține mingea cu mâna (fig. 1.b)). Suflă cu putere prin tubul pâlniei și lasă mingea liberă. Ce observi? Vei constata că mingea nu cade.

Atunci când aerul se mișcă foarte repede printr-un spațiu îngust, el își pierde din puterea de a apăsa pe pereții acelui spațiu. Cu cât viteza aerului este mai mare, cu atât forța cu care el împinge în lateral este mai mică.

În primul caz, atunci când suflă în pâlnie, aerul este forțat să treacă cu viteză mare prin spațiul îngust dintre minge și pereții pâlniei. Din această cauză, aerul din zona dintre minge și pâlnie „împinge” foarte slab. În schimb, în zona exterioară mingii, aerul din cameră (care stă pe loc) apasă cu toată forța lui obișnuită (datorată presiunii atmosferice). Această apăsare de sus în jos ține mingea blocată în pâlnie. În al doilea caz, când ții pâlnia cu gura în jos și suflă, aerul trece din nou cu viteză în zona dintre minge și pâlnie, scăzând forța de apăsare în acea zonă. Aerul de sub minge (cel din cameră) apasă de jos în sus mult mai tare decât cel care curge prin pâlnie, reușind astfel să „țină” mingea în aer, învingând chiar și gravitația.



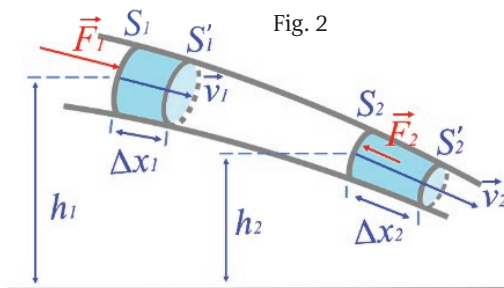
...de reținut

În lecția anterioară ai văzut că, pentru un fluid incompresibil care curge staționar printr-un tub, debitul volumic se conservă. De aceea, acolo unde secțiunea tubului este mai mică, viteza fluidului este mai mare. Legea lui Bernoulli arată ce se întâmplă, în aceste condiții, cu presiunea fluidului.

Consideră un tub de curent într-un fluid ideal în curgere staționară (fluid incompresibil, fără vâscozitate, în care viteza unei particule de fluid este independentă de timp) (fig.2). Analizează volumul de fluid delimitat inițial de cele două secțiuni transversale, de arie S_1 , situată la înălțimea h_1 , respectiv de arie S_2 , situată la înălțimea h_2 . Într-un interval de timp foarte scurt Δt , masa de fluid se deplasează în aval, astfel:

- Fluidul avansează pe distanța Δx_1 din secțiunea de arie S_1 , ajungând în poziția de arie S'_1 .
- Fluidul avansează pe distanța Δx_2 din secțiunea de arie S_2 , ajungând în poziția de arie S'_2 .

Pentru a simplifica calculul volumelor elementare de fluid care traversează cele două secțiuni, presupunem că tubul este foarte îngust.



Studiul dinamicii acestui fluid se bazează pe teorema variației energiei mecanice:

$$\Delta E = L \quad (1)$$

unde: ΔE – variația energiei mecanice a volumului de fluid analizat, $\Delta E = E' - E$

L – lucrul mecanic efectuat de forțele de presiune care acționează la capetele tubului de curent

Datorită caracterului staționar al curgerii și incompresibilității fluidului, masa de fluid aflată permanent în porțiunea fixă cuprinsă între secțiunile de arie S_1' și S_2 își păstrează energia mecanică constantă în timp. Prin urmare, modificarea energiei mecanice totale a volumului analizat, în intervalul de timp Δt , se datorează strict porțiunilor de fluid intrate și ieșite:

$$E' = E - E_1 + E_2 \quad (2)$$

unde: E – energia mecanică a fluidului la momentul t , E' – energia mecanică a fluidului la momentul ulterior $t' = t + \Delta t$, E_1 – energia mecanică a volumului de fluid cuprins între suprafețele de arie S_1 și S_1' , E_2 – energia mecanică a volumului de fluid cuprins între suprafețele de arie S_2 și S_2' .

Grupând termenii, rezultă: $E' - E = E_2 - E_1 \Rightarrow \Delta E = \left(\frac{1}{2}\Delta m_2 \cdot v_2^2 + \Delta m_2 \cdot g \cdot h_2\right) - \left(\frac{1}{2}\Delta m_1 \cdot v_1^2 + \Delta m_1 \cdot g \cdot h_1\right)$.

Curgerea fiind staționară, rezultă:

$$\Delta E = \left(\frac{1}{2}v_2^2 + g \cdot h_2 - \frac{1}{2}v_1^2 - g \cdot h_1\right) \cdot \Delta m \quad (3)$$

În intervalul de timp Δt , forțele de presiune efectuează asupra porțiunii de fluid cuprinse între suprafețele de arie S_1 și S_2 lucru mecanic $L = F_1 \cdot \Delta x_1 \cdot \cos 0^\circ + F_2 \cdot \Delta x_2 \cdot \cos 180^\circ = p_1 \cdot S_1 \cdot \Delta x_1 - p_2 \cdot S_2 \cdot \Delta x_2$. Fluidul fiind ideal, acesta este incompresibil, deci:

$$\Delta V_2 = \Delta V_1 = \Delta V = L = (p_1 - p_2) \cdot \Delta V \quad (4)$$

Înlocuim expresiile obținute pentru variația energiei mecanice (3) și pentru lucru mecanic (4) în teorema de variație a energiei mecanice (1) și obținem: $\left(\frac{1}{2}v_2^2 + g \cdot h_2 - \frac{1}{2}v_1^2 - g \cdot h_1\right) \cdot \Delta m = (p_1 - p_2) \cdot \Delta V$, iar prin separarea termenilor corespunzători fiecărei secțiuni, descoperim **ecuația lui Bernoulli**:

$$p_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2 + \rho \cdot g \cdot h_2 = p_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot h_1 \quad (5)$$

Toți termenii din relația (5) au dimensiunile unei presiuni.

Ecuația lui Bernoulli este valabilă pentru orice tub de curent, oricât de îngust, aplicându-se la limită direct pe o linie de curent.

Deoarece poziția celor două secțiuni este aleasă arbitrar, rezultă:

Presiunea totală în lungul unei linii de curent într-un fluid incompresibil și lipsit de vâscozitate, aflat în curgere staționară, este constantă:

$$p + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{constant}$$

unde: p – **presiunea statică**: Presiunea exercitată în interiorul fluidului prin ciocnirile moleculare. Ea acționează în mod egal în toate direcțiile și exercită întotdeauna o forță perpendiculară pe suprafața corpului cufundat sau pe pereții vasului care conține fluidul.

$p_d = \frac{1}{2}\rho \cdot v^2$ – **presiune dinamică**: Ea depinde de densitatea fluidului și de pătratul vitezei de curgere.

$p_p = \rho \cdot g \cdot h$ – **presiune de poziție**: Exprimă energia potențială gravitațională pe unitatea de volum, raportată la nivelul de referință ales.

Suma acestor trei termeni reprezintă **presiunea totală**.



Caz particular:**1. Ce se întâmplă atunci când fluidul curge printr-o conductă orizontală?**

Atunci când fluidul curge printr-o conductă orizontală $h = 0$, legea lui Bernoulli devine: $p + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 = \text{constant}$. Rezultă că presiunea statică scade atunci când viteza de curgere a fluidului crește.

2. Ce se întâmplă dacă fluidul nu se mai mișcă?

Pentru un fluid în repaus $v_1 = v_2 = 0$, ecuația lui Bernoulli se scrie: $p_2 + \rho \cdot g \cdot h_2 = p_1 + \rho \cdot g \cdot h_1$. Prin rearranjarea termenilor, diferența de presiune dintre două puncte se scrie:

$$p_2 - p_1 = \rho \cdot g \cdot (h_1 - h_2)$$

Această relație reprezintă **principiul fundamental al hidrostaticii**.

...problemă rezolvată

Pentru alimentarea cu apă a unui hidrant exterior, apa (cu densitatea $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) este pompată printr-o conductă. La nivelul solului (nivelul de referință 0 m), apa are o viteză constantă de $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, iar manometrul indică o presiune statică de 250 000 Pa. Conducta urcă pe un pilon până la înălțimea 10 m. Se consideră $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Calculează:

- presiunea dinamică a apei la nivelul solului;
- presiunea de poziție a apei la înălțimea de 10 m față de sol;
- presiunea totală a apei în această conductă.

Rezolvare:

$$\rho = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3};$$

$$h_1 = 0 \text{ m}; h_2 = 10 \text{ m};$$

$$v = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$p = 250\,000 \text{ Pa};$$

$$g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}.$$

$$\text{a) } p_{d1} = ?$$

$$\text{b) } p_{p2} = ?$$

$$\text{c) } p_t = ?$$

a) Presiunea dinamică la nivelul solului este:

$$p_{d1} = \frac{\rho \cdot v^2}{2} = \frac{1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2}{2} = 2\,000 \text{ Pa}.$$

b) Presiunea de poziție a apei la înălțimea de 10 m față de sol este:

$$p_{p2} = \rho \cdot g \cdot h_2 = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10 \text{ m} = 100\,000 \text{ Pa}.$$

c) Conform ecuației lui Bernoulli, presiunea totală este constantă în orice punct și este suma celor 3 presiuni. La nivelul solului ($h_1 = 0$), presiunea hidrostatică este nulă:

$$p_t = p + p_{d1} + \rho \cdot g \cdot h_1 = 250\,000 \text{ Pa} + 2\,000 \text{ Pa} + 0 = 252\,000 \text{ Pa}.$$

...studiu de caz – Efectul Magnus

Atunci când o minge se rotește în timp ce înaintază prin aer, ea își modifică singură traiectoria rectilinie, aceasta curbându-se spectaculos.

Atunci când fotbalistul lovește mingea cu „efect” (asimetric), aceasta capătă două mișcări simultane: mișcarea de înaintare (de exemplu, spre poartă) și mișcarea de rotație în jurul propriului ax. Stratul subțire de aer din imediata apropiere a mingii interacționează cu suprafața ei și se rotește odată cu ea. Pe măsură ce mingea înaintază, aerul din atmosferă trece pe lângă ea din sens opus. Rotația mingii modifică viteza acestui curent de aer pe cele două fețe laterale astfel:

- pe o parte, rotația mingii este în același sens cu fluxul de aer; în acest caz, aerul este accelerat și viteza aerului devine foarte mare.
- pe cealaltă parte, rotația mingii se realizează în sens invers fluxului de aer; în acest caz, aerul este frânat și viteza acestuia devine mai mică.



Conform Legii lui Bernoulli, unde viteza fluidului este mare, presiunea scade, iar unde viteza este mică, presiunea rămâne ridicată. Prin urmare, zona mingii unde fluxul de aer are viteză mare devine o zonă de joasă presiune, iar zona mingii unde fluxul de aer are viteză redusă devine o zonă de înaltă presiune. Diferența de presiune dintre cele două părți ale mingii generează o forță netă, numită *forța Magnus*, efect descoperit de fizicianul german Heinrich Gustav Magnus. Această forță împinge mingea întotdeauna dinspre zona cu presiune mare spre zona cu presiune mică. Rezultatul este o traiectorie curbată în aer (o parabolă), care păcălește portarul.

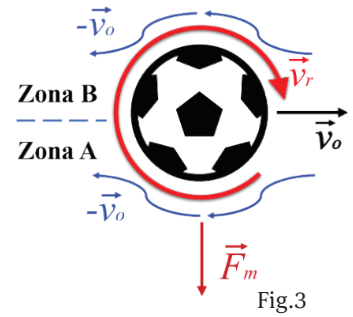


Fig.3

Pentru a înțelege matematic de ce se modifică viteza aerului pe cele două laturi ale mingii, descompunem mișcarea în două componente liniare independente (fig. 3):

- $\vec{v}_o$ = viteza de translație (înaintare) a mingii raportată la sol.

Din perspectiva mingii (sistem de referință propriu), aerul din atmosferă vine spre ea cu viteza $-\vec{v}_o$.

- $\vec{v}_r$ = viteza liniară de rotație a punctelor de pe suprafața mingii, datorată mișcării de rotație în jurul axului propriu

Se calculează cu formula: $v_r = \omega \cdot R$ (unde ω este viteza unghiulară, iar R este raza mingii).

În Zona A, vectorul vitezei de rotație a suprafeței mingii $\vec{v}_r$ are același sens cu vectorul curentului de aer $-\vec{v}_o$. Datorită aderenței (vâscozității), aerul este accelerat. Viteza rezultantă a aerului v_1 este: $v_1 = v_o + v_r$ (1). Conform Legii lui Bernoulli, dacă v_1 este maximă, presiunea p_1 scade sub valoarea presiunii atmosferice normale p_o : $p_1 = p_o - \frac{1}{2} \rho \cdot (v_o + v_r)^2$ (2).

În Zona B vectorul vitezei de rotație $\vec{v}_r$ are sens opus vectorului curentului de aer $-\vec{v}_o$. Aerul din atmosferă se lovește de suprafața mingii care se mișcă în sens invers, fiind frânat. Viteza rezultantă a aerului v_2 este: $v_2 = v_o - v_r$ (3). În conformitate cu Legea lui Bernoulli, dacă v_2 este minimă, presiunea p_2 crește: $p_2 = p_o - \frac{1}{2} \rho \cdot (v_o - v_r)^2$ (4). Diferența de presiune (Δp) care acționează asupra secțiunii mingii se obține scăzând ecuațiile (2) și (4):

$$\Delta p = p_2 - p_1 = p_o - \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 - \left(p_o - \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 \right) = \frac{1}{2} \rho \cdot (v_1^2 - v_2^2) \quad (5)$$

Înlocuind v_1 și v_2 cu expresiile (1) și (3), rezultă: $\Delta p = \frac{1}{2} \rho \cdot [(v_o + v_r)^2 - (v_o - v_r)^2] = \frac{1}{2} \rho \cdot (4 \cdot v_o \cdot v_r)$, așadar

$$\Delta p = 2 \rho \cdot v_o \cdot v_r \quad (6)$$

Folosind formula presiunii, *forța Magnus* devine:

$$F_m = \Delta p \cdot S = 2 \rho \cdot S \cdot v_o \cdot v_r$$

Prin urmare, *forța Magnus* este direct proporțională cu densitatea aerului, viteza de înaintare, viteza de rotație și suprafața secțiunii transversale (S).

Efectul Magnus este întâlnit și în alte sporturi cu minge: tenis de masă (Ping-Pong), tenis de câmp, golf, baseball, cricket etc.

Verifică dacă ai înțeles:

La o lovitură liberă, o minge de fotbal cu masa $m = 450$ g și raza $R = 11$ cm înaintează orizontal spre poartă cu o viteză constantă $v = 25$ m/s. Din cauza rotației, aerul de pe o parte a mingii este accelerat la viteza $v_1 = 28$ m/s, iar pe cealaltă parte este frânat la viteza $v_2 = 22$ m/s. Se consideră densitatea aerului

$\rho_{aer} = 1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Calculează:

- diferența de presiune care apare între cele două fețe laterale ale mingii;
- valoarea forței Magnus care acționează perpendicular pe direcția de înaintare (se aproximează suprafața laterală eficientă pe care acționează presiunea cu secțiunea transversală a mingii);
- acelerația laterală imprimată mingii de această forță.

...verifică înțelegerea

- De ce este mai periculos pentru acoperiș ca o fereastră să fie deschisă în timpul furtunii?
- Încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. Toți termenii din ecuația lui Bernoulli (presiunea statică (p), presiunea de poziție ($\rho \cdot g \cdot h$) și presiunea dinamică ($\frac{1}{2} \rho \cdot v^2$) se exprimă în Pascal. Care este descompunerea corectă a Pascalului în unități fundamentale din Sistemul Internațional?
a. $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$; **b.** $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$; **c.** $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; **d.** $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$.
- Analizează următoarele afirmații și notează în dreptul fiecăreia litera A (dacă afirmația este adevărată) sau F (dacă afirmația este falsă):
☐ Ecuația lui Bernoulli reprezintă, în esență, legea conservării energiei mecanice aplicată pentru un volum elementar de fluid ideal în regim de curgere staționară.
☐ Dacă viteza de curgere a unui fluid printr-o conductă orizontală crește, atunci presiunea statică din interiorul fluidului va crește și ea pentru a compensa modificarea.
☐ Presiunea dinamică a unui fluid depinde exclusiv de viteza acestuia și rămâne neschimbată indiferent de densitatea fluidului care curge.
- Prin conducta orizontală a unui sistem de alimentare, benzina (cu densitatea $700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) curge cu o viteză constantă de $4 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Calculează valoarea presiunii dinamice a benzinei în această conductă.
- Pentru alimentarea unui malaxor dintr-o fabrică de cosmetice, glicerina (un fluid dens, cu densitatea $\rho = 1\,260 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, este pompată printr-o conductă. La nivelul solului (nivelul de referință este de 0 m), glicerina are o viteză constantă de $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, iar manometrul indică o presiune statică 300 000 Pa. Conducta urcă spre instalație până la înălțimea 4 m. Se consideră $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Calculează:
a. presiunea dinamică a glicerinei la nivelul solului;
b. presiunea de poziție a glicerinei la înălțimea de 4 m față de sol;
c. presiunea totală a fluidului în această conductă.

Curiozități...

- Daniel Bernoulli (1700–1782)** a fost un strălucit matematician și fizician elvețian, membru al unei celebre familii de oameni de știință. Este recunoscut universal ca fondatorul hidrodinamicii, domeniu pe care l-a numit astfel în celebra sa lucrare din 1738. Prin aplicarea principiilor mecanicii clasice la mișcarea fluidelor, el a formulat una dintre relațiile fundamentale ale hidrodinamicii, care leagă presiunea, viteza și poziția unui fluid ideal aflat în curgere staționară, lăsând moștenire o ecuație care stă și astăzi la baza aerodinamicii moderne.



Daniel Bernoulli

Aplicații practice

Ai observat că:

- parfumul iese fin din sticlă doar când strângi pompița de aer?
- atunci când un autotren trece cu viteză pe lângă o mașină mică, aceasta poate fi ușor deviată spre autotren?



...experiment

Ține o foaie de hârtie A4 de colțurile uneia dintre marginile scurte și apropie-o de buze. Suflă puternic și constant doar peste partea superioară a hârtiei. Ce observi? Deși intuiția îți spune că aerul o va împinge în jos, foaia se va ridica spectaculos.

Când sufli peste partea superioară a foi, aerul de deasupra se mișcă mai repede, iar presiunea statică în acea zonă devine mai mică decât presiunea aerului de sub foaie. Diferența de presiune produce o forță orientată în sus, care ridică foaia.



...de reținut

Într-o porțiune mai îngustă a tubului, viteza fluidului crește, conform ecuației de continuitate. Prin urmare, crește presiunea dinamică $\frac{1}{2}\rho \cdot v^2$. Deoarece, de-a lungul unei linii de curent, suma $p + \frac{1}{2}\rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h$ rămâne constantă, presiunea statică p scade. Acest fenomen, aparent contraintuitiv, deoarece s-ar putea crede că îngustarea comprimă fluidul și îi crește presiunea, poartă numele de *paradoxul hidrodinamic*.

Dacă secțiunea este suficient de îngustă, presiunea statică interioară poate scădea sub nivelul presiunii atmosferice externe. Se creează astfel o zonă de depresiune (presiune mai mică). Fluidele din zonele cu presiune mai mare sunt împinse spre această zonă, efect cunoscut în aplicații sub numele de *efect Venturi*. Acest fenomen stă la baza funcționării multor dispozitive practice întâlnite în tehnică și în viața de zi cu zi, cum ar fi tubul Venturi, pulverizatorul, efectul de portanță la aripa avionului etc.

Debitmetrul lui Venturi

Debitmetrul Venturi (fig.1) este un dispozitiv utilizat pentru determinarea vitezei și a debitului unui fluid (de densitate ρ) care circulă printr-o conductă orizontală. Sistemul este alcătuit dintr-un tub Venturi (o conductă specială prevăzută cu o gâtuire centrală) și un manometru conectat între secțiunea largă și cea îngustată a tubului. Pe baza legii lui Bernoulli, trecerea fluidului prin zona strâmtă determină creșterea vitezei acestuia și scăderea presiunii statice. Dispozitivul măsoară prin intermediul manometrului această diferență de presiune creată local, valoare care permite calcularea matematică directă a vitezei de curgere.

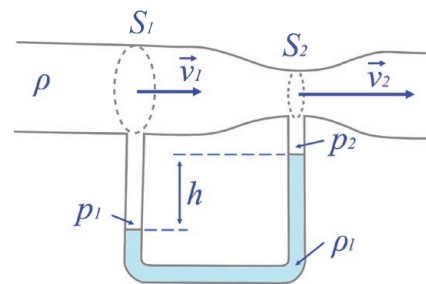


Fig. 1

Consideră S_1 aria secțiunii de intrare și S_2 aria secțiunii zonei îngustate. La trecerea prin cele două secțiuni, fluidul are vitezele $\vec{v}_1$ și respectiv $\vec{v}_2$. Aplicând legea lui Bernoulli pentru cele două secțiuni:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 = p_2 + \frac{1}{2}\rho \cdot v_2^2$$

rezultă că:

$$\Delta p = p_1 - p_2 = \frac{1}{2}\rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \quad (1)$$

Relația arată că diferența de presiune măsurată de manometru apare deoarece viteza fluidului este mai mare în secțiunea îngustă decât în secțiunea largă. Diferența presiunilor statice poate fi exprimată în funcție de diferența de înălțime a coloanelor de lichid manometric (de densitate ρ_l) din tubul în formă de U:

$$\Delta p = (\rho_l - \rho) \cdot g \cdot h \Rightarrow (\rho_l - \rho) \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}\rho \cdot (v_2^2 - v_1^2) \quad (2)$$

Din ecuația de continuitate rezultă $v_2 = v_1 \cdot \frac{S_1}{S_2}$ (3) și înlocuind v_2 din (3) în expresia (2), rezultă:

$$(\rho_l - \rho) \cdot g \cdot h = \frac{1}{2}\rho \cdot v_1^2 \cdot \frac{S_1^2 - S_2^2}{S_2^2}, \text{ de unde}$$

$$v_1 = S_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (\rho_l - \rho) \cdot g \cdot h}{\rho \cdot (S_1^2 - S_2^2)}} \quad (4)$$

Debitul volumic prin secțiunea de arie S_1 este dat de relația:

$$Q_v = v_1 \cdot S_1$$

Înlocuind viteza din expresia (4), rezultă $Q_v = S_1 \cdot S_2 \cdot \sqrt{\frac{2 \cdot (\rho_l - \rho) \cdot g \cdot h}{\rho \cdot (S_1^2 - S_2^2)}} = S_1 \cdot S_2 \cdot \sqrt{\frac{2}{S_1^2 - S_2^2}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\rho_l}{\rho} - 1\right) \cdot g \cdot h}$, unde $k = S_1 \cdot S_2 \cdot \sqrt{\frac{2}{S_1^2 - S_2^2}}$ care depinde numai de ariile secțiunilor tubului Venturi și este o constantă geometrică specifică a aparatului.

Înlocuind, rezultă

$$Q_v = k \cdot \sqrt{\left(\frac{\rho_l}{\rho} - 1\right) \cdot g \cdot h} \quad (5)$$

Pulverizatorul

Pulverizatorul (fig. 2) este un dispozitiv care transformă un lichid într-un jet fin de picături. Dispozitivul folosește un tub orizontal îngustat la un capăt, plasat deasupra unui tub vertical cufundat în lichid.

Aerul este împins cu viteză mare printr-o zonă de îngustare. Conform legii lui Bernoulli, unde viteza curentului de aer crește presiunea lui dinamică crește, iar presiunea statică scade sub valoarea presiunii atmosferice ($p < p_{atm}$). Presiunea atmosferică mai mare care apasă pe suprafața liberă a lichidului împinge coloana de lichid în sus prin tubul vertical. Ajuns în curentul rapid de aer, lichidul este împrăștiat sub formă de picături fine.

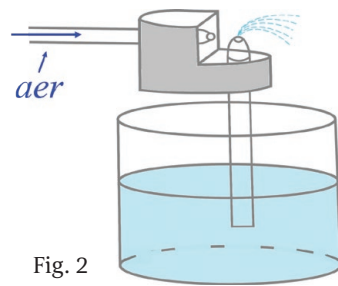


Fig. 2

Efectul de portanță la aripa avionului

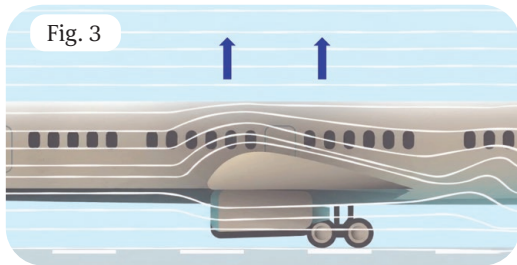


Fig. 3

Figura 3 ilustrează profilul aerodinamic al unei aripi de avion și modul în care aerul curge în jurul ei pentru a genera forța de portanță.

Aripa are o formă asimetrică. Partea de sus este bombată (curbată), iar partea de jos este apropiată de o linie dreaptă. Când avionul înaintează, curentul de aer se împarte în două fluxuri care înconjoară aripa. Datorită formei asimetrice și a unghiului de atac, aripa obligă aerul de deasupra să se curbeze și să curgă mult mai rapid decât cel de dedesubt. Pentru a respecta geometria curbată a profilului, liniile

de curent de deasupra se îngustează puternic, determinând o îngustare a secțiunii de curgere a fluidului. Astfel, conform ecuației de continuitate, deasupra aripii aerul este forțat să circule cu o viteză mai mare, în timp ce dedesubtul aripii aerul parcurge un drum mai scurt, direct, având o viteză mai mică.

Conform legii lui Bernoulli, deasupra aripii presiunea statică devine mai mică decât presiunea normală și se creează o zonă de depresiune (aspirație). Dedesubtul aripii presiunea statică rămâne mai mare în raport cu cea de sus. Această diferență de presiune $\Delta p = p_{jos} - p_{sus}$ acționează pe întreaga suprafață S a aripii. Apare astfel o forță orientată vertical de jos în sus, $F = \Delta p \cdot S$, numită *forță portantă*. În zbor orizontal uniform, portanța echilibrează greutatea avionului.

Portanța nu apare numai din diferența de presiune explicată prin legea lui Bernoulli. Ea este legată și de devierea aerului în jos de către aripă, conform principiului acțiunilor reciproce. Cele două explicații descriu același fenomen din perspective complementare.

Formula lui Torricelli

Consideră un vas cilindric, cu aria secțiunii transversale S_1 , umplut cu un lichid de densitate ρ (fig. 4). Pe peretele lateral al vasului este situat un orificiu îngust de arie S_2 ($S_2 \ll S_1$) prin care curge lichidul. Consideră întregul volum al lichidului ca un singur tub de curent.

Viteza de deplasare a suprafeței libere a lichidului din vas este v_1 , iar viteza lichidului la trecerea prin orificiu este v_2 . Atunci când un lichid curge printr-un orificiu îngust, aflat în peretele unui vas cu secțiune transversală mult mai mare, viteza de evacuare a fluidului poate fi dedusă combinând ecuația lui Bernoulli cu ecuația de continuitate:

$$\begin{cases} p_0 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_1^2 + \rho \cdot g \cdot h = p_0 + \frac{1}{2} \rho \cdot v_2^2 \\ S_1 \cdot v_1 = S_2 \cdot v_2 \end{cases}$$

unde: h este diferența de nivel dintre suprafața liberă a lichidului și orificiul prin care curge lichidul; p_0 este presiunea atmosferică normală. Rezolvând sistemul vei obține *formula lui Torricelli*:

$$v_2 = \sqrt{\frac{2g \cdot h}{1 - \left(\frac{S_1}{S_2}\right)^2}} \approx \sqrt{2g \cdot h}$$

Formula lui Torricelli arată că, în cazul unui fluid ideal, viteza de curgere v_2 este egală cu viteza pe care o are un corp după ce cade liber pe o distanță egală cu înălțimea coloanei de fluid.

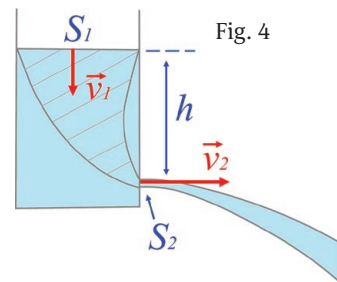
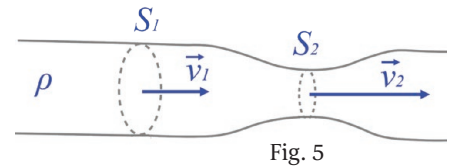


Fig. 4

...problemă rezolvată

Prin tubul orizontal din figura 5 (tub Venturi) curge staționar apă ($\rho = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$). Secțiunea transversală largă are aria $S_1 = 20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, iar secțiunea îngustă are aria $S_2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$. Viteza apei în prima secțiune este $v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, iar presiunea statică este $p_1 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$. Calculează:

- viteza apei în secțiunea îngustă (v_2);
- presiunea dinamică în ambele secțiuni;
- presiunea statică în secțiunea îngustă (p_2).

**Rezolvare:**

$$\rho = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3};$$

$$S_1 = 20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$

$$S_2 = 5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2;$$

$$v_1 = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}};$$

$$p_1 = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

$$\text{a) } v_2 = ?$$

$$\text{b) } p_{d1} = ?; p_{d2} = ?$$

$$\text{c) } p_2 = ?$$

a) Din ecuația de continuitate:

$$S_2 \cdot v_2 = S_1 \cdot v_1 \Rightarrow v_2 = v_1 \frac{S_1}{S_2} = 2 \frac{\text{m}}{\text{s}} \cdot \frac{20 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2}{5 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2} = 8 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

b) Presiunea dinamică în secțiunea de arie S_1 este:

$$p_{d1} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_1^2 = \frac{1}{2} \cdot 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(2 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 2\,000 \text{ Pa}.$$

Presiunea dinamică în secțiunea de arie S_2 este:

$$p_{d2} = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot v_2^2 = \frac{1}{2} \cdot 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3} \cdot \left(8 \frac{\text{m}}{\text{s}}\right)^2 = 32\,000 \text{ Pa}.$$

c) Aplică legea lui Bernoulli pentru conducta orizontală: $p_1 + p_{d1} = p_2 + p_{d2}$;

$$p_2 = p_1 + p_{d1} - p_{d2} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 2\,000 \text{ Pa} - 32\,000 \text{ Pa} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ Pa}.$$

...verifică înțelegerea

- Explică, folosind diferențe de presiune produse de curgerea aerului și a apei, de ce perdeaua de la duș tinde uneori să se curbeze spre interior.
- Describe rolul manometrului în cadrul unui debitmetru Venturi. Ce s-ar întâmpla cu indicațiile acestuia dacă ai mări debitul de fluid prin conductă?
- Un curent de aer cu densitatea $1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ trece pe la capătul superior al unui tub vertical cufundat într-un vas cu apă (de densitate $1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$). Viteza aerului în amonte este neglijabilă, iar în dreptul capătului superior al tubului viteza ajunge la $40 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Calculează:
 - scăderea de presiune creată deasupra tubului;
 - înălțimea maximă la care se poate ridica apa în tub sub acțiunea acestei diferențe de presiune ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$).
- O conductă orizontală de secțiune 20 cm^2 transportă petrol (densitatea $800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) cu o viteză de $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Conducta se îngustează până la o secțiune de 5 cm^2 . Calculează:
 - viteza petrolului în zona îngustată;
 - diferența de presiune indicată de manometrul aparatului.
- Pe suprafața inferioară a aripii unui avion de mici dimensiuni, aerul curge cu viteza de $50 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Pe suprafața superioară, datorită forme bombate, viteza aerului devine $70 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Cunoscând densitatea aerului de $1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ și suprafața totală a aripilor de 15 m^2 , calculează:
 - diferența de presiune statică generată între cele două fețe ale aripilor;
 - valoarea forței de portanță. Poate ridica această forță un avion cu masa de 2 t ($g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$)?

Curiozități...

- *Ingineria câinilor de preerie* (Sistemul natural de ventilație): Aceste mici rozătoare își construiesc vizuinele subterane cu cel puțin două ieșiri. Una dintre ieșiri este plată, la nivelul solului, iar cealaltă este ridicată pe o mică movilă de pământ. Vântul care bate pe deasupra movilei are o viteză mai mare, generând o zonă de presiune scăzută conform legii lui Bernoulli. Această diferență de presiune favorizează ieșirea aerului stătut din vizuină prin deschiderea aflată pe movilă și intrarea aerului proaspăt prin cealaltă deschidere, asigurând oxigenarea permanentă fără niciun efort.
- *Zborul peștilor-zburători*: Acești pești nu dau din „aripi” (înotătoare pectorale lungi). Când sar din apă pentru a scăpa de prădători, ei își întind înotătoarele care au un profil aerodinamic (bombat deasupra, plat dedesubt). Acestea funcționează asemănător unor suprafețe portante: prin deplasarea prin aer, ele contribuie la apariția unei forțe aerodinamice orientate în sus, ceea ce le permite peștilor să planeze deasupra apei.



PROBLEME PROPUSE

În rezolvarea problemelor propuse se consideră $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.

1. Care dintre relațiile de mai jos este falsă?

- a. $1 \text{ J} = 1 \text{ N} \cdot 1 \text{ m}^{-1}$; c. $1 \text{ N} = 1 \text{ kg} \cdot 1 \text{ m} \cdot \text{s}^{-2}$;
b. $1 \text{ W} = 1 \text{ J} \cdot 1 \text{ s}^{-1}$; d. $1 \text{ Pa} = 1 \text{ N} \cdot \text{m}^{-2}$.

2. Echipa Salvamont intervine iarna pentru salvarea unor turiști rătăciți. Stratul proaspăt de zăpadă suportă o presiune maximă de 15 kPa înainte ca un vehicul să se afunde adânc și să rămână blocat. Salvamontiștii folosesc un ATV care are masa de 360 kg. La bord se află doi salvatori cu echipament complet, având o masă totală combinată de 190 kg. În configurația de vară, ATV-ul rulează pe 4 roți, suprafața de contact a fiecărei anvelope cu solul fiind de 220 cm². Pentru intervențiile de iarnă, roțile sunt înlocuite cu un sistem de 4 șenile, suprafața totală de contact a tuturor celor 4 șenile fiind de 1,1 m² (masa suplimentară a șenilelor se consideră neglijabilă în acest exercițiu). Calculează:

- a. greutatea totală a sistemului (ATV + salvatori);
b. presiunea exercitată de ATV pe sol în varianta cu roți și stabilește dacă vehiculul se va afunda în zăpadă;
c. presiunea exercitată de ATV pe sol în varianta cu șenile și stabilește dacă vehiculul se va afunda în zăpadă sau se va putea deplasa, permițând succesul misiunii de salvare;
d. raportul dintre presiunea pe roți și cea pe șenile pentru a evidenția eficiența șenilelor.

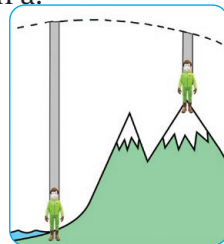
3. Alege afirmația incorectă referitoare la presiunea hidrostatică:

- a. Presiunea este direct proporțională cu densitatea lichidului.
b. Într-un lichid în repaus, planele orizontale sunt suprafețe de egală presiune.
c. Presiunea unui lichid aflat în repaus crește cu adâncimea.
d. Presiunea hidrostatică este aceeași în toate punctele aflate la aceeași adâncime în lichid, fiind independentă de forma vasului și de natura lichidului.
e. Într-un punct din interiorul lichidului, presiunea are aceeași valoare în toate direcțiile.

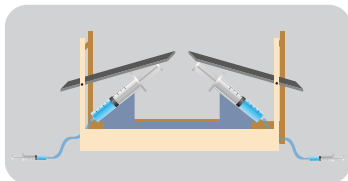
4. În largul Oceanului Pacific, un calmar uriaș coboară de la adâncimea de 500 m la adâncimea de 2 km. Calculează variația presiunii hidrostatice între cele 2 puncte (densitatea apei marine $1\,030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$). Exprimă rezultatul în MPa.

5. Doi turiști, echipați identic, se află în puncte geografice diferite: unul la nivelul mării, iar celălalt pe vârful Omu, la altitudinea de 2500 m. Imaginea alăturată sugerează că presiunea atmosferică este determinată de greutatea coloanei de aer de deasupra lor (densitatea medie a aerului $1,2 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$). Cunoscând presiunea atmosferică la nivelul mării de 101 325 Pa, se cere:

- a. Analizând coloanele gri din imagine, care turist resimte o presiune mai mare? Justifică răspunsul folosind conceptul de coloană de fluid.



- b. Calculează presiunea atmosferică pe vârful muntelui.
- c. Calculează forța cu care apasă aerul pe capul turistului aflat la nivelul mării știind că suprafața medie a creștetului capului unui om este 150 cm^2 .
6. Balena cu cioc a lui Cuvier (*Ziphius cavirostris*) deține recordul mondial de scufundare în rândul mamiferelor. În timpul unei misiuni de cercetare, biologii marini au atașat pe spatele unui exemplar o ventuză de monitorizare cu senzori, având o suprafață de 50 cm^2 . Balena a coborât până la adâncimea record de $2\,992 \text{ m}$ sub nivelul oceanului. Considerând densitatea apei marine $1\,030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ și presiunea atmosferică de la suprafața apei de $101\,325 \text{ Pa}$, calculează:
- presiunea hidrostatică exercitată strict de coloana de apă asupra corpului balenei la adâncimea record;
 - presiunea totală suportată de organismul balenei la această adâncime. Exprimă rezultatul în atm;
 - forța de apăsare exercitată de apa oceanului asupra ventuzei de monitorizare la adâncimea maximă.
7. Un autoturism de 1500 kg este ridicat cu un elevator hidraulic. Aria pistonului mare este $0,30 \text{ m}^2$. Calculează:
- forța exercitată asupra pistonului;
 - presiunea necesară în sistem.
8. Un sistem hidraulic are aria pistonului mic 6 cm^2 , respectiv aria pistonului mare 360 cm^2 . Dacă pe pistonul mic se aplică o forță de 180 N , calculează:
- presiunea din lichid;
 - forța obținută pe pistonul mare;
 - ce masă poate fi ridicată?
9. Într-un experiment de laborator, se utilizează un dispozitiv hidraulic format din două seringi de control (exterioare) conectate prin furtunuri la două seringi de execuție (interioare), care ridică două platforme mobile. Considerăm una dintre ramurile sistemului (o seringă de control conectată la o seringă de execuție). Seringa de control are secțiunea pistonului $S_1 = 2 \text{ cm}^2$, iar seringă de execuție are secțiunea pistonului $S_2 = 10 \text{ cm}^2$. Sistemul este umplut cu un lichid incompresibil.
- a. Ce forță F_2 exercită seringă de execuție asupra platformei, dacă asupra pistonului seringii de control se apasă cu o forță $F_1 = 5 \text{ N}$?
- b. Dacă pistonul seringii de control este împins pe o distanță $h_1 = 5 \text{ cm}$, cu ce distanță h_2 se va deplasa pistonul seringii de execuție (și implicit platforma)?
10. Dispozitivul de la exercițiul 9. este folosit pentru a menține în echilibru un obiect așezat pe cele două platforme gri. Sistemul este simetric, iar ambele seringi de control (cele exterioare) sunt acționate cu aceeași forță de 5 N . Știind că aria pistonului mic (seringa de control) este $S_1 = 2 \text{ cm}^2$, aria pistonului mare (seringa de execuție) este $S_2 = 10 \text{ cm}^2$ și considerând presiunea constantă în tot volumul de lichid, calculează:
- masa maximă a obiectului care poate fi menținut în echilibru pe cele două platforme;
 - ce presiune se creează în interiorul furtunurilor în timpul acestui proces?
11. Ai la dispoziție trei sticle identice de masă neglijabilă, fiecare cu un volum de 1 L , închise ermetic și complet scufundate în apă $\rho = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$. Prima sticlă conține aer de masă neglijabilă, a doua este plină cu apă și a treia sticlă este plină cu nisip cu masa de $1,6 \text{ kg}$.
- Determină forța arhimedică pentru fiecare dintre cele trei sticle. Este aceasta diferită de la o sticlă la alta?
 - Ce se întâmplă cu fiecare sticlă în momentul în care este lăsată liberă în apă (urcă, rămâne în echilibru sau se scufundă)? Justifică prin compararea forțelor care acționează asupra fiecărei sticle.
 - Cum influențează natura materialului din interiorul sticlei valoarea forței arhimedice, dacă volumul exterior rămâne același?
12. Un vas de croazieră cu masa de $65\,000 \text{ t}$ pornește din Boston cu destinația Chicago, navigând de-a lungul Coastei de Est atlantice, intrând pe Fluviul Sfântul Laurențiu și traversând Marile Lacuri. Calculează volumul părții cufundate:
- în apă de mare, cu densitatea de $1\,025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$;
 - în apă dulce, cu densitatea de $1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$.
13. În timpul unui experiment, un dinamometru indică $2,5 \text{ N}$ atunci când de cârligul lui atârână în aer un cub și $1,5 \text{ N}$ atunci când acesta este scufundat în apă ($\rho_{\text{apă}} = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$). Calculează:



- a. volumul cubului (exprimă volumul cubului în submultiplul potrivit);
 b. densitatea cubului.
 c. Cât ar indica dinamometrul dacă cubul s-ar scufunda în ulei?
14. De ce se schimbă aspectul apei de la robinet atunci când comutăm robinetul de la minim la maxim, deși substanța rămâne aceeași?
15. Care din următoarele enunțuri ale unor teoreme sau legi mecanice este formulat greșit, incomplet sau fără sens fizic?
- a. Într-un fluid aflat în curgere staționară, debitul masic este același prin fiecare secțiune a unui tub de curent oarecare.
 b. Diferența de presiune (Δp) dintre două puncte ale unui lichid omogen aflat în echilibru este direct proporțională cu diferența de nivel (Δh) dintre cele două puncte și cu densitatea lichidului (ρ).
 c. Presiunea exterioară exercitată asupra unui lichid aflat în echilibru se transmite integral în toată masa lichidului și în toate direcțiile.
 d. Un corp cufundat într-un fluid (lichid sau gaz) aflat în echilibru este împins de sus în jos cu o forță egală cu greutatea fluidului deplasat de corp.
 e. Presiunea totală în lungul unei linii de curent într-un fluid incompresibil și lipsit de vâscozitate, aflat în curgere staționară, este constantă: $p + \frac{1}{2} \rho \cdot v^2 + \rho \cdot g \cdot h = \text{constant}$
16. Două vapoare mari navighează în paralel, la distanță mică unul de celălalt, pe o mare liniștită. Deși timonierii încearcă să mențină o traiectorie dreaptă, vapoarele tind să se apropie unul de celălalt și să se ciocnească. Dacă apa dintre ele exercită presiune, de ce nu le respinge?
17. O conductă orizontală prin care curge ideal și staționar un fluid își reduce secțiunea transversală la jumătate. Cum se modifică presiunea dinamică a fluidului în zona îngustă față de zona inițială?
- a. scade de 2 ori; c. scade de 4 ori;
 b. crește de 2 ori; d. crește de 4 ori.
18. Dacă un fotbalist reușește să dubleze viteza de rotație a mingii în timp ce viteza de înaintare rămâne neschimbată, cum se va modifica Forța Magnus?
- a. Va scădea de 2 ori, deoarece presiunea se uniformizează.
 b. Va rămâne neschimbată, forța depinzând doar de viteza de înaintare.
 c. Se va dubla, existând o relație de directă proporționalitate între F_m și v_r .
 d. Va crește de 4 ori, deoarece viteza apare la pătrat în ecuația inițială Bernoulli.
19. În practică, unitatea de măsură folosită pentru debitul volumic este litru pe minut. Exprimă în unitatea Sistemului Internațional $3\,000 \frac{\text{L}}{\text{min}}$.
20. Un gaz cu densitatea de $1,3 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ curge printr-o conductă orizontală cu secțiune circulară de rază 2 cm. Știind că timp de 1 h 4 min 3 s prin conductă trece o masă de gaz egală cu 6,28 kg, calculează viteza de curgere a acestuia.
21. Un fluid cu densitatea de $800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ curge staționar printr-o conductă orizontală. În secțiunea de intrare, presiunea statică este $1,8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, iar viteza este $2 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. În secțiunea de ieșire, viteza fluidului devine $6 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Calculează:
 a. valoarea presiunii dinamice în secțiunea de ieșire;
 b. presiunea statică în secțiunea de ieșire.
22. Prin conducta unui sistem de alimentare, benzina (cu densitatea $700 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) curge cu o viteză constantă $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. Conducta urcă de la parter la etajul unei clădiri, diferența de înălțime fiind de 5 m. Calculează:
 a. valoarea presiunii dinamice a benzinei în această conductă;
 b. presiunea de poziție datorată diferenței de înălțime dintre cele două niveluri.
23. Pentru alimentarea unui utilaj industrial, uleiul (cu densitatea mai mică decât a apei, $800 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) este pompat printr-o conductă cu secțiune variabilă. La nivelul solului (nivelul de referință 0 m), uleiul are o viteză constantă $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$, iar manometrul indică o presiune statică de 180 000 Pa. Conducta urcă spre instalație până la înălțimea de 5 m. Calculează:
 a. presiunea dinamică a uleiului la nivelul solului;
 b. presiunea hidrostatică a uleiului la înălțimea maximă;
 c. presiunea totală a uleiului în această conductă, știind că energia mecanică se conservă;
 d. presiunea statică a uleiului la înălțimea de 5 m față de sol, dacă această conductă își păstrează secțiunea constantă pe tot traseul și viteza uleiului la această înălțime rămâne aceeași.

INVESTIGAȚIE

Determinarea experimentală a debitului volumic al unui fluid Dependența debitului de secțiunea orificiului de scurgere

Situația problemă

Când vrei să umpli cada cu apă, ai la dispoziție două opțiuni: să lași apa să curgă prin țeava scurtă a bateriei (pipa) sau să o direcționezi prin para de duș.

Dacă urmărești cu atenție fenomenul, vei observa ceva curios: deși apa „țâșnește” cu o viteză mult mai mare prin orificiile înguste ale dușului, cada se umple mai repede atunci când folosești pipa bateriei.

De ce se întâmplă acest lucru?



Amintește-ți!

- **Debitul volumic** (Q_v) este mărimea fizică scalară definită prin relația: $Q_v = \frac{\Delta V}{\Delta t}$, unde ΔV reprezintă volumul de fluid care curge printr-o secțiune S a orificiului de scurgere în intervalul de timp Δt .



Întrebarea de investigat

Cum se modifică debitul volumic al unui fluid atunci când secțiunea orificiului de scurgere crește?



Formularea ipotezei

Formulează o ipoteză care anticipează răspunsul la întrebarea de investigat. Argumentează ipoteza folosind observații din viața reală (de exemplu, umplerea cabei cu apă prin intermediul pipei bateriei sau a dușului).



Proiectarea experimentului

Stabilește materialele necesare

Atenție! Viteza cu care apa „țâșnește” printr-un orificiu depinde direct de înălțimea coloanei de lichid de deasupra lui (cu cât apa este mai adâncă, cu atât presiunea la bază este mai mare). Dacă nivelul apei scade în timpul măsurătorii, viteza de scurgere se va micșora și ea treptat. Pentru ca debitul Q_v să depindă doar de mărimea secțiunii S este esențial ca înălțimea apei din vas să rămână constantă (*să fie o variabilă controlată*) pe parcursul fiecărei determinări. Doar în această situație viteza de curgere a apei prin orificiu este constantă.

Gândește-te cum poți reproduce la scară mică, folosind obiecte din jurul tău (recipiente, sticle, dopuri), situația cu pipa și para de duș. Pune-ți următoarele întrebări pentru a alege materialele potrivite:

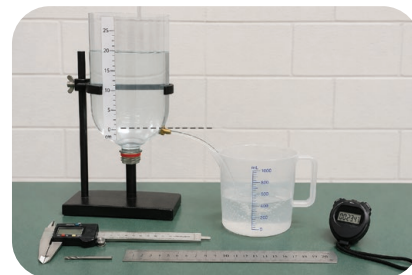
- Ce fel de recipiente pot folosi pentru a stoca apa?
- Unde voi colecta apa care se scurge prin orificiu?
- Cum pot crea în recipient orificii de scurgere (cu secțiuni diferite) și cum mă asigur că apa poate curge printr-un orificiu în mod controlat?

Atenție! Realizarea orificiilor în recipiente necesită utilizarea unor obiecte ascuțite sau încălzite. Efectuează această etapă cu atenție, pentru a evita rănirea, sau cere ajutorul unui adult. Curățarea zonei de lucru și colectarea selectivă a deșeurilor după experiment sunt obligatorii.

- Cum aleg dispozitivul experimental (forma/dimensiunea vaselor) și modul de lucru (timpul sau volumul măsurat) pentru a mă asigura că scurgerea rămâne staționară pe parcursul fiecărei determinări? Justifică alegerea ta!

Exemplu: Poți alege o soluție tehnică în care nivelul de lichid rămâne constant sau o soluție în care nivelul de lichid poate fi aproximat (cu o aproximație destul de bună) ca fiind constant.

- De ce instrumente am nevoie pentru a măsura cu precizie diametrul orificiului de scurgere (d), volumul de lichid (ΔV) scurs din vas și timpul de scurgere (Δt)?



1. Notează variabilele

Precizează:

- variabila independentă – ce modifici
- variabila dependentă – ce urmărești
- variabilele controlate – ce menții constant

Exemplu: Poți alege să menții constant **timpul de scurgere** prin orificiu și să urmărești **volumul de lichid scurs** în acest timp sau să menții constant **volumul de lichid** care curge prin orificiu și să urmărești **timpul de scurgere**.

2. Stabilește modul de lucru.

Describe clar dispozitivul experimental și modul în care vei colecta datele experimentale. Precizează:

- ce mărimi fizice vei măsura direct și cum vei face acest lucru

Exemplu: Dacă orificiul de scurgere este prea mic pentru a fi măsurat direct cu rigla, poți folosi diametrul cunoscut al obiectului cu care ai făcut gaura (cui, șurub etc.).

- ce mărimi fizice vei calcula și ce relații fizice vei utiliza
- dacă vei repeta măsurările și vei analiza sursele de eroare și precizia experimentului
- cum vei organiza datele experimentale

Exemplu:

Nr. det.	d (cm)	$S = \frac{\pi d^2}{4} (\text{cm}^2)$	ΔV (mL)	Δt (s)	$Q_v = \frac{\Delta V}{\Delta t} (\text{mL/s})$



Analiza și interpretarea datelor experimentale:

1. Analizează datele din tabel

- Compară valorile debitului prin orificii cu secțiuni diferite.

Întrebare de reflecție: De ce este mai corect să analizăm dependența debitului volumic de aria secțiunii orificiului și nu doar de diametrul acestuia? Folosește relația dintre aria cercului și diametru pentru a explica răspunsul.

- Calculează raportul Q_v/S .
- Reprezintă grafic $Q_v = f(S)$.
- Analizează graficul obținut.

Întrebare de reflecție: Care este semnificația fizică a pantei graficului ($\text{tg} \alpha = \frac{Q_v}{S}$)?

- Identifică relația dintre mărimea secțiunii O a orificiului de scurgere și debitul volumic Q_v al lichidului prin orificiu.



Formularea concluziilor

1. **Formulează concluziile** studiului tău, corelând teoria cu datele experimentale.
2. **Precizează sursele de eroare și limitele** experimentului.
Întrebare de reflecție: Cum ai putea îmbunătăți precizia experimentului?
3. **Validează rezultatele** obținute, analizându-le împreună cu profesorul și colegii de clasă.
4. **Redactează un referat științific** al investigației efectuate. Include în referat răspunsurile la întrebările de reflecție și concluziile tale.
5. **Nu uita** să incluzi în referat și răspunsul la situația problemă ce a generat această investigație. Păstrează referatul în portofoliul personal.

Observație: Dacă ai ales o soluție tehnică în care curgerea lichidului poate fi aproximată ca fiind curgere staționară, include în partea teoretică a referatului tău demonstrația matematică ce permite această aproximare.

Autoevaluare

Parcurge afirmațiile de mai jos și bifează în dreptul fiecăreia nivelul care ți se potrivește cel mai bine:

- **A** = Da, pot explica și altora.
- **B** = Da, dar am mai avut mici ezitări.
- **C** = Mai am nevoie de exercițiu/nu am înțeles complet.

6. Cunoștințe teoretice

Descrierea criteriului de evaluare	A	B	C
Pot defini debitul volumic și cunosc unitățile sale de măsură în SI.			
Înțeleg de ce viteza de scurgere a unui fluid printr-un orificiu depinde de înălțimea coloanei de lichid din vas.			
Pot explica diferența teoretică dintre o curgere staționară și una nestaționară.			
Știu ce reprezintă panta (tangenta unghiului) pentru graficul $Q_v = f(S)$.			
Știu relația dintre debitul volumic al unui fluid și secțiunea orificiului de scurgere.			

7. Abilități

Descrierea criteriului de evaluare	A	B	C
Pot proiecta (urmând reperele din manual) un experiment simplu care să aproximeze scurgerea staționară a unui fluid, pentru a afla debitul volumic printr-o secțiune.			
Pot face corect măsurări directe și determinări indirecte ale unor mărimi fizice specifice experimentului proiectat.			
Pot realiza un grafic corect $Q_v = f(S)$ folosind datele experimentale.			
Pot interpreta corect rezultatele obținute și formula concluzii valide.			
Pot realiza referatul științific al unei investigații experimentale.			

Interpretarea rezultatelor autoevaluării

1. Dacă ai bifat **B** sau **C** pentru unele criterii din secțiunea **Cunoștințe teoretice**

- Recitește noțiunile studiate despre mecanica fluidelor înainte de a finaliza referatul. Dacă neclaritățile persistă, discută cu profesorul pentru a le clarifica.

2. Dacă ai bifat **B** sau **C** pentru unele criterii din secțiunea **Abilități**

- Discută cu colegii și/sau cu profesorul despre rezultatele activității tale, pentru a identifica unde a apărut nesiguranța. Cere sprijin pentru a-ți îmbunătăți abilitățile.

3. Dacă ai majoritatea răspunsurilor la **A**

- Felicitări! Ești pe drumul cel bun! Folosește-ți cunoștințele și abilitățile dobândite pentru a face noi investigații științifice

TEST DE EVALUARE

I. (1p) Citește următoarele enunțuri. Dacă apreciezi că enunțul este adevărat, scrie litera A în dreptul numărului de ordine al enunțului. Dacă apreciezi că este fals, scrie litera F.

1. Presiunea hidrostatică scade cu adâncimea.	
2. Presiunea atmosferică normală este de o atmosferă fizică.	
3. Presa hidrolică este folosită pentru a diminua acțiunea unei forțe.	
4. Fluidul ideal este un model fizic.	

II. (2p) Pentru fiecare item de mai jos, încercuiește litera corespunzătoare răspunsului corect. Fiecare item are un singur răspuns corect.

A. Presiunea poate fi mărită dacă:

- a.** se mărește suprafața; **c.** se micșorează forța;
b. se mărește forța; **d.** niciuna dintre aceste variante.

B. Dacă aria unui piston se dublează, iar presiunea rămâne constantă, forța devine:

- a.** de 2 ori mai mare; **c.** de 4 ori mai mare;
b. de 2 ori mai mică; **d.** rămâne aceeași.

C. Una din aplicațiile legii lui Arhimede este și balonul meteorologic, un balon umplut cu gaz mai ușor decât aerul, care se ridică datorită forței ascensionale date de relația:

- a.** $F_a = G - F_A$; **c.** $F_a = F_A - F_v$;
b. $F_a = F_A - G$; **d.** $F_a = F_t - G$.



D. Debitul masic este egal cu:

- a.** produsul dintre masa fluidului care trece printr-o secțiune și durata trecerii prin secțiune;
b. raportul dintre masa fluidului care trece printr-o secțiune și durata trecerii prin secțiune;
c. produsul dintre volumul fluidului care trece printr-o secțiune și durata trecerii prin secțiune;

d. raportul dintre densitatea fluidului care trece printr-o secțiune și durata trecerii prin secțiune.

E. Unitatea de măsură în Sistemul Internațional pentru presiunea dinamică, exprimată în funcție de unitățile fundamentale, este:

- a.** $\text{kg} \cdot \text{m}^2 \cdot \text{s}^{-2}$; **c.** $\text{kg} \cdot \text{m}^{-2} \cdot \text{s}^{-1}$;
b. $\text{kg} \cdot \text{m} \cdot \text{s}^{-2}$; **d.** $\text{kg} \cdot \text{m}^{-1} \cdot \text{s}^{-2}$.

III. Rezolvă următoarele probleme:

A. (1p) O pisică de mare coboară până la adâncimea de 40 m. Calculează presiunea totală resimțită de ea la această adâncime, știind că densitatea apei de mare este $1\,030 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ și presiunea atmosferică 10^5 Pa .

B. (2p) Un pod mobil hidrolic cu masa de 2 500 kg este susținut de un piston cu aria de $0,5 \text{ m}^2$. Calculează:

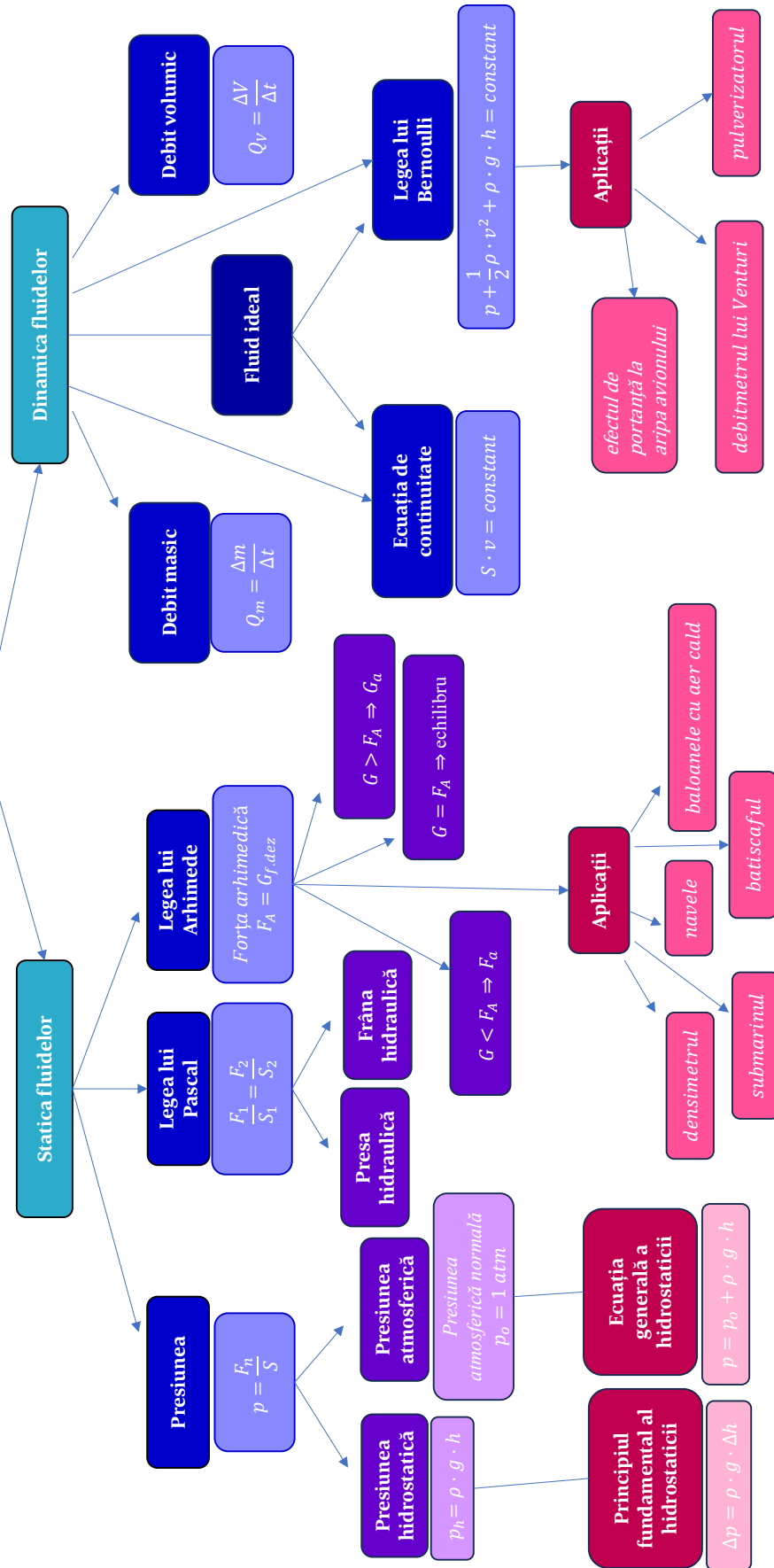
- a.** forța exercitată de pod asupra pistonului;
b. presiunea necesară în sistem;
c. forța minimă ce trebuie aplicată pentru a ridica podul dacă pistonul mic are aria de 10 cm^2 .

C. (3p). Un rezervor vertical de mari dimensiuni, deschis la partea superioară, este umplut cu apă ($\rho_{\text{apă}} = 1\,000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) până la o înălțime 5 m. La baza rezervorului se deschide un mic orificiu lateral prin care apa începe să țâșnească. Presiunea atmosferică este 10^5 Pa , iar accelerația gravitațională se consideră $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$. Consideră curgerea ideală.

- a.** Demonstrează, pornind de la Legea lui Bernoulli, că viteza de ieșire a apei prin orificiu este dată de relația $v = \sqrt{2 \cdot g \cdot h}$.
b. Calculează valoarea numerică a vitezei de golire imediat după deschiderea orificiului.
c. Dacă suprafața liberă a apei din rezervor are aria $S_1 = 2 \text{ m}^2$ și orificiul are aria $S_2 = 2 \cdot 10^{-4} \text{ m}^2$, determină viteza cu care coboară nivelul apei în rezervor în acel moment.

Se acordă 1 punct din oficiu.

MECANICA FLUIDELOR



PROBLEME RECAPITULATIVE

Unitatea 1

1. Un satelit artificial orbitează în jurul Pământului la o altitudine de $3,6 \cdot 10^5$ m. Într-o zi, el parcurge aproximativ $2,7 \cdot 10^8$ m. Masa satelitului este de $1,25 \cdot 10^3$ kg, iar durata unei rotații complete este de $5,4 \cdot 10^3$ s.
 - a. Identifică toate mărimile fizice din enunț și precizează unitățile lor de măsură.
 - b. Clasifică mărimile identificate în fundamentale și derivate.
 - c. Exprimă altitudinea în kilometri și durata unei rotații în ore.
 - d. Scrie în notație științifică 360 km, respectiv 1,5 h exprimată în secunde.
 - e. Determină ordinul de mărime al altitudinii, al distanței parcurse într-o zi și al masei satelitului.
 - f. Cu câte ordine de mărime diferă distanța parcursă într-o zi față de altitudine?
 - g. Calculează viteza medie a satelitului pe orbită și exprim-o în SI.
2. Pentru a determina timpul de cădere a unei bile de la o anumită înălțime, un elev utilizează un cronometru cu diviziunea minimă de 0,01 s. Rezultatele obținute sunt: 11,24 s, 1,18 s, 1,22 s, 1,20 s și 1,26 s.
 - a. Determină timpul mediu de cădere.
 - b. Calculează eroarea absolută a seriei de măsurători.
 - c. Calculează eroarea relativă procentuală.
 - d. Scrie rezultatul măsurătorii respectând regulile de prezentare a unei mărimi măsurate.
 - e. Indică numărul de cifre semnificative care trebuie păstrate în rezultat.
 - f. Compară eroarea obținută cu eroarea instrumentală a cronometrului și precizează care dintre ele influențează mai mult rezultatul.
3. Pentru determinarea accelerației gravitaționale specifice unui anumit loc de pe Pământ se utilizează pendulul gravitațional. Accelerația gravitațională poate fi calculată cu relația: $g = 4\pi^2 \frac{L}{T^2}$, unde L reprezintă lungimea pendulului, iar T perioada de oscilație.

Perioada se determină indirect, măsurând cu un cronometru electronic timpul t_{100} necesar efectuării a 100 de oscilații complete. Lungimea pendulului este măsurată cu o riglă micrometrică. În urma efectuării măsurătorilor și a prelucrării datelor s-au obținut valorile: $t_{100} = (200,356 \pm 0,001)$ s, $L = (1,00117 \pm 0,00001)$ m.

 - a. Calculează perioada de oscilație T și incertitudinea absolută asociată acesteia.
 - b. Calculează incertitudinile relative cu care au fost determinate perioada T și lungimea L .

- c. Folosind formula de propagare a incertitudinilor pentru mărimi independente, determină accelerația gravitațională și incertitudinea sa absolută, apoi prezintă rezultatul experimentului în forma standard: $g = (g \pm \Delta g) \text{ m/s}^2$.

Unitatea 2

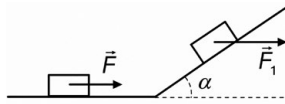
4. Într-un parc de distracții, un lift panoramic pornește în sus cu o anumită viteză inițială, apoi sistemul de frânare produce o accelerație constantă orientată în jos, astfel încât liftul încetinește uniform până se oprește pentru câteva momente înainte de a coborî ($g = 10 \text{ m/s}^2$). Analizează și află pentru cele două situații:
 - A. liftul pornește cu viteza inițială $v_0 = 4 \text{ m/s}$;
 - B. liftul pornește cu viteza inițială $v_0 = 8 \text{ m/s}$;
 - a. timpul după care liftul se oprește;
 - b. distanța parcursă de lift în sus până în momentul opririi.
 - c. compară cele două situații și precizează cum influențează viteza inițială evoluția mișcării.
5. Un tren se deplasează uniform și rectiliniu. La un moment dat, se desprinde ultimul vagon care, mișcându-se uniform încetinit, parcurge până la oprire $d = 250$ m. Ce distanță D parcurge trenul, considerând că, în urma desprinderii vagonului, viteza trenului nu se modifică? *Rezolvă problema prin metoda grafică.*
6. Un camion pornește din repaus mișcându-se uniform accelerat și în momentul în care atinge viteza $v_i = 10 \text{ m/s}$ motorul este decuplat, mișcându-se încetinit până la oprire. Se cere viteza medie a camionului pe întreaga distanță parcursă. *Rezolvă problema prin metoda grafică.*
7. Cu ce viteză se deplasează umbra Lunii pe suprafața terestră în timpul eclipsei de Soare observate la Ecuator? Se va considera că axa terestră este perpendiculară pe planul orbitelor Pământului și Lunii. Se cunosc: $R_{PL} = 384 \cdot 10^3 \text{ km}$, $T_L = 28$ zile, $R_p = 6400 \text{ km}$.
8. Un disc se rotește uniform cu viteza unghiulară $\omega = 4 \text{ rad/s}$. La momentul inițial $t = 0$, un punct material aflat pe marginea discului are coordonata unghiulară $\varphi_0 = 0,5 \text{ rad}$. Determină:
 - a. ecuația mișcării unghiulare a punctului;
 - b. coordonata unghiulară după 3 s;
 - c. unghiul descris în primele 5 s;
 - d. numărul de rotații complete efectuate în acest interval.

Unitatea 3

9. Două automobile, A și B, se deplasează rectiliniu unul spre celălalt pe aceeași șosea, pe traiectorii care se intersectează frontal. Automobilul A are viteza inițială $v_A = 72 \text{ km/h}$, iar automobilul B are viteza constantă $v_B = 54 \text{ km/h}$. La momentul inițial $t = 0$, distanța dintre cele două automobile este $d = 150 \text{ m}$. Pentru a evita coliziunea, șoferul automobilului A începe să frâneze uniform, iar automobilul său se oprește complet după 4 s, în timp ce automobilul B își menține viteza constantă. Determină:

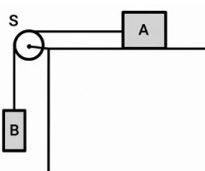
- viteza relativă inițială de apropiere a celor două automobile;
- distanța minimă dintre automobile după oprirea completă a automobilului A.
- Stabilește dacă, în condițiile date, coliziunea este evitată sau nu.

10. Un corp cu masa $m = 1 \text{ kg}$ se deplasează cu frecare, cu viteza constantă $v = 2 \text{ m/s}$, pe o suprafață orizontală, sub acțiunea unei forțe orizontale $F = 2 \text{ N}$. Ulterior, corpul urcă pe un plan înclinat sub acțiunea unei forțe orizontale $F_1 = 20 \text{ N}$, ca în figura alăturată. Planul înclinat formează unghiul $\alpha = 45^\circ$ cu suprafața orizontală, iar coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și planul înclinat are valoarea $\mu = 0,2$.



- Determină distanța parcursă de corp pe suprafața orizontală în timpul $\Delta t = 0,25 \text{ s}$.
- Calculează valoarea coeficientului de frecare la alunecare dintre corp și suprafața orizontală.
- Calculează valoarea accelerației corpului în timpul urcării pe planul înclinat sub acțiunea forței orizontale F_1 .
- Determină valoarea pe care ar trebui să o aibă forța orizontală F_1 , astfel încât corpul să coboare cu viteză constantă pe planul înclinat.

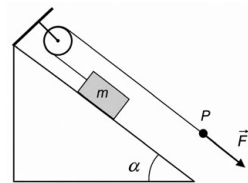
11. Două corpuri A și B, de mase $m_A = 2 \text{ kg}$ și respectiv $m_B = 1 \text{ kg}$, sunt legate printr-un fir inextensibil și de masă neglijabilă, ca în figura alăturată. Scripetele S este lipsit de inerție și fără frecări. Deplasarea corpului A pe suprafața orizontală are loc cu frecare, coeficientul de frecare la alunecare fiind $\mu = 0,2$. Sistemul format din cele două corpuri, aflat inițial în repaus, este lăsat liber.



- Reprezintă în caiet toate forțele care acționează asupra corpului A.

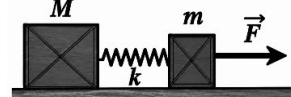
- Calculează valoarea forței de frecare la alunecare dintre corpul A și suprafață.
- Determină valoarea accelerației sistemului.
- Determină valoarea forței de reacțiune din axul scripetelui.

12. Pentru a ridica uniform accelerat, cu accelerația $a = 0,4 \text{ m/s}^2$, un corp cu masa $m = 2 \text{ kg}$ de-a lungul unui plan înclinat, suficient de lung, ce formează unghiul $\alpha = 37^\circ$ ($\sin \alpha = 0,6$) cu orizontala, se acționează cu o forță F , aplicată la capătul P al unui fir inextensibil legat de corp. Firul este trecut peste un scripete fix, lipsit de masă și fără frecări, ca în desenul din figura alăturată. Coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și suprafața planului înclinat este $\mu = 0,2$. Inițial corpul este în repaus.



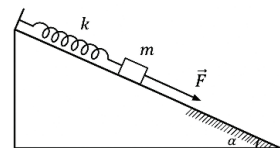
- Reprezintă forțele ce acționează asupra corpului în timpul deplasării acestuia de-a lungul planului înclinat.
- Calculează valoarea forței F .
- Determină valoarea forței de reacțiune din axul scripetelui.
- Calculează distanța parcursă de corp de-a lungul planului înclinat, în primele $\Delta t = 2 \text{ s}$ de mișcare.

13. Două lăzi având masele $M = 6 \text{ kg}$ și $m = 2 \text{ kg}$, legate printr-un resort orizontal de masă neglijabilă și constantă elastică $k = 600 \text{ N/m}$, sunt tractate pe o suprafață orizontală, ca în figura alăturată. Coeficientul de frecare de alunecare dintre lăzi și suprafață are valoarea $\mu = 0,2$.



- Determină valoarea forței de apăsare normală a lăzii de masă M asupra suprafeței orizontale.
- Calculează alungirea resortului în cazul în care cele două lăzi se deplasează uniform.
- Calculează valoarea forței F pentru care cele două lăzi se deplasează cu viteză constantă.
- Când viteza celor două lăzi este $v = 2 \text{ m/s}$, lada având masa M se desprinde de resort. Calculează intervalul de timp scurs din momentul desprinderii și până la oprirea lăzii de masă M .

14. Un corp având masa $m = 2 \text{ kg}$ este prins la capătul unui resort de constantă elastică $k = 288 \text{ N/m}$, fixat la celălalt capăt în vârful unui plan înclinat cu unghiul $\alpha = 37^\circ$ ($\sin \alpha = 0,6$) față de orizontală.

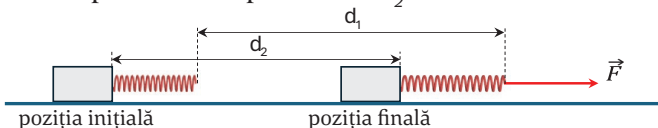


Pentru a menține resortul alungit cu $\Delta\ell$, se trage cu o forță constantă $F = 2,4$ N paralelă cu planul înclinat, ca în figura alăturată. În această poziție corpul este în repaus pe o porțiune fără frecări a planului înclinat.

- Calculează valoarea forței de apăsare exercitate de corp asupra planului înclinat.
 - Determină alungirea $\Delta\ell$ a resortului.
 - Corpul se desprinde de resort. Calculează valoarea accelerației corpului după desprinderea de resort, în timpul deplasării pe porțiunea fără frecare a planului înclinat sub acțiunea forței F .
 - Corpul desprins de resort își continuă deplasarea pe planul înclinat, sub acțiunea forței F , pe o porțiune cu frecare. Calculează coeficientul de frecare la alunecare dintre corp și suprafață dacă, pe această porțiune, corpul se mișcă uniform.
15. Considerăm că Pământul și Soarele sunt corpuri sferice și omogene. Se cunosc: raza Pământului $R_p = 6\,370$ km, accelerația gravitațională la suprafața acestuia $g_{op} = 9,8$ m/s², distanța Pământ–Soare $d = 1,49 \cdot 10^8$ km $\approx 23\,391 R_p$, raportul maselor $M_s / M_p = 3,24 \cdot 10^5$. Determină:
- distanța față de centrul Pământului, pe direcția Pământ–Soare, la care intensitatea câmpului gravitațional este nulă (neglijăm prezența altor corpuri cu masă gravifică);
 - intensitatea câmpului gravitațional la distanța $d / 200 \approx 117 R_p$ de centrul Pământului.
16. O eprubetă aflată într-o centrifugă se rotește uniform pe o traiectorie circulară de rază $R = 0,20$ m. Frecvența de rotație este $f = 10$ Hz, iar masa eprubetei este $m = 0,10$ kg. Determină:
- viteza unghiulară;
 - viteza liniară;
 - accelerația centripetă;
 - forța centripetă.

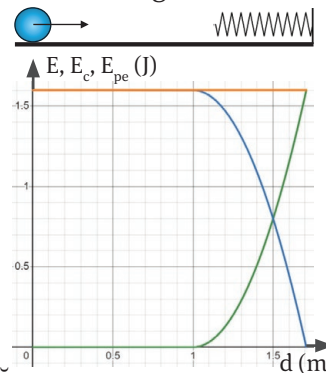
Unitatea 4

17. Un corp cu masa $m = 1$ kg este tras pe o suprafață orizontală, prin intermediul unui resort cu constanta elastică $k = 10$ N/m. La început corpul este în repaus, iar capătul liber al resortului este tras lent și uniform. Coeficientul de frecare dintre corp și suprafața orizontală este $\mu = 0,25$, iar deplasarea corpului este $d_2 = 1$ m.



- Calculează forța necesară pentru a pune corpul în mișcare uniformă.

- Reprezintă grafic forța de tracțiune F în funcție de deplasarea d_1 a capătului liber al resortului.
- Calculează lucrul mecanic total efectuat de forța de tracțiune, știind că este egal cu aria de sub graficul $F(d_1)$.



18. O bilă de masă m se mișcă liber, fără frecare, pe o suprafață orizontală pe distanța d_o , apoi se lovește de capătul liber al unui resort orizontal cu constanta elastică k . În timpul mișcării bilei, energia cinetică (E_c), energia potențială elastică (E_{pe}) și energia mecanică totală a sistemului (E) se modifică în funcție de distanța parcursă de bilă, așa cum se vede în grafic.

- Ce se întâmplă cu fiecare dintre cele trei tipuri de energie pe parcursul mișcării (scade, crește, nu se modifică)?
 - Identifică ce tip de energie reprezintă fiecare grafic (portocaliu, albastru și verde). Folosind datele din grafic, determină:
 - distanța d_o parcursă de bilă înainte de a atinge resortul;
 - energia cinetică inițială și finală a corpului;
 - alungirea/comprimarea maximă a resortului;
 - constantă elastică a resortului;
 - distanța parcursă de corp până când energia cinetică devine egală cu energia potențială.
19. După marcarea unui gol, doi sportivi cu masele $m_1 = 70$ kg, respectiv $m_2 = 80$ kg, fac un salt vertical de bucurie în timpul căruia se ciocnesc piept în piept. Determină variația impulsului total al sistemului format din cei doi sportivi în timpul $\Delta t = 0,8$ s în care se află în aer. Se vor neglija frecările.
20. O barcă de masă $M = 120$ kg se află în repaus pe apă. Un copil de masă $m = 40$ kg sare din barcă cu viteza orizontală $v = 3$ m/s față de apă. Ce viteză va avea barca în urma saltului?
21. Un glonț de masă $m = 20$ g este tras cu viteza $v = 400$ m/s într-un bloc de lemn de masă $M = 2$ kg, suspendat de un fir. Glonțul rămâne înfipt în bloc.
- Determină viteza sistemului imediat după impact.
 - Ce cantitate de căldură se degajă în timpul impactului?
 - Ce viteză ar avea blocul și glonțul în urma impactului, dacă ciocnirea ar fi elastică?

22. O bilă de masă $m = 100 \text{ g}$ cade liber de la înălțimea $h = 1 \text{ m}$. Calculează:
- energia cinetică a bilei chiar înainte de a atinge pământul;
 - viteza bilei în momentul când atinge pământul;
 - înălțimea la care energia cinetică a corpului este egală cu energia potențială gravitațională;
 - viteza corpului în momentul descris la punctul c).

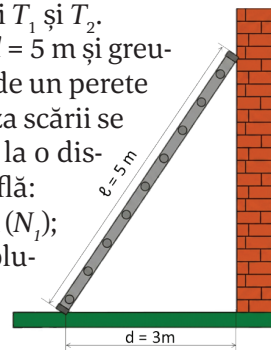
Unitatea 5

23. O barieră este formată dintr-o bară orizontală omogenă cu lungimea $L = 4 \text{ m}$ și masa $m = 20 \text{ kg}$. Bara este articulată într-un ax situat la unul dintre capete.
- Calculează momentul forței de greutate al barierei care tinde să o coboare.
 - Pentru a ridica bariera, un motor electric aplică o forță verticală în sus la o distanță de 20 cm față de ax. Ce valoare trebuie să aibă această forță pentru a menține bariera în echilibru?
24. Un panou publicitar cu masa $m = 80 \text{ kg}$ este menținut în repaus pe o rampă de descărcare ce formează un unghi α cu orizontala ($\sin \alpha = 0,6$). Pentru a preveni alunecarea acestuia, panoul este susținut de un cablu întins, paralel cu planul rampei. Coeficientul de frecare statică dintre baza panoului și suprafața rampei este $\mu = 0,4$.
- Reprezintă grafic toate forțele care acționează asupra panoului.
 - Determină forța maximă de frecare statică ce poate apărea între panou și rampă.
 - Calculează tensiunea minimă din cablu necesară pentru a menține panoul în echilibru, considerând că frecarea statică acționează în sus de-a lungul rampei și poate atinge valoarea maximă.

25. O schelă orizontală omogenă, cu lungimea $l = 6 \text{ m}$ și masa de $m_s = 40 \text{ kg}$, este suspendată de două cabluri verticale la capete. Pe schelă se află un zugrav cu $m_z = 80 \text{ kg}$, situat la 4 m de capătul stâng al schelei, iar echipamentul său, de masă necunoscută m_e , se află la 5 m de capătul stâng. Se știe că tensiunea din cablul drept este de două ori mai mare decât tensiunea din cablul stâng.
- Determină masa echipamentului.
 - Calculează tensiunile din cele două cabluri.
26. O grindă metalică uniformă, cu lungimea $l = 10 \text{ m}$ și masa $m = 900 \text{ kg}$, este ridicată cu ajutorul unei

macarale folosind două cabluri verticale paralele. Primul cablu este fixat la capătul stâng al grinzii (punctul A). Al doilea cablu este fixat la o distanță de $d = 1 \text{ m}$ față de capătul drept (punctul C). Grinda este menținută în echilibru orizontal. Determină tensiunile din cele două cabluri T_1 și T_2 .

27. O scară omogenă cu lungimea $l = 5 \text{ m}$ și greutatea $G = 300 \text{ N}$ este sprijinită de un perete vertical neted, fără frecare. Baza scării se află pe o suprafață orizontală, la o distanță $d = 3 \text{ m}$ față de perete. Află:
- mărimea reacțiunii peretelui (N_1);
 - forța de frecare la nivelul solu-lui necesară menținerii echilibrului;
 - mărimea rezultantei forțelor exercitate de sol asupra scării (R_2).

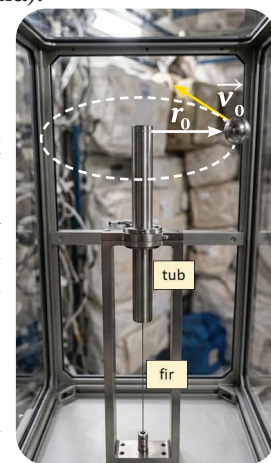


28. Un panou publicitar pătrat cu latura $L = 60 \text{ cm}$ este realizat din două materiale: jumătatea stângă este din aluminiu $\rho_1 = 2,7 \text{ g/cm}^3$, iar jumătatea dreaptă este din oțel $\rho_2 = 7,8 \text{ g/cm}^3$. Grosimea panoului este constantă.
29. Calculează poziția centrului de greutate x_c al panoului față de linia de îmbinare a celor două materiale (axa centrală verticală).

Unitatea 7

30. În timpul unei misiuni pe Stația Spațială Internațională, astronautii au realizat un experiment în condiții de imponderabilitate pentru a studia dinamica forțelor centrale (vezi figura alăturată). Aceștia au montat pe o masă de lucru un tub subțire prin care trece un fir inextensibil, de masă neglijabilă. De capătul firului este legată o bilă metalică de masă m . Prin intermediul unui motor electric liniar plasat sub masă, firul poate fi tras prin tub, scurtând distanța dintre bilă și centrul tubului. Astronauții imprimă bilei o mișcare circulară uniformă în planul mesei.

În faza inițială, când lungimea liberă a firului este r_0 , senzorii înregistrează o viteză liniară a bilei egală cu v_0 . Ulterior, motorul este pornit și trage lent de fir până când lungimea acestuia devine $r < r_0$. Presupunând că frecarea dintre fir și pereții tubului este neglijabilă, determină pe baza datelor experimentale:



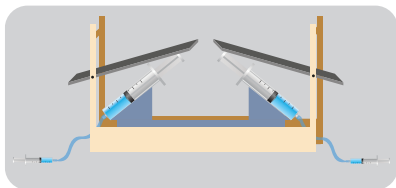
- a. expresia vitezei finale de rotație, v , a bilei după scurtarea firului;
- b. expresia lucrului mecanic efectuat de motorul electric pentru a realiza această configurație finală.

Unitatea 8

În rezolvarea problemelor propuse se consideră $g = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$.



- 31.** Manometrul din imagine este utilizat pentru a măsura presiunea aerului dintr-o anvelopă. Acul manometrului indică o presiune de aproximativ 2 bar (pe scala interioară, roșie), iar suprafața de contact a anvelopei cu solul (amprenta la sol) este de 200 cm^2 . Calculează:
- a. forța de apăsare (greutatea) pe care o exercită mașina pe sol prin intermediul unei roți, presupunând că presiunea aerului este cea care susține sarcina;
 - b. dacă mașina are 4 roți identice, încărcate egal, care este masa totală a mașinii?
- 32.** Un scafandru militar coboară în adâncurile oceanului, unde presiunea hidrostatică totală exercitată de apă depășește câteva atmosfere, generând o forță imensă, capabilă să strivească o mașină. Cu toate acestea, scafandru nu este turtit de greutatea apei. De ce scafandru nu este turtit de presiunea apei, deși la adâncime presiunea este foarte mare?
- 33.** Dispozitivul din imagine este folosit pentru a menține în echilibru un obiect așezat pe cele două platforme gri. Sistemul este simetric, iar ambele seringi de control (cele exterioare) sunt acționate cu aceeași forță. Știind că diametrul pistonului mic (seringa de control) este $d_1 = 2 \text{ cm}$, diametrul pistonului mare (seringa de execuție) este $d_2 = 6 \text{ cm}$, forța de apăsare pe fiecare piston mic este $F_1 = 10 \text{ N}$, calculează:



- a. masa maximă a obiectului care poate fi menținut în echilibru pe cele două platforme;
- b. ce presiune se creează în interiorul furtunurilor în timpul acestui proces? Consideră că presiunea este constantă în tot volumul de lichid.

- 34.** O sticlă cu volumul de 2 L este complet scufundată în apă. Calculează forța arhimedică exercitată de apă (densitatea apei $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$) asupra sticlei.

- 35.** În anul 1542, conchistadorul spaniol Francisco de Orellana a fost izolat în jungla amazoniană. Pentru a supraviețui, oamenii săi au construit o brigantină, folosind lemn de balsa (un lemn extrem de ușor, specific zonei). Masa totală a brigantinei, botezată *Victoria*, incluzând echipajul, armamentul și proviziile, era de 12 t.

- a. Determină forța arhimedică ce a acționat asupra corabiei în timp ce plutea pe apele dulci ale Amazonului (densitatea apei $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$).
 - b. Știind că densitatea lemnului de balsa uscat este de numai $150 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, calculează ce volum minim de lemn a fost necesar pentru construcție, presupunând că masa echipajului și a încărcăturii reprezenta jumătate din masa totală a navei.
 - c. Când corabia a ajuns în sfârșit la vărsarea în Oceanul Atlantic (densitatea apei oceanice $1025 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$), volumul părții cufundate s-a modificat. Calculează variația de volum imersat dintre fluviu și ocean.
 - d. În timpul unei ambuscade a triburilor indigene, echipajul a întins pânzele. Vântul a generat o forță de tracțiune constantă de 1800 N. Dacă forța de rezistență la înaintare din partea apei era de 600 N, calculează accelerația cu care a demarat corabia.
 - e. După ce a scăpat de atac, corabia a navigat uniform cu viteza constantă de $3 \frac{\text{m}}{\text{s}}$ timp de 4 h. Ce distanță a parcurs corabia în acest interval? Exprimă rezultatul în kilometri.
- 36.** Doi prieteni cu masa de 55 kg fiecare construiesc o plută dintr-un trunchi de lemn de brad (formă paralelipipedică) pentru a traversa un lac. Pluta are dimensiunile: $2 \text{ m} \times 1,5 \text{ m} \times 20 \text{ cm}$. Cunoscând densitatea lemnului de brad $500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$, densitatea apei $1000 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$ și accelerația gravitațională $10 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$, calculează:

- a. masa totală a sistemului format din plută și cei doi prieteni;
- b. forța arhimedică ce acționează asupra sistemului în momentul în care acesta plutește la suprafața apei;

- c. înălțimea părții scufundate a plutei și verifică dacă apa ajunge la picioarele navigatorilor;
- d. numărul maxim de călători, cu masa de 55 kg fiecare, ce se pot urca pe plută fără ca aceasta să se scufunde complet sub apă.
37. În timpul unei furtuni puternice, acoperișurile din tablă ale unor case sunt smulse de vânt și „aruncate” în sus, deși greutatea aerului apasă pe acoperiș. Explică acest fenomen pe baza legii lui Bernoulli, parcurgând următoarele etape:
- 1) Identifică starea de mișcare a aerului sub acoperiș (în casă) și deasupra acestuia.
 - 2) Compară presiunile statice exercitate de aer în cele două zone.
 - 3) Precizează orientarea forței rezultate din diferența de presiune
38. Imaginează-ți că un meci de fotbal s-ar disputa pe o planetă ipotetică unde atmosfera este mult mai densă (densitatea aerului este de 3 ori mai mare decât pe Pământ), dar celelalte mărimi (v_o , v_r , S) rămân identice. Ce se va întâmpla cu traiectoria mingii lovite cu efect?
- a. Mingea se va devia mai mult (traiectoria va fi mai curbată), deoarece forța Magnus este direct proporțională cu densitatea.
 - b. Mingea se va devia mai puțin, deoarece aerul mai dens opune o rezistență mai mare la înaintare.
 - c. Traiectoria va rămâne perfect rectilie, deoarece efectul Bernoulli se aplică doar în atmosfera terestră.
 - d. Mingea se va devia la fel, deoarece diferența de presiune depinde doar de vitezele v_1 și v_2 , nu și de mediul fluid.

Indicații și răspunsuri

Unitatea 2.

Probleme propuse. 1. a) o dreaptă; b) $x_0 = -2$ m; $t = \frac{2}{3}$ s; c) 3 m/s. 2. a) $x = 4 - 2t$ (m); b) 2 s; c) 20 m. 3. a) 1 m/s; -1 m/s; -1 m/s; 1 m/s; b) 8 m; c) 1 m/s. 4. a) 0,6 s; 3,8 m; două drepte cu punctele de intersecție de coordonate (0,6; 3,8). 5. a) -4 m/s²; 12 m/s; 3s; b) 21 m. 6. a) $v(t) = 30 - 10t$ ($\frac{m}{s}$); b) Graficul: dreapta ce trece prin punctele ($t = 0; v = 30$) și ($t = 3, v = 0$). 7. a) -1 m/s²; b) 450 m; c) 15 m/s. 8. a) 1,2 m/s²; b) 12 m/s; c) 8 m. 9. a) 1,8 km; b) 3,6 km; c) 7,2 km. 10. a) $t \in (0; 3)$ s: 2 m/s² (MRUA); $t \in (3; 6)$ s: 0 m/s² (MRU); b) 6 m/s; c) 27 m. 11. a) 4 m/s; b) 2 m/s; c) 12 m; d) 2 m/s. 12. Mobilul încetinește uniform până se oprește, apoi își schimbă sensul și își mărește viteza în sens opus. 13. a) 2 m/s; -2 m/s²; b) 27 m; c) 21 m; d) 1,91 m/s; 2,45 m/s.

Autoevaluare: I. F, A, A, F. II. A. b); B. b); C. a); D. c). III. 1. Sistem de referință. 2. accelerația. 3. variată, tangentei. IV. 1. a) 25 m/s; -5 m/s². 2. a) 7,5 m/s²; $-7,5$ m/s²; b) 240 m; c) 15 m/s.

Unitatea 3

Probleme propuse. 1. a) $T = 60$ N; b) $a_{max} = 30$ m/s². 2. $\mu = 0,21$. 3. $F = 24$ N. 4. Da, deoarece $\mu_s \geq \tan \alpha$. Nu, deoarece $\mu_s' < \tan \alpha$. 5. $F = 5,89$ N. 6. $F = 5,89$ N. 7. $\Delta l = 2,17$ cm. 8. $\Delta l = 5$ cm. 9. $\Delta p = 1,6$ N · s. 10. $v = 5$ m/s. 11. $F_{cp} = 3,82$ N. 12. $\mu = 0,22$. 13. $R = 50$ s. 14. $\vartheta_{min} = 0,50$ rot/s; $T = 100$ N. 15. a) $h = R_p$; b) 345 960 km. 16. a) $x = 5,14$ m (măsurat de la corpul m_1). 17. $M_p = 5,55 \cdot 10^{24}$ kg. 18. $h = 3,62 \cdot 10^4$ km. 19. a) $N = 718$ N; $F_f = 282$ N; $\mu \approx 0,4$; b) $N = 1282$ N; $F_f = 282$ N; $\mu \approx 0,22$. 20. a) $a = 0,17$ m/s²; b) $R \cong 26,28$ N; c) $m_2 \cong 0,358$ kg. 21. a) $a = 2$ m/s²; b) $T = 0,8$ N; c) $t = 2$ s; d) $F = 1,4$ N; 22. a) $a = 0,5$ m/s²; b) $v = 3$ m/s; c) $d = 2,25$ m. 23. a) $N = 820$ N; b) $\mu \approx 0,38$; c) $T \approx 380$ N; 24. $a = 1,4$ m/s² sau $a = 0,3$ m/s², $a_{max} = 1,5$ m/s². 25. $\Delta l = -4$ cm. 26. $\epsilon = 1\%$; 27. a) $m = 0,5$ kg; b) $k = 500$ N/m; c) $\Delta l = 1,2$ cm. 28. a) $F_1 = 10,8$ N; b) $F_2 = 9,2$ N; c) $F_3 = 10$ N. 29. a) $k = 1,5 \cdot 10^4$ N/m; b) $\Delta l' = 6$ cm; c) $M' = 95,4$ kg. 30. a) 23 m/s; b) 17 m/s.

Autoevaluare: I. A, F, F, A. II. A. b); B. a); C. a); D. b); E. d); F. a). III. 1. $F = 9$ N. 2. 20 N/m. 3. a) $v = 2,5$ m/s; b) $\frac{m_A}{m_B} = 3$; c) $R = 3$ N.

Unitatea 4

Probleme propuse. 1. a) 5 J; b) -5 J; c) 0; d) 4,33 J. 2. a) 40 J; b) 0,3 J; c) 30 J; d) 0. 3. 15 000 W = 15 kW. 4. 50 s. 5. $4,8 \cdot 10^6$ J = 4,8 MJ. 6. $5 \cdot 10^4$ N = 50 kN. 7. a) 178 N; b) $2 \cdot 10^5$ J; c) $4,44 \cdot 10^5$ J; d) $2,44 \cdot 10^5$ J; e) 0,05. 8. a) corpul A, de 25 de ori; b) corpul A, de 2 ori; c) corpul A, de 16 ori. 9. A. a) 225 kJ; A. b) 100 kJ; B. 69%. 10. a) corpul A, de 10 de ori; b) corpul B, de 6 ori; c) corpurile au energii egale. 11. a) resorturile au energii egale; b) resortul B, de 4 ori; c) resorturile au energii

egale. **12.** a) E_{pg} scade, E_c crește, E rămâne constantă; b) albastru = E_c , roșu = E_{pg} , negru = E ; c) 2 m; d) 3 J; e) 150 g; f) 1 m. **13.** a) corpul A, de 5 de ori; b) corpurile au impulsuri egale; c) sistemul A. **14.** a) 20 kg · m/s; b) 25 m/s.

Autoevaluare. I. A, A, F, F. **II.** A. c. B. b. C. b. D. c. E. d. **III.** 1. forței; direcția forței și direcția deplasării. 2. negativ. 3. util; consumat. 4. masa; viteza. **IV.** a) 11,2 J; b) 8,94 m/s; c) 6,32 m/s; d) 2,88 m/s; e) 9,1 cm.

Unitatea 5

Probleme propuse. 1. a) 102 N·m; b) 88,33 N·m; c) sus sau jos vertical; forța nu produce rotație ($b = 0$). **2.** A) 138,6 N; b) 69,3 N; c) 21,65 kg. **3.** b) 1 200 N; c) 2 400 N. **4.** b) 500 kN; c) 5 m față de pilonul A. **5.** a) 10 N; b) 20 N; c) 0,25 m. **6.** a) – 6,66 cm; b) panoul se va înclina deoarece verticala din punctul de suspensie trece prin noul centru de greutate, aflat acum în stânga, opus decupajului.

Autoevaluare. I. A, A, F, A. **II.** A. c. B. b. **III.** centrul de greutate; bazei de sprijin; răsturna; mare. **IV.** a) 30 kg; b) 2 m; c) $N_1 = 0$; $N_2 = 1200$ N; d) 4 m.

Unitatea 6

Autoevaluare. I. A, F, A, A. **II.** A. c; B. b; C. c; D. a. **III.** A. reper, riglă; B. parabole; C. de reacție, de frânare; D. variația impulsului, durata. **IV.** 1. 72 km/h; 2. a) 100 N·s; 0,02 s; b) –5 kN.

Unitatea 7

Probleme propuse. 1. a) $6,77 \cdot 10^6$ m; b) 7,7 km/s. **2.** a) 7,44 km/s; b) 6 083 s; c) 101,4 min. **3.** $1,001 \cdot 10^{-7}$ N; forța calculată nu provoacă o apropiere vizibilă a modulelor (neglijabilă). **4.** a) crește de $\sqrt{3}$ ori; b) crește de 3 ori. **5.** a) 86 313 s; 23,98 h; b) $T_s \approx T_T$. Fiind un satelit geostaționar, el poate fotografia continuu aceeași zonă a globului, transmitând date în timp real despre evoluția fronturilor atmosferice și a furtunilor. **6.** a) 7,56 km/s; b) 22,86 GJ. **7.** 4,5 km/s.

Autoevaluare. I. F, A, A, A. **II.** A. c; B. d; C. b; D. c. **III.** A. arii; B. rotație; C. mai mare. **IV.** 1. 8 ani; 2. 8 km/s.

Unitatea 8

Probleme propuse. 1. a). **2.** a) 5 500 N; b) 62 500 Pa, se afundă; 5 000 Pa, nu se afundă; d. 12,5. **3.** d. **4.** 15,45 Mpa. **5.** b) 71 325 Pa; c) 1 520 N. **6.** a) 30 817 600 Pa; b) 305,15 atm; c) 154 588 N. **7.** a) 15 000 N; b) 50 000 Pa. **8.** a) 300 000 Pa; b) 10 800 N; c) 1 080 kg. **9.** a) 25 N; b) 1 cm. **10.** a) 5 kg; b) 25 000 Pa. **12.** a) 63 414,63 m³; b) 65 000 m³. **13.** a) 100 cm³; b) $2\,500 \frac{\text{kg}}{\text{m}^3}$; c) 1,7 N. **15.** d. **17.** d. **18.** c. **19.** $0,05 \frac{\text{m}^3}{\text{s}}$. **20.** $1 \frac{\text{m}}{\text{s}}$. **21.** a) $1,44 \cdot 10^4$ Pa; b) $1,67 \cdot 10^5$ Pa. **22.** a) 3 150 Pa; b) 35 000 Pa; **23.** a) 3 600 Pa; b) 40 000 Pa; c) 183 600 Pa; d) 140 000 Pa.

Autoevaluare. I. F, A, F, A. **II.** A. b); B. a); C. b); D. b); E. d). **III.** A. 512 000 Pa; B. a) 25 000 N; b) 50 000 Pa; c) 50 N; C. b) $10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$; c) $10^{-3} \frac{\text{m}}{\text{s}}$.

Probleme recapitulative

Unitatea 1. 1. a) altitudinea $\langle h \rangle = m$; distanța parcursă $\langle d \rangle = m$, masa $\langle m \rangle = \text{kg}$, durata $\langle t \rangle = s$; b) toate sunt fundamentale; c) $h = 360$ km, $t = 1,5$ h; d) $h = 3,6 \cdot 10^2$ km, $t = 5,4 \cdot 10^3$ s; e) $h = 3,6 \cdot 10^5$ m $\approx 10^6$ m; $d = 2,7 \cdot 10^8$ m $\approx 10^8$ m; $m = 1,25 \cdot 10^3$ kg $\approx 10^3$ kg; f) cu 2; g) $\approx 3,13 \cdot 10^3$ m/s. **2.** a) $\bar{t} = 1,22$ s; b) $\overline{|\Delta t|} = 0,04$ s; c) $\varepsilon = 3,3\%$; d) $t = (1,22 \pm 0,04)$ s; e) $0,01$ s $< 0,04$ s; **3.** a) $T = 2,00356$ s, $\overline{|\Delta t|} = 0,00001$ s; b) $\varepsilon_T = 5 \cdot 10^{-6}$, $\varepsilon_L = 10^{-5}$; c) $g = (9,8460 \pm 0,0002)$ m/s².

Unitatea 2. 4. A. a. 0,4 s; b. 0,8 m; B. a. 0,8 s; b. 3,2 m; c. o viteză inițială mai mare determină un timp de oprire mai mare și o distanță parcursă mai mare până la oprire. **5.** $D = 2d$; aria dreptunghiului este de două ori mai mare decât aria triunghiului cu aceeași bază și aceeași înălțime. **6.** Într-o mișcare uniform variată între 0 și v_1 , viteza medie este $v_m = \frac{v_1}{2}$.

Unitatea 3. 9. a) 35 m/s; b) $d_{\min} = 100$ m; c) coliziunea este evitată, iar distanța dintre automobile după oprirea lui A este de 50 m. **10.** a) $d = 0,5$ m; b) $\mu = 0,2$; c) $a \cong 2,82$ m/s²; d) $F_1 \cong 6,7$ N. **11.** b) $F_f = 4$ N; c) $a = 2$ m/s²; d) $R \cong 11,3$ N. **12.** b) $F = 16$ N; c) $R = 32$ N; d) $d = 0,8$ m. **13.** a) $N_1 = 60$ N; b) $\Delta l = 2$ cm; c) $F = 16$ N; d) $\Delta t = 1$ s. **14.** a) $N = 16$ N; b) $\Delta l = 5$ cm; c) $a = 7,2$ m/s²; d) $\mu = 0,9$. **15.** $x = 2,614 \cdot 10^5$ km $\cong 41$ R_p; b) $\Gamma \cong 5,1 \cdot 10^{-3}$ N/kg, orientat spre Soare. **16.** a) $\omega = 20\pi$ rad/s; b) $v = 4\pi \approx 12,57$ m/s; c) $a_{cp} \approx 790$ m/s²; d) $F_{cp} \approx 79$ N. **Unitatea 4. 17.** a) 2,5 N; c) 2,81 J. **18.** a) E_c rămâne constantă apoi scade, E_{pe} rămâne constantă apoi crește, E rămâne constantă; b) albastru = E_c , verde = E_{pe} , portocaliu = E ; c) 1 m; d) 1,6 J, 0; f) 0,7 m; 6,53 N/m; g) 1,5 m. **19.** $1,2 \cdot 10^3$ kg · m/s. **20.** 1 m/s. **21.** a) 3,96 m/s. b) $1,58 \cdot 10^3$ J; c) $v_{\text{bloc}} = 7,92$ m/s, $v_{\text{glonț}} = -392$ m/s. **22.** a) 1 J; b) 4,47 m/s; c) 0,5 m; d) 3,16 m/s. **Unitatea 5. 23.** a) 400 N·m; b) 2 000 N. **24.** b) 256 N; c) 224 N. **25.** a) 40 kg; b) 533,33 N; c) 1066,67 N. **26.** 4 000 N; 5 000 N. **27.** a) 112,5 N; b) 112,5 N; c) 320,4 N. **28.** 7,28 cm, în dreapta liniei de îmbinare (spre materialul mai dens, oțelul). **Unitatea 7.**

30. a) $v = v_0 \cdot \frac{r_0}{r}$; b) $L = \frac{mv_0^2}{2} \left[\left(\frac{r_0}{r} \right)^2 - 1 \right]$. **Unitatea 8. 31.** a) 4 000 N; b) 1 600 kg. **33.** a) 18 kg; b) 31847,13 Pa. **34.** 20 N. **35.** a) 120 000 N; b) 40 m³; c) 0,293 m³; d) $0,1 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}$; e) 43,2 km. **36.** a) 410 kg; b) 4 100 N; c) 13,6 cm; d. 5. **38.** a.

CRISTIAN PRESURĂ (coordonator)
DANIELA BERCHEZ · KÁROLY BOGDAN
GABRIELA DELIU · PETRONELA ANGELA IOJA
ANETA-AURELIA MIHALCSIK · DANIELA ȚEPEȘ

FIZICĂ

Trunchi comun și curriculum de specialitate (TC+CS),
filiera teoretică, profilul real, specializarea matematică-
informatică și specializarea științe ale naturii – clasa a IX-a

